

从二到无穷大:超导的宏观量子效应及其应用

罗会仟

(中国科学院物理研究所 100190)

2025年的诺贝尔物理学奖颁给了约翰·克拉克(John Clarke)、米歇尔·H·德沃雷特(Michel H. Devoret)、约翰·M·马丁尼斯(John M. Martinis),以表彰他们“在电路中发现宏观量子隧穿和能量量子化”。三位科学家在1980~1985年期间设计了电流偏置超导约瑟夫森结的电路,率先实现了宏观电流的量子隧穿及能量量子化实验测量^[1]。细数下来,这可以算是超导相关研究第6次获得诺贝尔物理学奖,目前超导领域获得诺贝尔奖人数已达13人之多^[2]!

可能大家会对克拉克等人的获奖感到困惑,甚至有人说这个诺奖是“发早了”。从历史上来看,超导隧道效应的理论和实验确实要早于他们的发现,所以他们的研究既不是“0”也不是“1”,而可以算是在此前基础上发展出来的“2”。然而正是这个“2”,让宏观量子隧穿效应成为电路中易于观测和调控的对象,包括量子计算在内的一系列技术才得以迅速发展,未来充满了无穷多的可能性。那么,究竟什么是量子隧穿?为什么宏观体系存在量子效应?超导的宏观量子效应有什么重要特性和相关应用?

1. 薛定谔猫与崂山道士

说起量子,许多人都容易联想到“薛定谔猫”——这是薛定谔在1935年《量子力学的现状》一文中提的假想实验。把一只猫、一瓶毒药和一颗放射性物质开关放在黑盒子里,猫是死是活取决于放射性物质是否发生衰变的量子状态。薛定谔指出:在此状态中,活猫和死猫是等分混合的,猫既不是“死”也不是“活”,但一旦打开观察就知道确定结果了。诚然,薛定谔的本意是微观粒子的量子叠加态

具有不确定性,可以通过直接观测加以确定。在量子力学看来,所有微观粒子都具有波动性,它们由特定的“波函数”来描述,它是一个复变函数,例如最简单的平面波的波函数可以写成 $\psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)}$,其中A为振幅, $\phi=kx-\omega t$ 为相位。具体来说,粒子的运动状态对应波函数的一系列参数:强度对应振幅A,空间位置对应x(也可以是三维坐标),动量与波矢k对应,能量与频率 ω 对应,t则为时间。微观粒子在哪里出现的概率是波函数的模方 $|\psi(x,t)|^2$,而两个粒子之间的相互作用将是复变函数的叠加,会同时牵扯到振幅A和相位 ϕ ,而不是我们习惯的实空间叠加法则^[3]。正如两股水波相遇会发生互相干涉形成新的条纹一样,两个微观粒子的波函数也能出现干涉现象最终体现在实空间得到相关的概率结果——粒子在空间的分布出现了相干或相消的干涉现象。

《聊斋志异》里有个关于“崂山道士”穿墙术的传说,说是崂山有位道长轻松念动咒语,就能毫发无损地穿墙而过,徒弟学来之后想显摆,却未曾想头上撞了个大包。这听起来在宏观世界是不可能的事情,因为我们每次往石墙上扔皮球,它总是会弹回来。但是,设想你的“皮球”足够小,小到一个微观粒子(比如电子)的尺寸,那么有没有可能“穿墙而过”呢?答案是:可以!微观世界的“墙”,我们一般称之为“势垒”。不同于宏观世界的山坡,只有从坡的一头爬到坡顶才能翻越到坡的另一头,微观世界的粒子面对势垒的时候,是有可能在坡底就打通一个无形的“隧道”而穿越到另一头,这就是量子隧穿效应(图1)。这是因为微观粒子本质上可以看作是“波”,波函数在空间的分布是扩展的,它既有大部



图1 量子隧穿效应示意图

分可能性待在势垒的这一边,也有一小部分可能性出现在势垒的另一边,如果你在下一个时刻在势垒那边观测到了它,那么就发生了量子隧穿。量子隧穿的概率跟什么有关呢?显然,势垒的高度和量子本身能量的差异越大,或势垒的空间尺度越大,隧穿就越难;而粒子的质量越小,则隧穿概率越大^[4]。如果粒子的质量为零,比如光子,就能非常轻松穿墙而过!这其实就是你家里的WiFi信号而已……

早在1927年,洪特就从理论上提出了量子隧穿的概念,但直到20多年后才被实验所观测到。如今,量子隧穿效应在现实世界中已有很重要的应用,比如科学家们常用的扫描隧道显微镜:用极小的针尖去接近材料表面,在尚未触碰到表面原子的情况下,材料表面的电子有一定概率隧穿到针尖上,通过隧穿过来的电流大小进而得知材料表面电子态密度的分布,相当于间接“触摸”到了原子(图2)。接近经典情况下的半导体隧道效应作为二极管的基本原理,是我们广泛使用的手机、电脑、平板等等电子产品的物理基础。所以,不要觉得微观粒子的量子隧穿有多么奇怪,其实你的身边比比皆是!

