

引力规范对偶与强耦合系统的研究

凌 意

(中国科学院高能物理研究所 100049)

一、引力规范对偶简介

广义相对论将时空结构与物质分布联系了起来,为描述引力相互作用奠定了理论基础,是研究星体、宇宙演化与时空结构的标准理论,自诞生以来已经取得了巨大成功,特别是近年,在该理论指引下人类相继发现当前宇宙在加速膨胀,捕捉到引力波,并拍摄到黑洞照片,这一系列科学大事件开启了多信使天文学与黑洞物理研究的新时代。广义相对论诞生一百一十周年之际,我们对它的认识也迈上了新台阶,其中一个崭新认识,是惊讶地发现它不仅能描述引力相关的物理现象与规律,还能描述没有引力参与的强耦合量子系统提供新途径,其原因是人们在探索量子引力的过程中产生了一个深刻认识,那就是时空内部引力场与低一维边界上规范场之间的对偶关系,简称引力规范对偶。

对偶指的是在不同的物理理论或模型之间存在一种等价或对应关系。通过对偶,原本看似不同的物理理论、现象可以被联系起来,对偶揭示了不同物理系统内在的相似性与统一性。一个典型的例子是电磁学中电场和磁场具有一定的对偶性质,在特定条件下通过适当变换,可以将关于电场的描述转换为关于磁场的描述,反之亦然。引力场与规范场的对偶关系起源于上世纪探索量子引力理论的过程中。众所周知,爱因斯坦场方程在经典层面将时空几何结构与物质分布联系了起来,但是物质本质上是量子的,一个基本的问题是在量子层面时空几何与物质又是怎样联系起来的呢?为此,人们需要考虑引力场或时空几何的量子化,将广义相对论与量子力学协调起来,建立一个完整的量子引力

理论,这是物理学的一个重要课题。20世纪六七十年代贝肯斯坦和霍金关于黑洞熵的工作,是此方向上重要的里程碑。他们发现黑洞不仅具有熵,而且其取值与黑洞视界的面积成正比,这不同于通常热力学系统中熵与体积成正比的规律,这一发现揭开了探索时空微观结构及其量子行为的序幕。在此基础上,20世纪90年代't Hooft和Susskind相继提出了全息原理这一概念。粗略地说,这一原理认为我们三维空间世界的所有信息可能完全包含在一个二维曲面之上,这就类似于大家熟知的全息照相,所以被称为全息原理。具体来说,全息原理包括如下两个方面的内容,一是定性描述,一个量子引力理论可以用边界上的规范场来描述,它们俩在量子层面是完全等价的,这是引力规范对偶这个术语的由来;二是定量描述,受黑洞熵与视界面积成正比的启发,全息原理提出,描述量子引力态的希尔伯特空间维数由时空边界的面积所决定。随后,Maldacena等从超弦理论中找到了一个实现全息原理或引力规范对偶的具体实例,即反德西特/共形场对应(AdS/CFT对应)。反德西特时空是一类带有负宇宙常数的时空,有非常明确的边界和渐进行为,所以人们能在量子层面明确地建立时空内部引力场与边界共形场之间的一一对应关系,如描述时空几何的度规场对应于边界上物质场的能动张量,这种对应俗称为全息字典,它为检验全息原理和引力规范对偶提供了具体方案。由于现今依然没有一个完整的量子引力理论,理论上的检验主要在一些极端情形如大 N 极限下进行(N 是一个描述规范场对称群的参数),从引力场角度得到的结果都与从边界规范场角度得到的结果一致,经历近三十年

的检验与探索,现在人们普遍认为,全息原理很可能是量子引力的一个基本原理。

在大 N 极限下引力规范对偶的一个显著特征,就是它是一种强弱耦合的对偶,即时空内部弱耦合的引力系统对应于边界上强耦合的规范场系统。这种强弱耦合的对偶为处理强耦合量子系统提供了全新方案,因为人们可以利用它把一个没有引力的强耦合系统转化为一个有引力参与的弱耦合系统。方法很简单,若把该系统放置于一个具有负宇宙常数的时空边界之上,这样传统强耦合系统中很难用微扰技术处理的问题,往往对偶于高一维时空中引力和物质的扰动,而该扰动完全由经典场方程来控制,从而使得人们有具体可行的方案来处理强耦合量子系统并理解其中的新奇现象。为了对引力规范对偶在强耦合系统中的应用有一全面认识,接下来我们对强耦合量子系统做一简单介绍。

