美国各大学1986年在华招收物理研究生试题答案

经 典 物 理

A1.(a) $\rho(x)=J(x)=0$ 与时间无关，所以

$\nabla\cdot B=0$, $\nabla\cdot H=0$, $\nabla\cdot E=0$, $\nabla\times E=0$.

为了避免原点奇异性并使轴对称

$$\Phi_m(x)=\sum_{l=0}^{\infty}a_l r^l P_l(\cos\theta)\quad r<R,$$

为避免感应场在无穷远奇异性，

$$\Phi_M(x)=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{b_l}{r^{l+1}}P_l(\cos\theta)-B_0 r\cos\theta\quad r>R$$

由 $H_\parallel$ 在 $r=R$ 处连续得 $(a_1=b_1/R^3-B_0)$ Ⓐ

$B_\perp$ 在 $r=R$ 处连续得 $(\mu a_1=-2b_1/R^3-B_0)$ Ⓑ

由Ⓐ和Ⓑ得 $a_1=-\dfrac{3}{\mu+2}B_0$, $b_1=\dfrac{\mu-1}{\mu+2}B_0R^3$

所以

$$\Phi_m(x)=-\frac{3}{\mu+2}B_0r\cos\theta=-\frac{3}{\mu+2}B_0z\quad r<R$$

$$\Phi_M(x)=\frac{\mu-1}{\mu+2}B_0R^3\frac{1}{r^2}\cos\theta-B_0r\cos\theta\quad r>R$$

$$B(x)=B_{内}(x)=\frac{3\mu}{\mu+2}B_0\quad r<R$$

$$B(x)=B_{外}(x)=\frac{\mu-1}{\mu+2}B_0R^2/r^3(2\cos\theta\hat{u}_r+\sin\theta\hat{u}_\theta)+\hat{B}_0\quad r>R.$$

(b) 原点一偶极子 m 产生的势 $\Phi_{偶}(x)=(m-x)/r^3$

对于 $r>R$，$\Phi_M(x)$ 是 B_0 加一感应偶极子

$$m=\frac{\mu-1}{\mu+2}B_0R^3\hat{u}_z$$

(c) 能量 w 由此式给出

$$8\pi w=\int B\cdot H dx=\int\frac{B^2}{\mu}dx^3\begin{cases}\mu\to\mu\ 内\\ \mu\to 1\ 外\end{cases}$$

功 Δw 由

$$8\pi\Delta w=\int_0^R\left[\frac{B^2_{内}(x^2)}{\mu}-B_0^2\right]d^3x+\int_R^\infty[B^2_{外}(x)-B_0^2]d^3x,$$

B^2 是能量密度 故 $\Delta w=f(\mu)B^2R^3$.

(d) $\Delta w=-\dfrac{3}{\mu+2}\ \dfrac{\mu-1}{\mu+2}B_0^2R^3$

A2(a) $L=T-V$

$$T=\frac{m}{2}[(\dot{x}-\omega y)^2+(\dot{y}+\omega x)^2],\quad V=mg\left[\frac{x^2}{2a}+\frac{y^2}{2b}\right]$$

忽略 $\dot{z}^2$ 有 $\ddot{x}-2\omega\dot{y}+\left(\dfrac{g}{a}-\omega^2\right)x=0$

L 在 $x\longleftrightarrow y$, $\dot{x}\longleftrightarrow\dot{y}$, $\omega\longleftrightarrow-\omega$ 和 $a\longleftrightarrow b$ 变换下是不变的

所以 $\ddot{y}+2\omega\dot{x}+\left(\dfrac{g}{b}-\omega^2\right)g=0$

(b) 令 $x=Ae^{pt}$, $y=Be^{pt}$ 再令

$$\alpha=\frac{g}{a}-\omega^2,\quad \beta=\frac{g}{b}-\omega^2;$$

因 $a>b$，有 $\beta>\alpha$. 于是 $B=\dfrac{-2\omega\rho}{\rho^2+\beta^2}A$

有 $P^4+P^2(4\omega^2-\alpha+\beta)+\alpha\beta=0$

令 $2\gamma=4\omega^2+\alpha+\beta\left[=2\omega^2+\dfrac{g}{a}+\dfrac{g}{b}>0\right]$

根是

$$(\mathscr{P}^2)_\pm=-\gamma\pm(\gamma^2-\alpha\beta)^{1/2}\left[(\gamma^2-\alpha\beta)=2\omega^2\left(\frac{g}{a}+\frac{g}{b}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{g}{a}-\frac{g}{b}\right)^2>0\right]$$