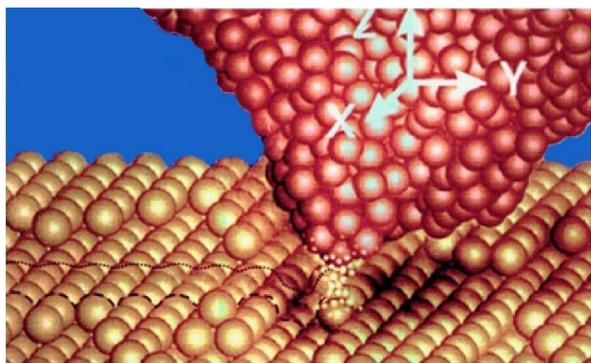


图2 基于量子隧穿效应的扫描隧道显微镜原理

2. 微观粒子的宏观量子效应

量子效应不仅仅是微观粒子的“特权”,在宏观尺度上也是可能出现的。比如我们熟悉的激光,实际是原子集体的“受激辐射”,相关原理由爱因斯坦于1916年提出。激光(Laser)的全称是“Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation”,意思是“经受激辐射增强的光”。当一群原子吸收特定能量的光之后到更高的能级,随之集体跃迁回到低能级,会发射出相同频率的相干单色光,这就是激光。所以,激光可以看作是一大团相同频率的光子,也即光子的宏观量子效应^[5]。激光的这种宏观量子态完全可以在室温或更高温度下实现(图3)。

不只是光子,原子也同样可以实现宏观量子态——玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)态。当把一束原子冷却到足够低温度时,它们会集体凝聚到能量最低的量子态,这就是原子的宏观量子凝聚态,也是原子钟的基本原理。只不过原子的BEC态需要极低的温度,1995年首次实现BEC凝聚的2000个⁸⁷Rb原子需要冷却到170 nK(即0.00000017 K),该成果获得了2001年的诺贝尔物理学奖(图3)^[6]。分子也能实现宏观量子凝聚,2024年6月,美国和荷兰物理学家成功将1000多个钠-铯极性分子冷却成了分子BEC态^[7]。

除了光子、原子、分子之外,材料内部的电子也同样可以实现宏观量子效应。比如整数和分数量子霍尔效应,实际上就是材料内部电子在极低温和强磁场下出现的整数或分数化分立能级,对应宏观尺度下可测量的横向电压。和玻色爱因斯坦凝聚类似,量子霍尔效应也往往需要在极低温下才能出现,把块体材料冷却到mK温度,比把数千个原子冷却到nK要难得多,所以量子霍尔效应的应用较为困难(图4)^[8]。超导现象是人类最早发现的宏观量子效应,对应材料内部巡游电子形成库珀电子对发生的相位相干凝聚。我们可以把超导波函数描述成一群电子对的波函数集合 $\Psi(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots)$,对于同一个超导体,每个电子对的波函数 ψ_i 都具有相

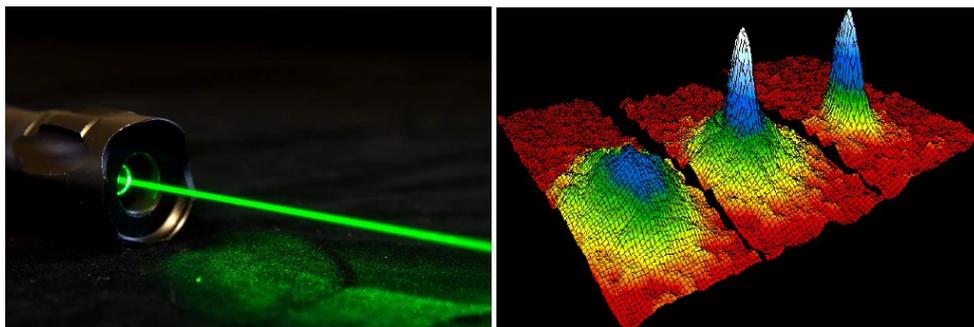


图3 激光和 BEC 态分别是光子和原子体系的宏观量子态

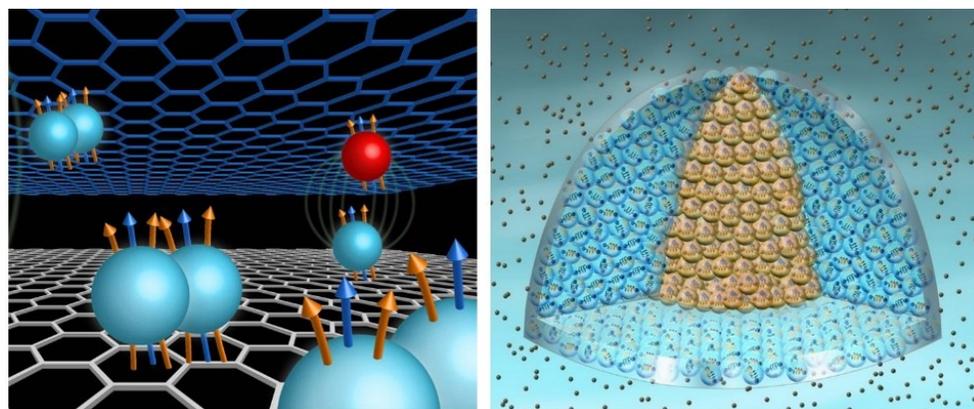


图4 分数量子霍尔效应和超导现象是电子体系的宏观量子态

同的相位 ϕ , 所以超导波函数具有一个“整体相位”, 也就是这群凝聚的电子对可以当做是一个宏观尺度的量子(图4)^[9]。超导体的宏观量子态覆盖了整个材料尺度, 而不会受到原子热振动等干扰, 也会天然排斥外磁场的介入, 所以超导体在足够低温和弱磁场环境下具有绝对零电阻和完全抗磁性现象^[10]。