二、研究强耦合量子系统的主要困难

强耦合量子系统是当前物理学研究的重要对象,高温超导、奇异金属、夸克胶子等离子体、量子自旋液体、量子混沌与湍流等新奇物态与现象层出不穷,都与强耦合相互作用有关,探寻这些量子系统中的新奇现象与其背后的普适规律是物理学研究的重要课题。量子理论中处理含粒子间相互作用的传统方法是微扰论,但该方法往往仅在弱耦合情形下有效,就是说在系统哈密顿量中,相互作用项的贡献远小于自由粒子项的贡献。当相互作用变强的时候,其在微扰展开过程中产生的高阶项将变得重要,乃至随着展开阶数的增加而发散,意味着微扰方法的失效,此时往往需要采用非微扰方法结合数值模拟来处理,但现阶段这两方面的发展都遇到了巨大困难。一方面,关于非微扰方法,现在依然没有一种普适的非微扰解析理论来处理强耦合量子系统,因为强耦合系统的物理通常由量子涨落所主导,这使得传统的忽略了量子涨落的平均场

理论失效,另外强关联导致的量子临界现象缺乏明显的对称性破缺,使得传统的朗道理论框架也不适用,需要发展全新的理论工具来解析处理强耦合系统;另一方面,关于数值模拟,它涉及到数值计算的量与资源耗费问题。具体以多体系统为例,其一,确定其量子能级与基态就是一件很不容易的事情,因为希尔伯特态空间将随着粒子数的增加而呈指数级增长。通常大家采用的非微扰方法主要有精确对角化方法、量子蒙特卡洛方法、张量网络方法,以及正在发展的量子计算方法。以上方法依然有它很大的局限性,比如精确对角化方法仅适用于粒子数小于 20 的小系统,而量子蒙特卡洛方法在处理费米子系统的符号问题时也会使采样效率指数级降低,张量网络主要在处理一维和准一维系统有独特优势,但在高维情形下强耦合量子系统依然很难用张量网络处理。其二,强耦合系统的量子态往往具有高度纠缠的特征,其纠缠熵通常随空间范围迅速增长,导致经典算法无法高效压缩或处理信息,特别是在高维系统中计算的复杂度将呈指数增加。其三,强耦合系统呈现出全新的非微扰效应和演生现象,这些无法通过逐阶修正自由粒子理论来描述,如高温超导中的电子配对机制,因超越于传统的 BCS(Bardeen-Cooper-Schrieffer)理论依然是一个待解之谜,又如描述分数量子霍尔效应的拓扑序依赖于全局量子纠缠,无法用局域序参量描述;特别是强耦合非线性系统在非平衡状态下还会涌现出极为复杂的动力学行为,如量子混沌、湍流等。

在此背景下,引力规范对偶能巧妙地将一个强耦合问题转化成为一个弱耦合问题并进行研究,避开了直面强耦合系统时的诸多困难,为研究强耦合系统中的量子现象提供了全新视角和强有力的工具。那引力规范对偶怎样具体地将一个引力理论与没有引力相互作用的强耦合系统联系起来呢?为了对其有一直观认识,我们以 AdS/CFT 对应为例对其基本框架做一类比介绍(见图 1):在日常生活中我们观看电视,主要就是通过眼睛观看荧光屏上五彩斑斓的图像和耳朵聆听声音来欣赏节目内容,其