所以有不稳定性，如果 $\omega^2<\dfrac{g}{a}$, $\beta>\alpha>\alpha\ \ \alpha\beta>0$

$$\omega^2<\frac{g}{b},\quad 0>\beta>\alpha\quad \alpha\beta>0$$

$$(\mathscr{P}^2)_\pm=-\gamma\pm(\gamma^2-|\alpha\beta)^{1/2}$$

因为 $(\gamma^2-|\alpha\beta|)^{1/2}<\gamma$, $(\mathscr{P}^2)_+$ 和 $(\mathscr{P}^2)_-$ 两者均为负. 所有 $\mathscr{P}$ 的解都是纯虚数，无不稳定性，如 $\omega^2=0$，有简谐运动，对于 x 和 y 运动是稳定的，由于 $\omega^2=0$, $\dfrac{g}{a}$ 和 $\dfrac{g}{b}$ 之间无一致性.

A3. a) 质量密度 ρ_m 的圆柱体引起的场

$$\oint E\cdot ds=4\pi\times(质量)G$$

由半径 r. 圆柱的中心在长 L 山脉的轴上，由对称性知

$E(r_0)\times2\pi r_0\times L=4\pi\rho_m\times\pi a^2LG$ 或

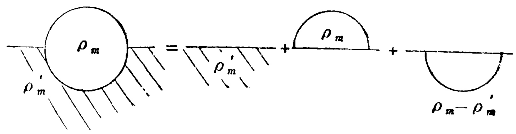
$$E(r_0)=\rho_m\frac{2\pi a^2}{r^2}G$$

半圆柱体的场对质量 m 的小球，水平力

$$F_{水平}=G\frac{1}{2}\rho_m\frac{2\pi a^2}{r_0}m$$

$$\theta\approx\tan\theta=\frac{F_{水平}}{F_{垂直}}=\frac{G\rho_m\pi a^2}{r_0g}$$

(b)



$\dfrac{1}{2}$ 柱体 (ρ_m 密度)和 $\dfrac{1}{2}$ 柱体 ($\rho_m-\rho_m$ 密度) 产生的水平场，其

水平力 $=\dfrac{G\pi a^2m}{r_0}[\rho_m+(\rho_m-\rho'_m)]=\dfrac{G\pi a^2m}{r_0}(2\rho_m-\rho'_m)$

垂直力仍为 mg，所以 $\theta\approx\dfrac{G\pi a^2}{r_0g}(2\rho_m-\rho'_m)$ 对于 $\rho'_m=2\rho_m$, $\theta=0$，偏转角确是很小的.

A4. a) $P_{1\mu}=(pc,E)$, $P_{2\mu}=(0,mc^2)$, $m=$质子质

量由守恒律知 $P_{1\mu}+P_{2\mu}=4P'_\mu$，$P'_\mu=(\bar p'c, E)$，$\boldsymbol{P}'\|\boldsymbol{P}$④

$E=(p^2c^2+m^2c^4)^{1/2}$，$E'=(p'^2c^2+m^2c^4)^{1/2}$，由④知 $(P_{1\mu}+P_{2\mu})(P_{1\mu}+P_{2\mu})=4P'_\mu 4P'_\mu$

所以 $-Emc^2=-7(mc^2)^2$

入射粒子(质子)总能量为 $7mc^2$。初始质量为 mc^2。故加速器需提供 $6mc^2$ 能量给质子，即 $6\times938\text{MeV}=5.6\times10^9\text{eV}$。

因此，加速器需要具有 5.6 千米的长度.

b) 令 $x\cdot x=\sum_{i=1}^{4} x_\mu x_\mu$，$t\to\tau$ 于是

$$P=\frac{dE}{dt}=\frac{2e^2}{3c^3}\sum_{\mu=1}^{4}\frac{d^2x_\mu}{d\tau^2}\cdot\frac{d^2x_\mu}{d\tau^2}$$

$$=\frac{2e^2}{3c^3}\frac{1}{m^2}\sum_\mu\frac{dP_\mu}{d\tau}\frac{dP_\mu}{d\tau}=\frac{2e^2}{3m^2c^3}\left(\frac{d\boldsymbol P}{d\tau}\right)^2-\left(\frac{d\boldsymbol P_0}{d\tau}\right)^2$$