3. 超导中的宏观量子效应

超导材料中最早发现的宏观量子效应是“磁通量子化”——在第二类超导体相变区域附近, 足够强的外磁场可以导致磁力线进入超导体内部, 而形成一个个“磁通涡旋”, 磁通涡旋具有特定的空间排布, 称之为“磁通格子”。每个磁通涡旋核心对应一束或一根穿透的磁通线, 属于非超导态, 而磁通线的个数, 是完全量子化的, 等于量子磁通($\Phi_0 = h/2e \approx 2 \times 10^{-15} \text{ Wb}$, 也就是“一根磁力线”)的整数倍^[9]。磁通涡旋的存在, 本质上是因为超导内部配对电子集

体和外磁场之间的相互作用, 而其量子化特征为超导的量子应用提供了重要载体。1950年左右, 苏联科学家金兹堡(Vitaly L. Ginzburg)和朗道(Lev D. Landau)建立了描述超导热力学相变的金兹堡-朗道理论(即 GL 理论), 到1957年左右, 另一位苏联科学家阿布里科索夫(Alexei A. Abrikosov)成功解出了强磁场环境下的 GL 方程, 预测了磁通涡旋点阵, 并最终被实验观测所证实(图5)^[10]。朗道因其在液氦超流方面的理论研究工作获得1962年诺贝尔物理学奖。2003年, 金兹堡、阿布里科索夫与莱格特(Anthony J. Leggett)因超导和超流的相变理论获诺贝尔物理学奖^[2]。

超导材料中的典型宏观量子效应是超导隧道效应。1962年, 时年22岁的剑桥大学研究生约瑟夫森(Brian D. Josephson)从理论上探讨了“超导体1-绝缘层-超导体2”结构的电子学效应, 发现即使在不加外界电压情况下, 就会因为两个超导体中电



图5 超导体中的量子化磁通涡旋阵列示意图

子集体相位的差异而形成“超导隧穿电流”，也就是说超导电子对可以量子隧穿方式跑到另一个超导体中去。进一步，在加上外界电压之后，则因为结两边的超导电子集体会发生干涉现象，从而形成高频交变电流，其最小频率是量子化的。这就是“超导隧道效应”，后被命名为“约瑟夫森效应”，前者称之为“直流约瑟夫森效应”，后者称之为“交流约瑟夫森效应”（图6）^[11]。在约瑟夫森理论预言之前，1958年江崎玲于奈(Reona Esaki)实现了半导体的量子隧道效应(二极管)；1960年贾埃沃(Ivar Giaever)在铝/氧化铝/铅、铝/氧化铝/铜、铝/氧化铝/铅等复合薄膜中观测到了超导隧穿电流^[10]。不过，贾埃沃发现的超导隧道效应并不等价于约瑟夫森效应，而是施加外电压下的单电子隧穿效应，其隧穿电流出现的能量对应两个超导体能隙之和^[12]。换句话说，贾埃沃的实验证实了超导能隙的存在——要破坏超导电子态，必须付出足够的能量代价，所以超导作为宏观量子态在低温下是可以稳定存在的，这是超导体具备绝对零电阻和完全抗磁性的必备前提。约瑟夫森预言的效应是超导库珀电子对隧穿，也就是两个电子

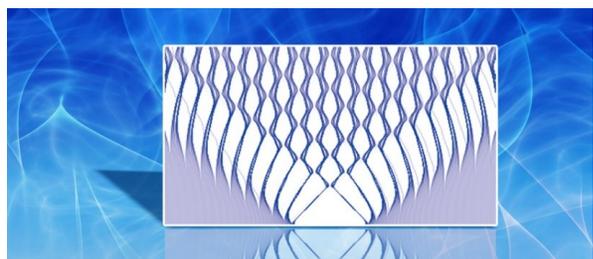


图6 交流约瑟夫森效应中的电流干涉现象

成对发生量子隧穿，且不依赖于外界电压就能实现。约瑟夫森的理论提出之后受到了他导师皮帕(Alfred B. Pippard)和诺奖得主巴丁(John Bardeen)的强烈反对，但是在安德森(P. W. Anderson)随后的理论计算检验，以及他和罗威尔(J. M. Rowell)于1963年的锡/氧化锡/铅隧道结实验证实下，直流约瑟夫森效应成功被确认^[13]，交流约瑟夫森效应也在不久之后被实验观测到^[14]，并得到了广泛的应用，相关超导电子学器件是世界上最灵敏的电压和磁场探测装置。1973年，江崎、贾埃沃、约瑟夫森因半导体和超导体的隧道效应的发现分享了诺贝尔物理学奖^[2]。