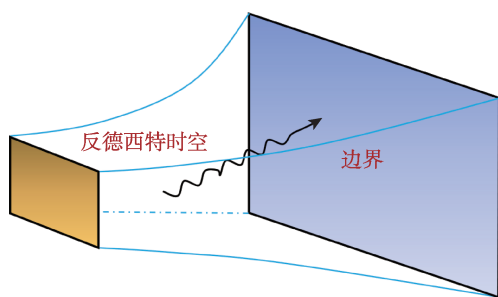


图1 引力规范对偶示意图。反德西特时空类似一个电视机盒子，引力场在盒内传播，而对偶的强耦合系统生活在边界即荧光屏上

实这些图像和声音都是由电视机盒内各种电信号实时决定的,原则上人们可以不通过直接观看和聆听,而是通过分析电视机盒内的电信号来推断此时荧光屏上所呈现的图像和播音器所播出的声音,或者简单来说,观众所接受到的光信号和声音信号,都是由机盒内的电信号所决定的。引力规范对偶中,光信号和声音信号就是规范场的表现,它们在荧光屏上呈现,而机盒内的电信号就是引力和其他物质的扰动。为此,反德西特时空类似于(显像管)电视机的盒子内部,而对偶的规范场就生活在电视机的荧光屏即边界上;电视机盒内的引力场与物质均具有动力学结构,其各种扰动由爱因斯坦场方程组决定,其扰动模式可以根据其在边界处的渐进行为分为两类,一类为衰减模式,而另一类模式如同电子枪内的电子流,可以到达荧光屏并使荧屏发光,从而成为边界上量子场算符的源。引力规范对偶的一个深刻认识,就是发现边界上场算符对源的响应程度,与机盒内的衰减模式有紧密关联,所以完整地求解机盒内的扰动模式可以得到边界上对应量子场的格林函数,进而通过线性响应理论计算输运系数并最终发现强耦合系统的物理规律。反过来,通过研究边界上量子场的性质,如纠缠熵和复杂度,人们也能探知机盒内的引力与几何结构,只是它比求解扰动方程要复杂得多。接下来我们主要介绍引力规范对偶在各类具体强耦合量子系统中的应用,即如何通过求解引力场扰动方程来探寻强耦合系统的普适性质,这类似于电视机内通

过电信号来推导屏幕上会出现什么样的光信号与声音信号。

三、引力与流体对偶

早在20世纪80年代,人们就发现黑洞视界附近的引力扰动具有流体动力学行为,揭示了引力与流体之间的深刻联系。而引力规范对偶则进一步刻画了时空内部引力扰动与边界上流体动力学之间的对偶关系,此时流体力学作为规范场的低能有效理论出现。我们从如下几个层面来总结引力流体对偶取得的主要成就:首先是动力学方程之间的联系,描述边界流体的Navier-Stokes方程可从反德西特时空中的爱因斯坦方程导出,深刻揭示了引力本身的流体动力学行为;其次是线性扰动层面上的联系,反德西特时空中的引力解与边界上宏观流体的模式有明确的对应关系,比如黑洞准正规模中的衰减模式对应流体中的粘滞耗散模式,准正规模的频率对应流体相应关联函数的极点,从而可通过线性响应来得到边界流体的粘滞系数、热导率等,这为其揭示高能物理中夸克-胶子等离子体的粘滞性质,与凝聚态系统中高温超导与奇异金属的导电性质提供了理论基础;三是非线性层面上的联系,反德西特时空中的非线性现象,如引力坍塌或混沌现象,可能与边界流体的复杂行为如湍流、激波等存在对应关系,这为研究非平衡态动力学提供了新途径。

四、引力与量子色动力学(QCD)对偶

引力规范对偶为研究强耦合极限下的非阿贝尔量子场提供了强有力的工具,特别是在揭示强耦合等离子体在非零温度下的热力学性质、流体性质与输运性质具有其独特的作用和有效性,为理解极端相对论情况下的解禁闭QCD物质和重离子碰撞试验现象打开了一扇新窗口。其中突破性的成就就是在强耦合极限下,人们发现流体的剪切粘滞系数与熵密度之比为一非零常数,而且这一结果与夸

