



# 国际空间站(ISS)的轨道衰减动力学研究 ——23届亚洲物理奥林匹克竞赛(APhO)第一题

徐睿 宋峰

(南开大学物理科学学院 300071)

地球表面有大气压的作用,有重力的作用。人类要走出地球,进入太空,就需要了解几乎没有大气、没有重力的太空环境。在地球外面适当的位置处建立空间站来开展研究,可以帮助人们了解并掌握微重力和大气环境下的科学规律。

1998年,由美国航空航天局,联合欧盟以及日本、俄罗斯、加拿大等16个国家共同建造国际空间站(International Space Station,缩写:ISS),2010年完成并全面使用。ISS是在轨运行的最大的空间平台,拥有现代化科研设备,可开展微重力环境下的多学科基础和应用科学研究。中国空间站(China Space Station,缩写:CSS,是我国独立自主建成的太空实验室,于2023年建成。目前ISS已经服役多年,出现了一些问题,预计2031年停止使用。届时将只有中国一个空间站在轨运行。

2023年5月21~29日,第23届亚洲物理奥林匹克竞赛(APhO 2023)在蒙古国乌兰巴托举行,来自

28个国家和地区的代表队参加了比赛。理论赛题第一题以ISS为背景,考察了微大气环境下的大气压模型、轨道减速和空间站下降速率、大气阻力、原子氧离子阻力、地球磁场的阻力等问题。

## 引言

国际空间站的基本数据:轨道近似为圆形,平均高度最低370 km,最高460 km。轨道在大气层热层的中心,与地球赤道的倾角为 $\theta=51.6^\circ$ 。虽然空间站与地球表面的距离会缓慢变化,但在一个周期内此变化可以忽略。图1为绕地球轨道运行的国际空间站照片。

国际空间站的质量为 $M_s=4.5\times 10^5$  kg,总长度为 $L_s=109$  m。为国际空间站提供电能的太阳能电池板的宽度为 $W_s=73$  m(源于美国宇航局(NASA)官方报告)。包括所有的电池和其他部件在内,国



图1 绕地球轨道运行的国际空间站

际空间站的有效横截面大小约为  $S \approx 2.5 \times 10^3 \text{ m}^2$  (源于欧洲航天局, SDC6-23)。

国际空间站在轨运行时,由于一种或多种轨道运动吸收了能量,导致了空间站的轨道衰减,能量消耗主要包括:(1) 气体分子与空间站的频繁碰撞造成的空气阻力。(2) 空间站地球磁场中运动受到的安培力。(3) 空间站与氧离子的相互作用。

据 NASA 官方网站报道 (<https://mod.jsc.nasa.gov>): “...2008年5月,国际空间站轨道高度为350公里,下降了4.5 km的高度,并由 Progress-60 补给飞船重新提高了5.5 km。还有一次,国际空间站继续下降了5.5 km的高度...”

国际空间站年度报告(2022年)介绍:“...国际空间站每天最多下降330英尺(100 m)...”。2023年,国际空间站的飞行高度为410 km,轨道每天衰减大约70 m(每月约2 km),在磁暴期间,每日下降高度可达300 m。图2给出了不同年份的轨道距离地球表面的高度,图3是近两年的高度。国际空间站可以通过使用其自身和来访飞船的推动力来完成脱离轨道的机动调整。

本题所使用的符号和物理常数

理想气体常量:  $R=8.31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

阿伏伽德罗常数:  $N_A=6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

空气的摩尔质量:  $\mu=0.029 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$

地球的质量:  $M_E=5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

地球的半径:  $R_E=6.38 \cdot 10^6 \text{ m}$

万有引力常数:  $G=6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$

地球表面的空气密度:  $\rho_0=1.29 \text{ kg/m}^3$

地球表面的重力加速度:  $g_0=9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

地磁场平均强度:  $B=5.0 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

电子电荷量的绝对值:  $e=1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

### A 部分:修正的大气压公式(2.0分)

大气压来源于大气,气体主要由中性的  $\text{O}_2$  和  $\text{N}_2$  分子组成,可以利用克拉帕隆-门捷列夫定律(理想气体定律)表示:

$$pV = \frac{M}{\mu} RT$$

其中,  $p$ 、 $V$ 、 $T$ 、 $M$  和  $\mu$  分别表示压力、体积、温度、质量和摩尔质量,  $R$  是理想气体常量。

有两个方程可以计算气压与高度的关系。第一个方程适用于标准对流层模型( $h < 100 \text{ km}$ ),且假设温度随高度增加而降低。第二个方程属于热层标准模型( $h > 250 \text{ km}$ ),且假设温度不会随着高度而