最近几年，理论学家还预言了超导材料的另一种宏观量子效应——拓扑超导态。拓扑超导态与传统的有能隙超导态有本质的区别，得以材料内部电子结构的拓扑保护，拓扑超导体在其边界的能隙范围之内，允许存在单粒子形式的准粒子激发，例如满足非阿贝尔统计的马约拉纳任意子(既不属于费米子也不属于玻色子)^[15]。1937年，意大利物理学家马约拉纳(Ettore Majorana)在求解狄拉克方程时发现一种反粒子为其自身的费米子，后来称之为“马约拉纳费米子”。对于自旋为零的超导库珀电子对来说，其准粒子激发就存在一对马约拉纳费米子，表现形式为零能状态下的马约拉纳零能模，等价于“半个电子+半个电子”或“半个电子+半个空穴”(图7)。在一维超导体两端的马约拉纳费米子总是成对出现，可以视作马约拉纳任意子，它们也能构造出量子比特。理论上，二维p波超导体内部的磁通涡旋中心处会钉扎一个动量为零、能量为零的马约拉纳零能模，也即“马约拉纳束缚态”^[16]。实验上，在系列铁基超导体(如在Fe(Te,Se)、 $(\text{Li}_{0.84}\text{Fe}_{0.16})\text{OHFeSe}$ 、LiFeAs、 $\text{CaKFe}_4\text{As}_4$)中因拓扑能带结构的存在，也观测到了马约拉纳零能模及其点阵结构^[17]。通过构造超导体与拓扑绝缘体、一维磁性链、二维磁性薄膜，以及平面约瑟夫森结等特殊复合结构，也可能实现拓扑超导态，但目前实验上仍存在不少争议^[18]。

所以，对于超导体来说，其宏观量子效应的载

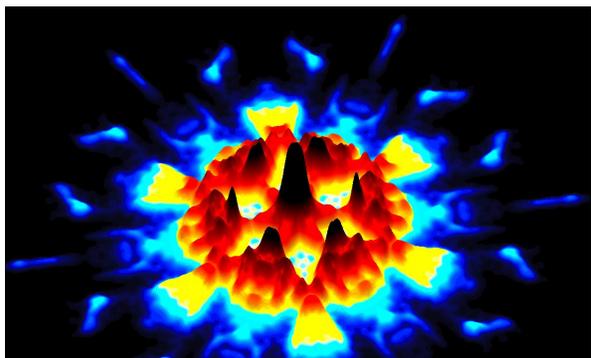


图7 拓扑超导态下的马约拉纳零能模

体可以是“半个电子”、“一个电子”，抑或是“一对电子”(2个电子)。那是否有可能无穷多个电子也能实现宏观量子效应呢？当然可以！克拉克、德沃雷特和马丁尼斯的实验正是实现了宏观电流的量子效应。1980年，莱格特就指出通过设计基于约瑟夫森结的电路结构，可以实现宏观量子态隧穿效应^[19]。1985~1988年间，克拉克、德沃雷特和马丁尼斯构建了特殊设计的超导电路，率先观察到了偏置电流下约瑟夫森结的宏观量子隧穿、量子化能级、共振量子隧穿等效应。他们的实验证明，超导约瑟夫森结的相位 ϕ 可以作为一个宏观量子变量，体现在隧穿电流的量子化行为上，基于类似电路就可以构造出一个稳定可靠的量子操作平台(图8)^[20-23]。所以，确切地说，2025年的诺贝尔物理学奖颁发的是电子体系宏观量子效应的实验观测，属于超导、量子力学和量子计算的交叉领域。需要说明的是，即使他们的实验观测到了宏观隧穿电流，但实际上他们的器件尺寸在10~80微米，远远小于我们熟悉的毫米-米量级的宏观尺度，而且他们实验中宏观量子效应

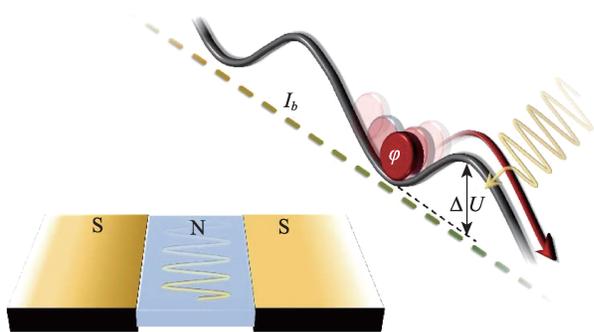


图8 偏置电流驱动的约瑟夫森结中的宏观量子隧穿效应

必须在37 mK以下才能实现，当温度升至100 mK时，体系将恢复到经典的电流隧穿效应^[24]。由此可见，尽管理论上宏观物体也存在量子效应，但要实验上观测到直接证据，是非常困难的。假如去计算崂山道士发生量子隧穿的概率，就会发现即便等待成百上千倍宇宙的年龄，也几乎不可能的事情。宏观量子效应的出现受到温度、尺度、噪声等多方面的干扰，如何优化设计实验方案才是获得成功的真谛，这也是为何该工作具有里程碑式的意义。