克-胶子等离子体(QGP)实验中的观测值接近,为揭示相对论重离子对撞机(RHIC)和大型强子对撞机(LHC)实验现象提供了新视角,这也是引力规范对偶取得的标志性成就。针对 QCD 低能现象,人们相继构建了与其匹配的硬墙模型、软墙模型和手征对称性破缺的引力模型,成功复现了介子和重子质量谱,得到了符合实验观测的强子激发态规律。现在,AdS/QCD 对偶依然为 QCD 中难以计算的强耦合问题提供了重要工具,如强子形状因子与耦合常数、热密 QCD 相变、重子结构与核物质等。

五、引力与凝聚态理论对偶

众所周知,很多凝聚态系统在强耦合情形下呈现出非常新奇的物态现象,很难用传统方法比如费米液体理论来解释,理解这些现象是凝聚态理论研究中的重要课题,引力规范对偶为理解高温超导机制、奇异金属行为、金属-绝缘体转变等量子临界现象提供了全新的思路 and 方案。

回顾引力物理研究与凝聚态理论研究的历史与现状,会发现一些有趣的相似性。一方面,当前引力物理研究的理论基础是广义相对论,而它所面临的一些基本问题,如奇点问题,往往预示着理论本身具有局限性,大家倾向于认为这些问题不能在经典广义相对论框架内彻底解决,而将希望寄托于广义相对论与量子理论融合后的量子引力理论,至今构建量子引力理论可以说是整个理论物理学界的基本问题;另一方面,传统凝聚态理论研究的基础是由费米、朗道等人建立起来的费米液体理论,该理论的核心思想是采用平均场论将大部分的相互作用吸收到准粒子概念当中,从而大大简化了多体系统间相互作用的处理,但是该理论也面临一些基本问题,如高温超导理论机制问题,其核心是理解电子如何配对,强耦合系统往往体现出诸多不同于费米液体的特征,比如它可能没有准粒子,而且基态具有高度纠缠的特点,大家倾向于认为这些基本问题不能在费米液体理论框架下彻底解决,而将

希望寄托于非费米液体理论的建立,可以说构建一个能处理强耦合体系的非费米液体理论,是凝聚态理论研究的首要目标。

全息引力与凝聚态理论对偶的兴起,始于全息超导模型的构建。反德西特时空的一个重要特点是允许有负能粒子的存在,这意味着无毛反德西特黑洞可能存在不稳定性,从而导致 U(1) 对称性自发破缺形成带有标量毛发的新几何背景,而联想到凝聚态理论中的朗道-金兹堡机制与全息对偶,引力时空中标量毛发的产生,对应着边界场上某种标量算符的凝聚,从而大家猜想这预示着边界上的物质产生了超导凝聚。为了佐证这一猜想,人们通过标准的全息字典与线性响应理论,计算了凝聚后边界对偶场的电导率,其随频率的变化行为确实表明这种相变导致了直流电导的发散,从而实现了全息超导。全息超导的一个显著特征,是其超导能隙远远大于 BCS 理论在弱耦合情形下所预言的 $3.52 T_c$,而与高温超导实验的观测数据更为一致,由此引力规范对偶为探索高温超导理论机制打开了新窗口。随后,人们在引力时空中加入费米场,构建了全息非费米液体与奇异金属模型,在这类物质相中,发现依然有费米面,且其激发态能量与温度的关系与通常费米液体不一样,这为我们理解奇异金属行为与新现象提供了思路与方案。近年 Sachdev-Ye-Kitaev (SYK) 模型与 AdS 时空之间的深刻联系掀起了研究时空结构与强耦合系统的新热潮。SYK 模型是一个具有随机多体相互作用的费米子系统,人们发现它在强耦合极限下出现共形对称性,从而对偶于二维 AdS 时空,这一重要进展为通过全息方法来研究 SYK 模型打开了新窗口,成为一条研究奇异金属与构建非费米液体微观理论的重要途径,也为从实验上检验引力的全息性质提供了新方案。