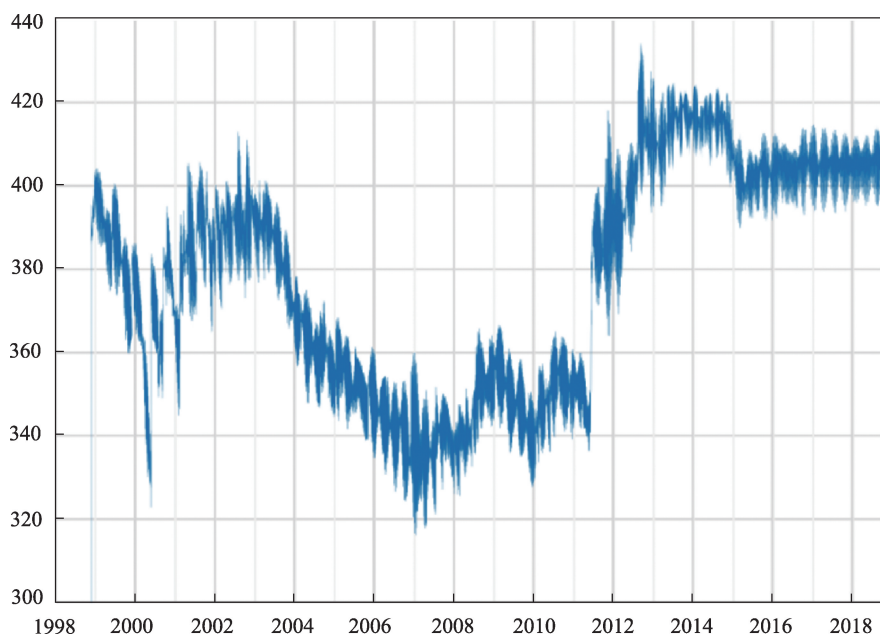


图2 国际空间站不同年份的高度(km)

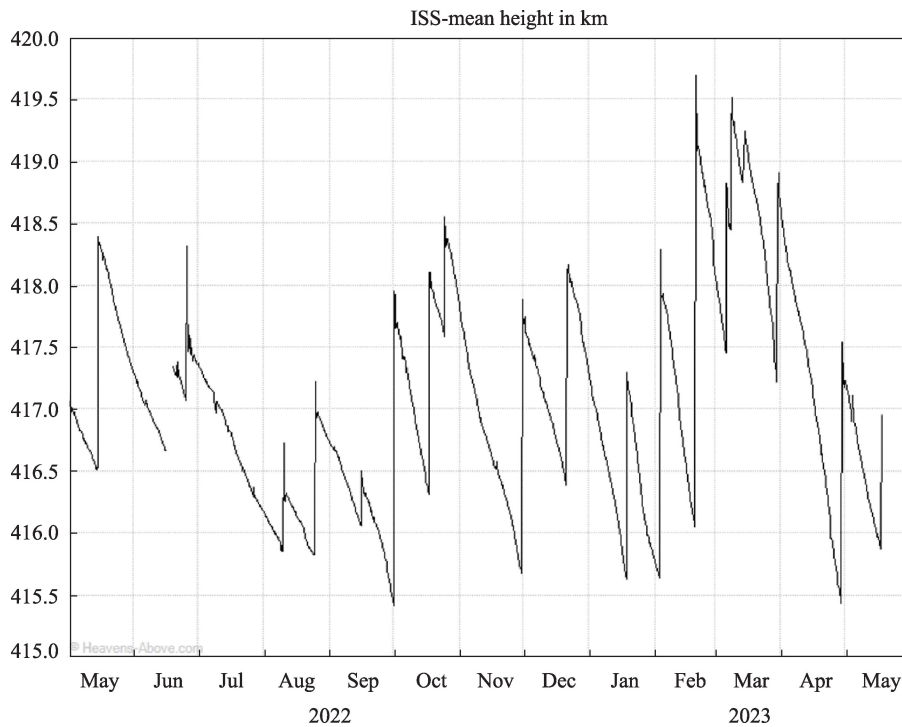


图3 国际空间站2022~2023年的平均高度(km)

