微观世界的对称性（上）

徐 德 之

宏观世界的对称性我们是经常遇到的，如一个正方形是转动 90° 对称的；一个圆形是转动任意角度对称的；一个人是左右对称的；……．这些都是改变描写事物的空间方向或位置时的不变性．又如甲用某种原料在一台机器上可制造出一件产品来，换了乙同样可以制造出这件产品来，这是甲乙互换下的不变性，我们可称之为内部对称性．

微观世界同样有许多对称性，这里我们讨论的是微观客体的运动规律在对描写它们的一些量，如位置、方向、时间、同位旋……等，作变换下的不变性． 原则上，这种变换分成两类，一类是普通时间、空间坐标的变换对称性，另一类则称为内部对称性，如同位旋空间的旋转，$SU(3)$ 对称性等等．从变换的形式上看它又可分为两类，一类是连续的变换，如空间的平移，转动等等，可以取任意大小的变换；另一类是分立的变换，如空间反演，只能将三个方向变为它们的反方向，不能连续地过渡过去．

在经典力学中一个体系的运动规律完全由体系的拉格朗日量（简称拉氏量）决定的，这是一个和体系能量有关的量． 在微观世界中，微观体系的运动规律也是由它们的拉氏量决定的．所以只要体系的拉氏量在某种变换下是不变的，则体系的运动规律就在此种变换下不变． 从理论上还可推得，拉氏量在某种变换下不变时，往往导致某一力学量守恒． 如空间平移不变性导致动量守恒，时间平移不变性导致能量守恒等等．但分立变换不变性并不总相应一个守恒的力学量．对一个微观客体来说它可取的力学量的值是分立的，我们称之为量子数，所以力学量守恒要求量子数守恒，体系在运动过程中，保持某些量子数不变． 下面我们来谈谈在基本粒子理论中经常遇到的一些对称性．

1．空间平移不变性 当空间坐标平移时，体系的运动规律不变．形象地说就是在甲地做一个实验的结果和在乙地做的结果是一样的．数学上描写为拉氏量在空间平移变换下不变． 这种不变性将导致动量守恒，所以当一个粒子发生衰变或两个粒子发生散射时，过程前后体系的总动量是相等的．

2．时间平移不变性 当时间坐标变换一下时，体系的运动规律不变．形象地说就是在不同的时刻做同一个实验时，结果一样． 数学上描写为拉氏量在时间从 t 变换到 t' 时不变． 这种不变性将导致能量守恒，即一个过程前后的体系总能量相等．

3．空间旋转不变性 当将空间坐标转动任意一个角度时，体系的运动规律不变． 这表示空间是各向同性的，不管在哪一方向上做实验，结果都是一样的． 数学上描写为将空间坐标转动任意一个角度时，拉氏量是不变的． 这种不变性导致总角动量守恒． 我们经常用它来推得所讨论的体系的一些性质． 如对过程 $K^+\longrightarrow\pi^+\pi^0$，我们知道 K^+、π^+、π^0 的自旋角动量都为零，于是可知 $\pi^+\pi^0$ 体系的轨道角动量也应为零，即处于 S 态上．

4．洛仑兹变换不变性 当将坐标架转变为做匀速直线运动的坐标架时，体系的运动规律一样． 直观地说是在地面作实验的结果，和在作匀速直线运动的火车上作的结果是一样的．这个不变性也称相对论不变性． 当我们还不清楚支配一个体系的运动规律的拉氏量时，经常用描写该体系的场量来构成一般形式的洛仑兹不变量，其中当然会有一些参数，然后从实验上确定这些参数． 弱相互作用的四费米子作用形式 $G/\sqrt{2}\,\bar{\psi}_1\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_2\bar{\psi}_3\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_4$ 就是这样定出来的．所以洛仑兹不变性是很重要的对称性．