六、引力与量子纠缠

在量子理论中,有一个非常重要的概念刻画了量子系统的非定域性关联,就是量子纠缠。纠缠熵

是用来度量两个子系统间纠缠程度的重要物理量。在传统的量子场论中,计算纠缠熵是一件极为困难的事情,受黑洞熵与视界面积成正比的启发,Ryu与Takayanagi提出边界上两个子系统间的纠缠熵由反德西特时空内部以子系统分界面为端点的最小极值面积来刻画,这样将计算纠缠熵的问题转换成为一个求时空体内极值面的几何问题,大大简化了纠缠熵的计算,也为深入研究量子信息中的多体纠缠开辟了新途径。例如量子相变是凝聚态物理中人们最感兴趣的现象之一,但是系统地来描述量子相变依然是一个突出的公开问题,特别是对于某些量子相变,不涉及对称性破缺也没有传统的序参量,大家推测纠缠能为理解量子相变提供重要的帮助,通过构建全息引力模型,人们发现全息纠缠熵及其导数在量子临界点附近表现出极值行为,为采用全息纠缠熵标识量子相变提供了直接证据。以纠缠熵的全息描述为突破口,现引力规范对偶已成为量子引力与量子信息交叉的纽带。

七、引力与非平衡物理

自然界往往处于非平衡状态,因此对非平衡物理的研究一直是理论物理中极其重要的研究领域,然而采用传统方法对这类系统(特别是强耦合情形)进行研究却非常困难。引力规范对偶为研究强耦合体系的非平衡物理注入了强大活力,在QGP的热化、量子淬火、量子混沌、量子湍流、动力学相变等课题上展示了其不可替代的优势,在这里我们以它在量子混沌与量子湍流中的应用为例。

量子混沌研究量子系统中与经典混沌对应的复杂动力学,如蝴蝶效应,非线性系统中的蝴蝶效应意味着初始时刻的微小扰动,可能在演化后的某一时刻产生不可忽略的影响,是一类典型的强耦合混沌现象。描述量子混沌中的信息扩散主要由非时序关联函数(OTOC)来刻画,其随时间演化具有指数增长形式,其中衡量混沌强度的重要参数是李雅普诺夫指数,而衡量混沌传播的重要参数是蝴蝶

速度。近年,人们在研究黑洞捕获信息和视界附近高能粒子散射的过程中,发现蝴蝶效应在视界附近普遍存在,并以爱因斯坦场方程的冲击波解的形式体现出来。其中一个重要成就,是发现满足最大混沌的系统在低能极限下普遍与AdS时空中的引力理论对偶,其李雅普诺夫指数完全由黑洞霍金温度所决定。在传统强耦合多体系统中,描述量子混沌的非时序关联函数是一个很难计算的物理量,采用引力规范对偶,人们可以将其转化为黑洞视界附近引力子散射或探针粒子运动的动力学问题,特别是SYK模型中的OTOC,可以通过AdS黑洞背景下的Jackiw-Teitelboim(JT)引力理论的路径积分精确求解。另外,人们发现蝴蝶速度在量子临界点附近变化显著,在临界点附近有极值行为,这为标识和研究量子临界现象提供了新途径。

湍流是重要的基本科学问题,而量子湍流主要指超流体或量子涡旋系统中的湍流行为,其特征是量子化涡旋线的纠缠与能量级联(能量从大尺度涡旋到小尺度耗散的现象),由于量子湍流涉及量子相干性和拓扑缺陷,其非平衡动力学难以通过传统场论解析研究,而通过引力规范对偶构建的全息超流模型被认为是研究量子湍流的最有效模型之一。通过构造AdS时空的非平衡几何可模拟边界场的湍流现象,其中一个重要成果,是通过研究二维湍流的能谱标度律,发现全息流体的能量谱在惯性区近似满足动量的 $5/3$ 幂律行为,与经典Kolmogorov标度一致。最近,人们又在动态时空与湍流激发、量子涡旋的全息实现、全息湍流的能量耗散机制与普适标度等方面取得了进展,如利用动态黑洞模拟边界场论中的能量注入,观察到非线性涡旋结构的自发形成,观察到三维湍流的直接能量级联和间歇性(局部能量涨落)等。