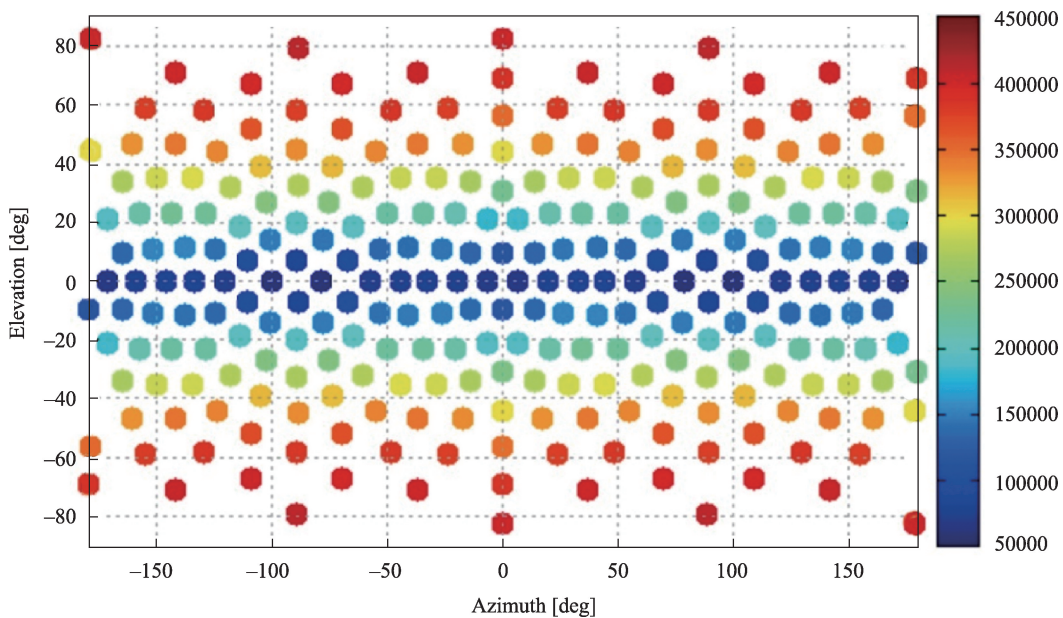


图4 国际空间站不同角度的横截面积(dm<sup>2</sup>)。CROC提供的横截面积为2481 m<sup>2</sup>

变化很大,此模型可用于国际空间站所在的高度。我们可以假设所有压力都是流体静力和各向同性的(也就是在所有方向上作用大小相等)。

问题 A.1: 导出国际空间站高度  $h$  时的空气压强  $p_h$  的通用积分表达式,这个方程被称为通用气压

公式。(0.5分)

提示:温度、万有引力可能与  $h$  相关。

注1:地球热层(参见图5)在高度300~600 km时温度变化不大,在太阳一面平均约为800~900 K。因此,在研究国际空间站在轨飞行时可以取  $T_h =$