以上四种对称性是强作用、弱作用、电磁作用都具有的，它们的拉氏量必须要有这些不变性． 这是我们在写出一个拉氏量时首先要考虑的一些性质．

5．空间反演不变性 当将空间三个方向都反向时，体系运动规律不变．这样的变换是不能通过连续转动达到的．如图1所示，将坐标架（a）的三个坐标倒过来时变为（b）．将（b）绕 z 轴转 180°，使它的 x，y 轴和（a）的 x，y 轴重合，就变为（c）．显然（c）和（a）是无法重合的．三个方向都反向和只将 z 轴反向的结果是一样的．将（a），（c）的 x，y 轴重合时，两个 z 轴就互为镜象，故空间反演也称镜象变换．另外，如果我们把右手蜷起来，四指的方向为 x 轴转到 y 轴的方向，则伸出大姆指的方向为图1(a) 的 z 方向，但图1(c) 要用左手来比划． 所以图1(a) 称右手坐标架，图1c 称左手坐标架，于是空间反演又称左右坐标变换．

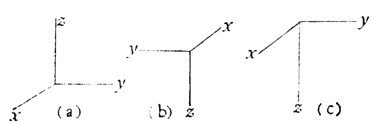

图 1

因为图1(a) 和图1(c) 的关系为物和象的关系，所以在空间反演下体系运动规律不变，可以形象地描述为体系及其镜象的运动规律一样．即当体系以某种方式运动时，它的镜象的运动方式也是实际存在的．这种不变性将导致体系的空间宇称不变．

宇称是描写一个体系的状态在空间反演下的变换

方式的量子数. 如果一个粒子的状态 $\psi(\boldsymbol{r})$ 及其空间反演后的状态 $\psi'(\boldsymbol{r}')$ (其中 $\boldsymbol{r}'=-\boldsymbol{r}$)之间有关系 $\psi'(\boldsymbol{r}')=\pm\psi(\boldsymbol{r})$，则此粒子有宇称. “+”号对应正宇称，负号对应负宇称. 玻色子的状态满足上式，所以玻色子都有确定的宇称. 费米子的状态不满足上式，所以它没有绝对的宇称，但成对的费米子状态满足上式，因而可以有相对的宇称，“+”号表示两粒子宇称相同，“—”号表示两粒子宇称相反，于是我们只要先定义好某一粒子的宇称(一般令 p 的宇称为“+”)，其它费米子的宇称也就确定了. 实验表明，这种确定宇称的方法是可行的.

长期以来人们一直认为宇称守恒是绝对的，但人们在研究奇异粒子时，发现了一种用宇称守恒无法解释的现象. 当时发现了两种奇异粒子，一种称 τ，一种称 θ. 它们的质量、寿命、自旋等性质都一样，但衰变方式不一样.

$$\theta^{\pm}\longrightarrow\pi^{\pm}\pi^{0}$$

$$\tau^{\pm}\longrightarrow\pi^{\pm}\pi^{\mp}\pi^{\pm}$$

从 θ、τ 的角动量及 π 的角动量和宇称可以分析出 2π 体系的宇称为正，3π 体系的宇称为负. 如果宇称是守恒的，则 θ 的宇称应为正，τ 的宇称应为负，所以 θ 和 τ 不是一个粒子. 但从质量、寿命、自旋等性质来看它们都应是同一个粒子. 这种矛盾就是著名的 τ-θ 之谜. 比较合理的解释是 τ 和 θ 是同一种粒子(后来称为 K 介子，它的宇称为“—”)，但由于宇称在弱作用中是不守恒的，所以它既可衰变为 2π，又可衰变为 3π. 杨振宁和李政道分析了以前的实验，发现所有的实验并没有证明宇称必须守恒. 为了证明弱作用中宇称是可以破坏的，他们设计了一些实验. 其中一个是极化 Co^{60} 的 β 衰变实验，它的原理如图 2 所示. A 为一个有自旋的核(Co^{60})，其上的箭头表示它的旋转方向. A' 为 A 的镜象. 如果 A 在 α 方向放出一个电子，则此过程的镜象就是 A' 在 α' 方向放出一个电子. 如果弱作用是宇称守恒的，则镜象过程也是一个实际过程，于是图 2(b) 中 α 方向放出电子的几率应和 $\pi-\alpha$ 方向放出电子的几率相等，否则就不相等. 吴健雄完成了这样的实验，发现这两个方向上放出电子的几率是不等的，于是证明了在弱作用中宇称是不守恒的.