4. 超导宏观量子效应的应用

如前所述，超导的宏观量子效应表现形式有很多种，其中基于约瑟夫森效应的电子学器件广泛用在电压基准、弱磁探测、量子计算、深空观测等领域^[25]。在本文最后部分，我们对超导宏观量子效应的相关应用做一个简要的介绍。

电压基准。超导约瑟夫森结的隧穿电流与两边超导体的相位差直接相关，并敏感依赖于其两端电压。简单来说隧穿电流 $I=I_c \sin(2eV/h)$ ，其中 I_c 是临界电流，频率 $f=2eV/h$ ， h 和 e 分别为普朗克常数和元电荷量， V 为两端电压。那么我们也可以反其道而行之，定义电压的最小单元为 $V_0=f \times h/2e$ ，即由一个磁通量子与电流频率共同决定电压的“最小台阶”(图9)^[25]。这就是电压基准，是我们今天所有电学应用的标准单位。所以，或许你觉得超导的实用化距离我们日常生活很遥远，但实际上你用的每一度电，都依赖于超导电压基准的理论定义和实验校准。

弱磁探测。将两个超导约瑟夫森结并联形成一个环，就可以得到一个超导量子干涉仪(Superconducting Quantum Interference Device, 简称SQUID)。SQUID的临界电流会随着外部磁通而发生改变，并且对单个磁通量子的变化敏感，是目前最灵敏(量子极限下)的磁性探测装置，可以探测 10^{-15} T到 10^{-13} T的微弱磁场，相当于地磁场(5×10^{-5} T)的几亿分之一^[10]。SQUID中约瑟夫森结的电感也同时被外部磁通调节，双超导体结构又构成一个电容模块，相当于非线性电感和小电容共同构造了一个非

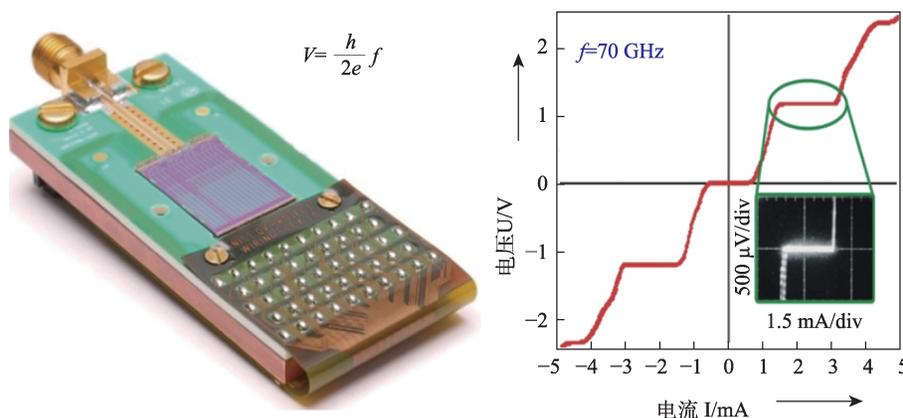


图9 超导电压基准器件与测量

线性LC谐振器。基于SQUID单元或阵列,可以进一步构造出更为复杂的电路和器件,是弱磁探测的神兵利器。例如基于SQUID原理制造的超低场核磁共振成像仪,可以直接探测人体等生物组织中 10^{-9} T到 10^{-6} T的磁场的分布,绘制心磁图、脑磁图等,从而确定一些疾病的特定靶位辅助诊断(图10)^[26]。具有扫描功能的SQUID器件,可以极高空间分辨率绘制材料的磁场分布,以鉴别芯片中的加工缺陷,发现磁性材料的磁畴结构,研究超导体中的磁通涡旋阵列等。大规模、高灵敏度的SQUID阵列可以作为地质和海洋勘探的关键设备,帮助人们寻找到隐藏的矿产。

深空观测。超导约瑟夫森结电路中的宏观量子隧穿电流可以被电磁波(光子)所调控,基于光子辅助超导准粒子隧穿效应制备出的量子混频器可用于精密光学探测,其噪声精度可达量子噪声(hf/k_B),同样也是达到量子极限。超导混频器大部分用

于太赫兹波段的光子探测,可以用于太赫兹通信、太赫兹安检、深空天文探测等领域。例如,我们常规的X射线安检仪主要对金属等高密度物质敏感,但是对陶瓷、塑料等则不敏感,太赫兹安检仪就能弥补这个漏洞。利用超导混频原理将输入信号与本振参考信号进行差频,就能构造出相干探测器,是宇宙探测中需要高频谱分辨率(如分子转谱和原子精细结构谱等)和高空间分辨率探测的必备神器。2019年,事件视界望远镜(EHT)(Event Horizon Telescope)发布的人类历史上第一张M87星系中心黑洞照片,其各个探测终端都有超导混频器的身影,在后续银河系中心黑洞的观测中更是可以清晰看到黑洞周围的磁场分布。更高精度的超导探测器件,在宇宙化学研究、暗物质检测、星系演化,乃至外星生命探索中都有其用武之地(图11)^[27]。