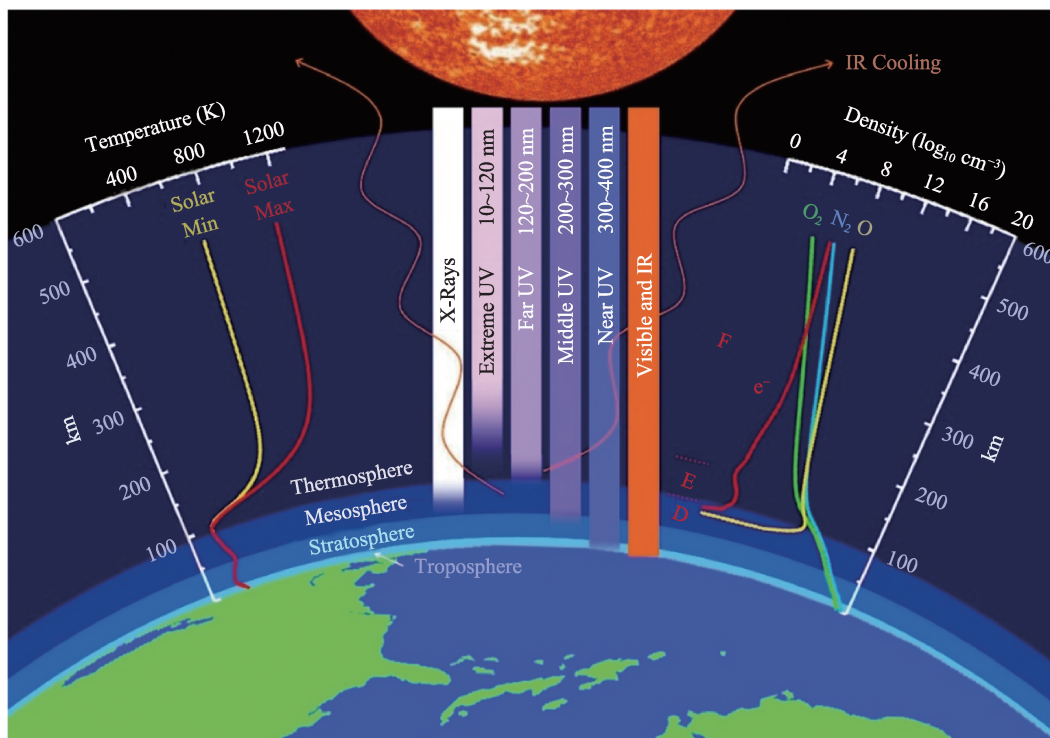


图5 地球的热层

$T=\text{const}$ 。特别注意,由于国际空间站几乎一半的飞行时间在地球阴影里,这里的温度急剧下降,我们可以取  $T=425 \text{ K}$  作为这些高度的平均温度。这个温度也符合  $h=400 \text{ km}$  处的空气密度  $\rho_h \sim 10^{-12} \text{ kg/m}^3$  [MSISE-90 地球上层大气模型]。

问题 A.2: 当温度和重力加速度  $g_h$  与高度  $h$  无关时,推导出空气压强的表达式  $p^{\text{sta}}$  (标准气压公式)。当  $T=425 \text{ K}$  时,计算参量  $h_0 = \frac{RT}{\mu g_0}$  的数值。(0.3分)

问题 A.3: 当温度为常数但重力加速度与  $h$  有关时,推导出空气压强的表达式  $p^{\text{himp}}$  (改进的气压公式)。提示:只使用低阶近似,精度为  $O(z^2h)$ 。这里,空间站相对于地表的飞行高度  $h$  远小于地球半径:  $z_h = h/R_E \ll 1$ 。(0.6分)

问题 A.4: 推导出气压公式“标准”和“修正”版本的比率  $p^{\text{himp}}/p^{\text{sta}}$ 。估算  $h=4.0 \times 10^5 \text{ m}$  时的这个比率。接下来都使用“修正”版本。(0.4分)

问题 A.5: 推导出高度  $h$  时空气密度  $\rho_h$  和中性空

气分子浓度  $n_h$  的表达式,精度为  $O(z^2h)$ 。(0.2分)

解题思路提示:本部分拟对空间站不同轨道高度处的气压和空气密度浓度进行研究,需要考虑温度和万有引力的影响。作为整个题目的第一部分,是整个题目的基础,正确推导出该部分的公式是突破整个题目的关键。

根据题目提示,可以假设所有的压力都是流体静力学的,也就是在所有方向上作用大小相等。由高度变化  $dh$  所带来的气压  $dp_h$  变化式,再根据理想气体状态方程可以获得压强变化与高度变化的关系(微分式),再从  $h=0$  到高度  $h$  进行积分可以获得气压的表达式,计算时采用一阶近似。

### B 部分:轨道减速和空间站下降速率 (3.0分)

考虑确定质量为  $M_s$  的空间站的轨道衰减速率问题,其受到恒定的摩擦力  $F_{\text{drag}}$ 。假设下降高度  $dh$  远小于飞行高度  $h (dh \ll h)$ 。

问题 B.1: 推导出空间站在高度  $h$  的稳定轨道运行时的速度  $v_h$  和旋转周期  $\tau_h$ 。(0.5 分)