除了量子湍流之外,超流/超导体中还有很多重要的动力学问题可以利用全息模型来研究,包括超流孤子的碰撞动力学、朗道临界速度与超流不稳定性、BEC-BCS渡越与动力学等问题。

八、小结与展望

本文主要介绍了引力规范对偶在强耦合系统中的应用,没有过多涉及它对量子引力与时空结构研究本身的推动作用。在这里略举两例,一是纠缠熵的几何描述对黑洞信息丢失佯谬研究的促进作用,二是量子纠缠与时空微观结构的紧密联系。

首先,纠缠熵的几何化为解决黑洞信息丢失佯谬等基本问题打开了新思路。由于霍金辐射,人们认为黑洞蒸发是一个非幺正过程,从而使得信息最终因黑洞的完全蒸发而不可避免地将完全丢失。最近,引力规范对偶为解决此问题提供了全新方案,该方案现被称为全息岛屿图景。其基本想法是将黑洞与辐射看成一个整体,采用全息纠缠熵来描述蒸发过程中黑洞与辐射间的纠缠,最终会发现黑洞与辐射间的纠缠并不会一直增加,而是在黑洞蒸发的中期后逐渐减小,这意味着信息也将在蒸发的后期被逐渐释放出来,从而不会丢失。

量子纠缠与时空结构的紧密联系,让人猜想时空也许只是表现量子系统中物质纠缠方式的一幅几何图形,或者说时空的经典连接是通过两个区域中自由度之间的纠缠来实现的,其中一个突出例子是由 Maldacena 和 Susskind 提出来的“ER=EPR”猜想(其中 ER 指由物理学家 Einstein 与 Rosen 构建的虫洞, EPR 指由 Einstein、Podolsky 和 Rosen 构建的纠缠粒子对),该猜想认为量子纠缠在两个黑洞之间创造了一个几何连接从而形成虫洞。这深刻寓示了几何与纠缠的关系普遍存在,纠缠是时空交织成一个平滑整体的必要元素。更为重要的是,近年从多体理论中发展起来的张量网络和从圈量子引力中发展起来的自旋网络,都为描述纠缠重整化提供了直观的几何描述,也为利用多体系统的纠缠性质探讨时空结构及其演生奠定了基础。

总之,引力规范对偶作为时空几何与物质状态之间的一座桥梁,在理论物理研究中扮演着越来越重要的作用,已逐渐成为量子引力、凝聚态理论和

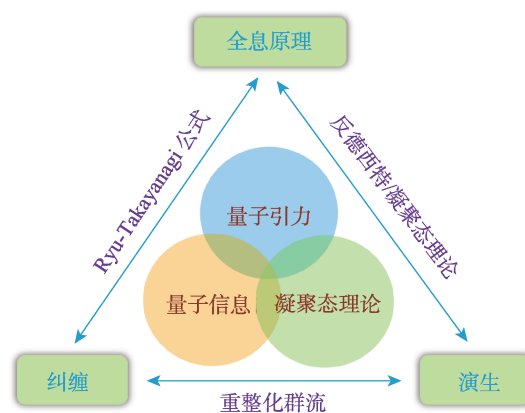


图2 引力规范对偶逐渐成为量子引力、凝聚态理论与量子信息交叉的重要纽带

量子信息交叉领域间的重要纽带(见图2)。一方面,引力规范对偶对于揭示引力的本质属性和构建量子引力理论具有重要意义,是探讨引力量子行为和时空微观结构的重要途径;另一方面,它也为研究和理解强耦合多体系统的新奇物态及普适性质提供了重要工具,现引力规范对偶已被应用到高能粒子物理、凝聚态物理、量子信息乃至人工智能等领域,为定量考察时空几何的全息性质、流体的传输性质和量子系统的纠缠与复杂度提供了切实可行的方案,并且产生了深远影响。我们有理由相信,在接下来的探索中,引力规范对偶将为揭示引力与时空的本质属性与强耦合系统的普适性质做出更重要的贡献。