超导数字电路。在直流约瑟夫森结中,由于超导能隙的存在,两端的电压可以有零电压态和非零

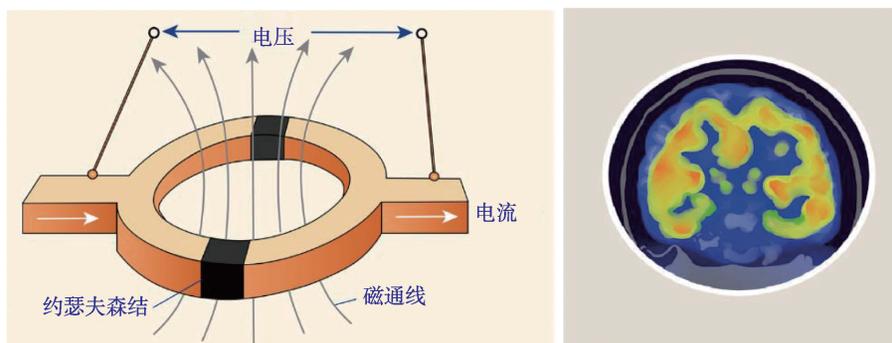


图10 超导量子干涉仪(SQUID)与脑磁图探测



图 11 宇宙深空观测及几类相关的超导探测装置

电压态,意味着可以等效于“0”和“1”两种状态的开关器件,有点类似于半导体的二极管。因此,科学家们也尝试探索过超导触发器逻辑门电路,继而构造复杂的数字电路甚至CPU(核处理器)、NPU(神经网络处理器)等,研发出了超导计算机(注意:有别于超导量子计算机)(图 12)^[28]。超导计算机仍然是基于经典计算机的模型和算法,但是却采用了超导数字电路作为信息处理单元。超导集成电路技术具有极高的算力和能效比,有望突破高性能计算面临的功耗与速度瓶颈,在人工智能飞速发展的时代,或许为一种备选方案。近年来,人们也在若干超导体或其复合结构中观测到了二极管效应,或许能直接构造出更为简洁方便的超导电子学器件^[29]。

超导量子计算。超导量子计算是克拉克等人工作的最直接应用之一,因为他们的工作相当于构造了一个宏观尺度的“人工原子”,具有量子特性且

能被操控,而且与传统的电子学工艺兼容性好,所以可以构造出超导量子芯片,非常高效地完成特定的复杂运算,模拟一些真实的量子物态等(图 13)^[30]。超导量子比特的构造有三类:磁通比特、电荷比特、位相比特,分别利用了超导电子的自旋、电荷、位相等性质,其中基于约瑟夫森结阵列的超导量子芯片是目前的主流^[10]。2019年,马蒂尼斯领导的谷歌 AI Quantum 团队利用 53 个超导量子比特的“悬铃木”(Sycamore)芯片,成功实现了“量子霸权”,或称为“量子优越性”,即在随机线路采样任务中 200 秒完成经典计算机需 1 万年的运算,妥妥地“秒杀”^[31]。2025 年,中国科学技术大学研制 105 量子比特超导量子计算机“祖冲之三号”,在随机线路采样任务中运算速度超经典计算机 15 个数量级^[32]。超导量子计算已经朝着上千量子比特和集成化发展,在国际上竞争激烈^[24]。当然,超导量子计算并非是量子计算的唯一方案,相比之下中性原子量子计算、离子阱量子计算、光量子计算等发展势头也非常快,几种路径孰优孰劣难以判断。另一方面,量子计算虽然已经在特定问题方面可以“秒杀”经典计算机,但目前并不能全面替代经典计算机,而且其成本也非常高昂导致难以普及。另一方面,量子计算机可用于真实量子系统的模拟。例如理解高温超导微观机理的最大挑战就是它属于强关联多体系统,电子之间存在很强的量子关联效应,采用经典计算机的