问题 B.2: 求出空间站在半径为  $(R_E + h)$  的圆形轨道运动时的总能量  $E_s$ 。(0.5 分)

问题 B.3: 施加在恒定质量空间站上的总减速力是由一些外部阻力  $F_{\text{drag}}$  给定的。由此导致的结果是,国际空间站减速,然后在一个微小时间间隔  $dt$  内其高度下降  $dh$ 。给定一个  $F_{\text{drag}}$  值,在空间站和其周围系统总能量平衡时,推导出  $dh$  和  $dt$  关系的方程。(1.0 分)

问题 B.4: 求出空间站(脱轨)的下降速率  $u_h$ 。提示:脱轨速率与摩擦力、空间站的高度和空间站的质量有关。(0.5 分)

问题 B.5: 求出绕地球一圈的高度下降量  $H_h$  和空间站从高度  $h$  下降到地球表面所需的总时间  $T_h$ 。提示:考虑关系  $h_0 \ll h \ll R_E$ 。

解题思路提示:可以通过牛顿第二定律,也就是地球的万有引力与离心力平衡来获得空间站的速度和周期。再根据机械能守恒来获得下降速率,然后结合周期求出绕地球一圈的高度下降量。最后利用下降速率的微分方程计算空间站从高度  $h$  下降到地球表面所需的总时间。

### C 部分:大气阻力 (1.0 分)

空间站的速度  $v$  比  $h \approx 300\text{--}400\text{ km}$  处的大气分子热运动的平均速度(几百米/秒)大多倍,所以我们可以假设这些分子在与空间站相撞前是静止的。为了大概估计大气阻力,我们假设碰撞后分子获得与空间站相同的速度。

问题 C.1: 求出空气阻力  $F_{\text{air}}$ ,轨道高度下降速率  $u_h^{\text{air}}$ ,和下降量  $H_h^{\text{air}}$ 。(0.5 分)

问题 C.2: 求出空间站由于空气阻力从高度  $h$  下降到地球表面所需的总时间  $T_h^{\text{air}}$ 。提示:考虑关系  $h_0 \ll h \ll R_E$ 。(0.5 分)

解题思路提示:可以假设分子在与空间站相撞前是静止的,并且假设碰撞后分子获得与空间站相

同的速度,进而获得空气阻力的表达式。将此式带入上一部分得到的公式获得此时的下降速率方程和周期高度下降量,最后利用关系  $h_0 \ll h \ll R_E$  计算空间站从高度  $h$  下降到地球表面所需的总时间。

### D 部分:原子氧离子阻力 (1.0 分)

在热层中,在紫外线、X 射线太阳辐射和宇宙射线的影响下,空气电离发生(“极光”)。不像  $O_2, N_2$  在太阳辐射作用下不会发生强电离,因此,一般来说,在地球上层大气氮原子比氧原子少得多。在 250 km 以上高度,氧原子占主导。含有电子和氧离子的层会出现在大气的向阳侧。这种情况下,原子氧离子的浓度达到  $n_{\text{ion}} \sim 10^{12}\text{ m}^{-3}$ 。

问题 D.1: 求出与这些粒子机械碰撞相关的减速力  $F_{\text{ion}}$  在 24 小时内的平均值。电离层的强降低作用在夜间可以忽略。给出氧离子的密度  $\rho_{\text{ion}}$  表达式。(0.3 分)

问题 D.2: 求出由于氧离子所导致的空间站下降速率  $u_h^{\text{ion}}$ 。写出电离效应所导致的公转一周下降量  $H_h^{\text{ion}}$ 。提示:考虑关系  $h_0 \ll h \ll R_E$ 。(0.7 分)

解题思路提示:重点是分析粒子机械碰撞所带来的减速力,并且需要考虑夜晚电离作用的减弱在空气阻力公式的基础上得到离子带来的减速力,由此获得离子带来的空间站下落速度和周期高度下降量。

### E 部分:地球磁场的阻力 (2.0 分)

我们考虑地球磁场对空间站运动的影响,地球表面附近的磁场值是  $(3.5\text{--}6.5) \cdot 10^{-5}\text{ T}$ ,平均值为  $5 \cdot 10^{-5}\text{ T}$ 。当空间站在磁场中高速运动时,空间站结构中的导电部分会产生感应电流(电动势(EMF))。电动势导致空间站导电部分中电荷重新分布。空间站周围会出现电场,影响环境中带电粒子的运动。电子被吸到空间站带正电势的部分(相对于空间站的中间部分),带正电的离子被吸到空间站具有负电势的部分。撞击空间站表面的电子和离