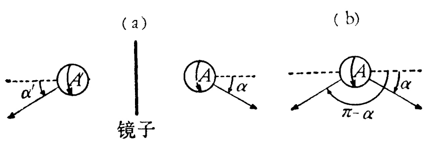

图 2

弱作用中宇称不守恒是与中微子质量为零有关中微子自旋为 1/2，所以它应满足狄拉克方程. 从此方程可看出，如果自旋为 1/2 的粒子质量为零，则它在动量方向上的投影永远为 +1/2(或永远为 −1/2)，而其反粒子则相反. 描写这种粒子的理论不会具有空间反演不变性的. 如图 3 所示，设 A 为这样的粒子，$\boldsymbol{p}$ 为它的动量，这时自旋在 $\boldsymbol{p}$ 方向的投影为 +1/2. 但我们看到它的镜象 A' 在 $\boldsymbol{p}$ 方向的投影为 −1/2. 所以据上所述，如果 A 为实际存在的粒子，A' 就不能是实际存在的，一个粒子经过镜象变换后成为不可能存在的粒子，这表示此理论在镜象变换下不是不变的，于是宇称是不守恒的.

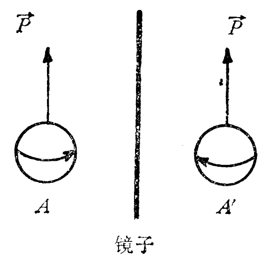

图 3

当 β 衰变中宇称不守恒被发现后，李政道、杨振宁、朗道、萨拉姆同时建议用这种理论来描写中微子，即令中微子的质量为零. 实验测得中微子自旋在动量方向上的投影为 −1/2(称为左旋的)，反中微子则为 +1/2(称为右旋的).

6. 正反粒子变换(C 变换)不变性 这种变换使正粒子变为反粒子，反粒子变为正粒子. 我们用算符 C 来表示这种变换. C 变换不变性是指将体系中的正反粒子互换后的体系运动规律和原体系的运动规律一样. 数学上描写为拉氏量在 C 变换下不变. 这种不变性导致体系的 C 宇称守恒.

C 宇称是描写粒子的状态在 C 变换下的性质的量子数. 如果粒子的状态 ψ 在 C 变换下不变或只差一个 −1 因子: $C\psi=\pm\psi$，则此粒子就有 C 宇称“+”号对应正宇称，“—”号对应负宇称. 显然只有当粒子和反粒子一致时才可以有 C 宇称，否则 ψ 变为 $\psi_{反}$，就不可能仅差因子 ±1. 这种粒子只有非奇异的中性介子如 π^0、η^0、J/ψ……和光子等. 不过由其它粒子构成的正反粒子体系也可以有 C 宇称，如 π^+、π^- 本身没有 C 宇称但 $(\pi^+\pi^-)$ 体系都有 C 宇称. 单粒子的 C 宇称由实验确定，正反粒子体系的 C 宇称则可从理论上推得为 $(-1)^{L+S}$，其中 L 为体系的相对轨道角动量，S 为正反粒子的自旋角动量之和.

和 p 宇称一样，C 宇称在弱作用中也是不守恒的，这也与中微子质量为零有关. 因为 C 变换时只将粒子变为反粒子，而它的旋性是不变的，故 C 变换将使左手中微子变为左手反中微子，而后者在真实世界中是不存在的，故在 C 变换下，体系的运动规律不可能不变. 由于中微子不参加强作用和电磁作用，故由这两种作用支配的运动规律是 C 变换不变的，于是我们可以通过强作用和电磁作用过程来确定粒子的 C 宇称. 例如我们可根据强作用过程 $\rho^0\longrightarrow\pi^+\pi^-$ 来确定 ρ 的 C 宇称. 因为 ρ 的自旋为 1，$\pi^{\pm}$ 的自旋为零，故由总角动量守恒得 $\pi^{\pm}$ 的相对轨道角动量为 1，另外 π^+，π^- 的自旋角动量之和为零，于是 $(\pi^+\pi^-)$ 体系的 C 宇称为负，ρ 的 C 宇称也就为负.