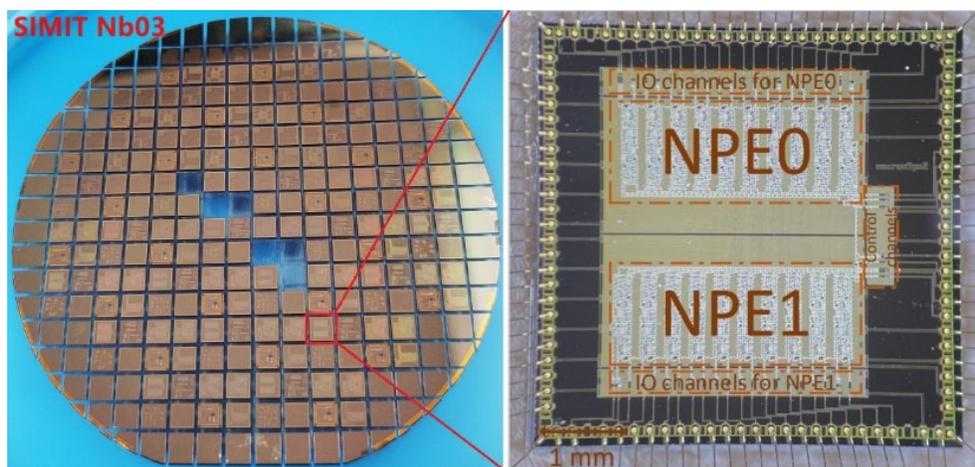


图 12 我国研发的基于超导数字电路的“苏轼”(SUSHI)晶圆和芯片

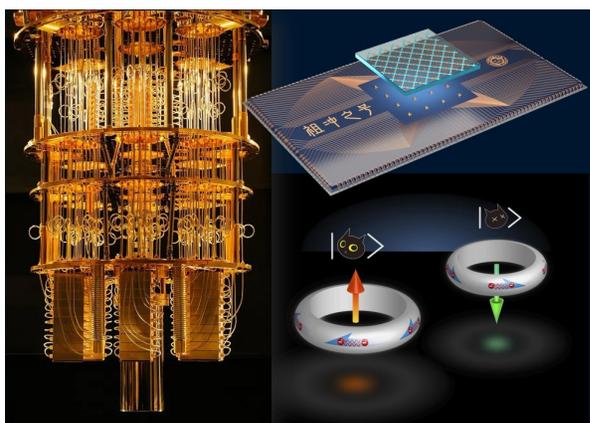


图13 超导量子计算机(左图、© IBM Research)、量子芯片(右上、中国科学技术大学供图)和模拟量子态(右下、<https://phys.org/news/2019-10-material-power-quantum.html>)

方法无法避免各种“无穷大”或“无穷多”的难题。而采用量子计算机构造出类似的量子系统,就可以轻松模拟出高温超导材料中一些看似反常的物理现象,或许能帮助我们理解其机理^[33]。2019年,中国科学院物理研究所和浙江大学的团队成功制备了20个全局量子纠缠比特的超导量子芯片,可以成功模拟20比特的“薛定谔猫”(多量子比特GHZ态),基于这种宏观尺度的“薛定谔猫”可以用于验证量子态非定域性和互文性等基本问题,也可以用于实现单向量子计算^[34]。

拓扑量子计算。传统的超导量子计算的瓶颈在于其量子退相干的问题,以至于必须在极端低温环境(10 mK左右)运行并设置冗余的量子纠错单元。也就是说超导量子计算虽然可以很快,但不得不面临高昂的成本和复杂的工艺。为此,科学家们进一步提出了“拓扑量子计算”的概念,主要是基于拓扑超导体中的拓扑元激发(如马约拉纳任意子)进

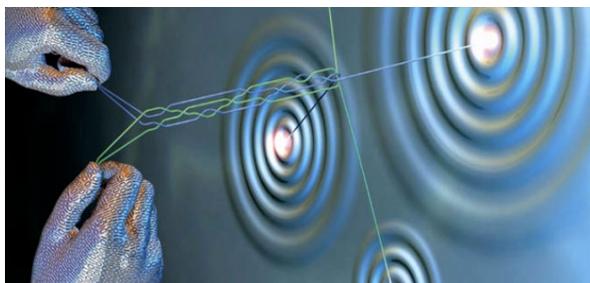


图14 基于非阿贝尔任意子的量子编织与拓扑量子计算

行量子编织操作,从而实现量子计算(图14)^[35]。拓扑量子计算的优势在于其载体是受到材料内部电子拓扑保护的,具体来说就是量子位和准粒子编织操作均是非局域的,从而不受局域扰动的影响,也就具有很强的抗干扰能力,有效避免了退相干的问题。不过,目前尚未成功实现拓扑物态的编织,甚至一些拓扑超导和拓扑元激发的研究结果也产生了不少争议,器件中的一些其他元激发也会破坏编织过程,拓扑量子计算的发展前景尚不明朗^[25]。

5. 结语

从约瑟夫森理论预言的超导库珀电子对隧穿(2个电子),到克拉克、德沃雷特和马丁尼斯的实验实现的宏观电流隧穿(无数个电子),超导的宏观量子效应实现了“从二到无穷大”的现实跨越,也让基于人工原子的量子计算等一系列应用展现了无限可能。随着超导材料体系的不断丰富、微纳加工技术的不断发展和电子学元器件的不断改进,还有许多超导的宏观量子效应有待发掘,理论上也预言了众多其他的量子效应,尚未能得到实验的验证(图15)。我们完全有理由相信,在未来的不久,超导的宏观量子效应带来的一系列应用会彻底改变人类世界。