子会结合成为中性氧原子,同时电子在空间站导电部分运动形成电流。空间站在太空中运动,从周围空间中“收集”电子和离子并与它们碰撞。为简单估计流过空间站导电部分的电流大小,我们将假设空间站只在其横截面积 $S$ 内收集,并且所有离子和电子都参与到电流产生当中。

问题E.1: 估算感应电流强度 $I_{ind}$ 。(0.6分)

问题E.2: 确定出与空间站运动方向相反的制动安培力 $F_{ind}$ 的近似表达式。用 $\phi$ 表示沿经线方向的地球磁场 $B$ 与空间站运动方向的夹角。为了简化起见,可以将空间站长度 $L$ 近似为面积 $S$ 的平方根。此外,可以将 $\sin(\pi/2-\theta)$ 近似作为 $\sin(\phi)$ 的平均值。可以使用采样点的离散数来计算平均值。(0.6分)

问题E.3: 求出由于地球磁场所导致的空间站下降速率 $u_{ind}$ 。写出磁场所导致的空间站转一周的高度下降量 $H_h^{ind}$ 。提示:考虑关系 $h \ll R_E$ 。(0.8分)

解题思路提示:可以基于在时间 $dt$ 内撞击空间站的电子数量,利用前文给出电流公式求出电流。根据题目提示求得 $|\sin(\phi)|$ 的平均值后,利用安培力公式求得空间站的阻碍安培力。最后结合前文结论公式得到空间站下降速率以及周期下降高度。

### F 部分:数值结果和计算 (1.0分)

问题F.1: 计算并填写答题卡中的表1。(0.4分)

表1

$h$ [km]	$T_h^{air}$ [day]	$u_{air}$ [m/day]	$u_{ion}$ [m/day]	$u_{ind}$ [m/day]	$\Sigma$ [m/day]	$W_{ISS}$ [m/day]
350	316					~170[in 2008]
375	2360					
400	17700					≤100[in 2021]
410	39500					≤70[in 2022]

问题F.2: 计算并填写答题卡中的表2。(0.4分)

问题F.3: 根据其对空间站轨道高度高于380 km时的减速效应,给三种减速过程进行排序。对于国际空间站,轨道高度高于380 km时,求出对轨道衰减贡献最明显的因素。(0.2分)

表2

$h$ [km]	$H_h^{air}$ [m]	$H_h^{ion}$ [m]	$H_h^{ind}$ [m]
350			
375			
400			
410			

解题思路提示:基于前面各问获得的理论公式,代入数据计算并比较。

后记:国际空间站主体包括一个多功能货仓、一个服务舱、一个对接仓和两个小型研究模块。国际空间站的有效空间和中国空间站相当,中国空间站利用积木式结构有效扩展了可用空间,而国际空间站的桁架结构则导致其体积比中国空间站大的多。

本题目的各部分之间逻辑性较强,每部分之间层层深入,要记得合理利用前面得出的结论和公式。在构建标准的物理模型基础之上,标准的数学表达必不可少。解答本题需要具备一定的理论基础和举一反三能力。作为提示,这里给出解答本题时可能涉及到的一些物理公式。

(1) 理想气体定律:  $PV = \frac{M}{\mu} RT$

(2) 密度公式:  $\rho = \frac{M}{V}$

(3) 压强公式:  $p = \rho gh$

(4) 向心加速度公式:  $mg = \frac{mv^2}{R}$

(5) 周期公式:  $\tau = 2\pi \frac{R}{v}$

(6) 动能公式:  $E = \frac{M \cdot v^2}{2}$

(7) 势能公式:  $E = MgR$

(8) 力的做功:  $dA = F \cdot dL$

\* \* \* \* \*

欢迎读者朋友参与“物理奥赛”系列专题的有奖竞答活动,并在答案公布前将您的解答发送至[aosai@ihep.ac.cn](mailto:aosai@ihep.ac.cn)邮箱。对于参与并答对每期题目的前20名读者,编辑部将赠阅1年《现代物理知识》杂志。