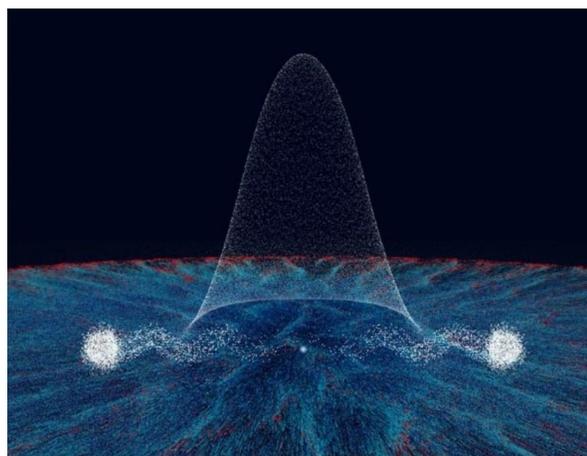


图15 超导宏观量子效应

参考文献

- [1] 诺贝尔奖官方网站 <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/>

- 2025/press-release/
- [2] 罗会仟. 超导与诺贝尔奖[J]. 自然杂志, 39(6), pp 427-436, 2017/12.
- [3] 曹则贤. 量子力学: 少年版[M]. 中国科学技术大学出版社. 2017.
- [4] Catrina S and Bäicoianu A. Quantum Tunneling: From Theory to Error-Mitigated Quantum Simulation[J]. arXiv:2404.07034.
- [5] Guo C and Singh S C. Handbook of Laser Technology and Applications 2[M]. CRC Press. 2024.
- [6] Adnerson M H et al. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor[J]. Science. 1995. 269:198.
- [7] Bigagli N et al. Observation of Bose - Einstein condensation of dipolar molecules[J]. Nature. 2024. 631: 289.
- [8] Weng H et al. Quantum anomalous Hall effect and related topological electronic states[J]. Adv. Phys. 2015. 64: 227.
- [9] 张裕恒. 超导物理[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1997.
- [10] 罗会仟, 超导“小时代”——超导的前世、今生和未来[M], 清华大学出版社, 2022.
- [11] Josephson B.D. Possible new effects in superconductive tunneling[J]. Phys. Lett.1962. 1: 251.
- [12] Giaever I. Electron Tunneling Between Two Superconductors[J]. Phys. Rev. Lett. 1960.5: 464.
- [13] Anderson P W and Rowell J M. Probable Observation of the Josephson Superconducting Tunneling Effect[J]. Phys. Rev. Lett.1963. 10: 230-232.
- [14] Jaklevic R C et al. Quantum Interference Effects in Josephson Tunneling[J]. Phys. Rev. Lett.1964. 12: 159.
- [15] Sato M and Ando Y. Topological superconductors: a review[J]. Rep. Prog. Phys.2017. 80: 076501.
- [16] Flensberg K et al. Engineered platforms for topological superconductivity and Majorana zero modes[J]. Nat. Rev. Mater.2021. 6: 944.
- [17] Li G et al. Majorana zero mode and its lattice construction in iron-based superconductors[J]. Acta Phys. Sin. 2024. 73(3): 030302.
- [18] Song L et al. Majorana zero modes in iron-based superconductors [J]. Matter.2022. 5(6): 1734.
- [19] Caldeira A O and Leggett A J, Influence of Dissipation on Quantum Tunneling in Macroscopic Systems[J]. Phys Rev. Lett. 1981. 46: 211.
- [20] Martinis J M, Devoret M H, Clarke J. Energy-Level Quantization in the Zero Voltage State of a Current-Biased Josephson Junction [J]. Phys. Rev. Lett. 1985. 55: 1543.
- [21] Devoret M H, Martinis J M, Clarke J. Measurement of Macroscopic Quantum Tunneling out of a Zero-Voltage State of a Current-Biased Josephson Junction[J]. Phys. Rev. Lett. 1985. 55: 1908.
- [22] Martinis J M, Devoret M H, Clarke J. Experimental tests for the quantum behavior of a macroscopic degree of freedom: The phase difference across a Josephson junction[J]. Phys. Rev. B. 1987. 35: 4682.
- [23] Clarke J et al. Quantum Mechanics of a Macroscopic Variable: The Phase Difference of a Josephson Junction[J]. Science. 1988. 239: 992.
- [24] 梁珪涵, 时运豪, 许凯, 范桁. 电路中的宏观量子隧穿和能级量子化: 2025年诺贝尔物理奖解读[J]. 中国科学杂志社. 2025-10-21.
- [25] 罗会仟. 超导的典型应用[J]. 现代物理知识. 2024. 36(5): 38-45.
- [26] 李金朋, 潘佳政, 王华兵, 吴培亨. 超导微波量子光学研究简介 [J]. 现代物理知识. 2025. 37(3): 36-54.
- [27] 缪巍, 任远, 张文, 李婧, 史生才. 太赫兹超导探测器与宇宙探测 [J]. 现代物理知识. 2025. 37(1): 28-39.
- [28] 任洁, 王镇. 面向高性能计算应用的超导数字集成电路技术[J]. 现代物理知识. 2024. 36(6): 26-33.
- [29] Wu H. et al., The field-free Josephson diode in a van der Waals heterostructure[J]. Nature. 2022. 604: 653.
- [30] 返朴: 当量子计算遇上超导: 一场美丽的邂逅. https://www.kepuchina.cn/article/articleinfo?business_type=100&ar_id=66178
- [31] Arute F et al., Quantum supremacy using a programmable superconducting processor[J]. Nature. 2019. 574: 505.
- [32] Gao D et al. Establishing a New Benchmark in Quantum Computational Advantage with 105-qubit Zuchongzhi 3.0 Processor[J]. Phys. Rev. Lett.2025. 134: 090601.
- [33] Li X et al. Observation and quantification of the pseudogap in unitary Fermi gases[J]. Nature. 2024. 626: 288.
- [34] Song C et al. Generation of multi-component atomic Schrödinger cat states of up to 20 qubits[J]. Science.2019. 365: 574.
- [35] Hassler F. Topological quantum computing. arXiv:2410.13547.