在此 $\boldsymbol P=\gamma mv=mc\beta\gamma$，$P_0=E/c=\gamma mc$

利用 $\beta^2-1=-1/\gamma^2$，$\dot\gamma=\gamma^3\beta\cdot\dot\beta$ 求得

$P=\frac{2e^2}{3c^4}\gamma^6[\dot\beta^2-(\beta\times\dot\beta)^2]$ 对于 $\beta\ll1$，$P\to P$（非相对论）

A5. a) 穿过无反射的振幅为 $Re\{Ae^{i(\phi-\omega t)}\}$ A 和 ϕ 是实的，$\omega=kc$，波穿过每表面受到一次反射，因此有因子

$$\mathscr{P}\equiv r^2e^{ik\Delta}\equiv Re^{ik\Delta}$$

故总透射振幅为

$$\psi=Re\{Ae^{i(\phi-\omega t)}[1+\mathscr P+\mathscr P^2+\cdots]\}=Re\left\{\frac{Ae^{i(\phi-\omega t)}}{1-\mathscr P}\right\}$$

但是 $\frac{1}{1-\mathscr P}=\frac{1-\mathscr P^*}{(1-\mathscr P)(1-\mathscr P^*)}=\frac{1-Re^{-ik\Delta}}{D}$

$$D\equiv1-2R\cos(k\Delta)+R^2=\text{实的}$$

令 $\bar\psi^2\equiv\psi^2$ 的时间平均，于是

$(\bar\psi^2)_{极大}=\frac{A}{2D_{极小}}=\frac{A^2}{2}\frac{1}{(1-R)^2}$

$(\bar\psi^2)_{极小}=\frac{A}{2D_{极大}}=\frac{A^2}{2}\frac{1}{(1+R)^2}$ 所以

$$Q=\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2,$$

与 A, ϕ, 和 Δ 无关.

b)

$\Delta\equiv$路程差 $AB+BC-AD=2\left(\frac{d}{\cos\theta}\right)-2\frac{d\sin^2\theta}{\cos\theta}$

$=2d\cos\theta$

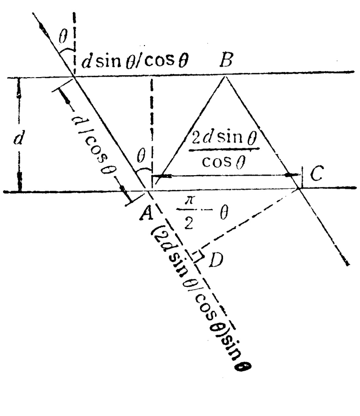
$$\Delta=BC+CD-BE,$$

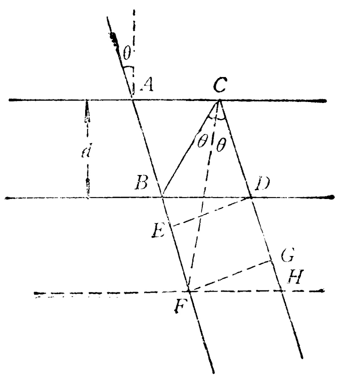
$$CH-GH=CG$$

C 在 F 的垂线上，因此 $\Delta=CF\cos\theta=2d\cos\theta$

A6. 静磁场全由局部永久磁化强度所产生，证明

$$\int_{全空间}\boldsymbol B(\boldsymbol x)\cdot\boldsymbol H(\boldsymbol x)d^3x=0.$$





a) $\boldsymbol M$ 已知，$J=0$，有 (i) $\nabla\cdot\boldsymbol B=0$，(ii) $\nabla\times\boldsymbol H=0$，(iii) $\boldsymbol B=\boldsymbol H+4\pi\boldsymbol M$.

b) 和 c) $\boldsymbol B=-\nabla\Psi_M+4\pi\boldsymbol M$

$$\int\boldsymbol B\cdot\boldsymbol A d^3x=\int(H^2+4\pi\boldsymbol H\cdot\boldsymbol M)d^3x$$

$$=\int\Phi_M[-\nabla^2\Phi_M+4\pi\nabla\cdot\boldsymbol M]d^3x$$

由于 $\boldsymbol M$ 是局域性质，所以 $\int\boldsymbol B\cdot\boldsymbol H d^3x=0$.

近 代 物 理

B1. (a) $H=\frac{P^2}{2m}-\frac{ze^2}{r}=H(r,P)$

$\frac{dE}{dr}=-\frac{\hbar^2}{mr^3}+\frac{ze^2}{r^2}=0\Longrightarrow r=\frac1z\frac{\hbar^2}{me^2}=\frac{a_0}{z}$

所以 $E_{基态}\approx E\left(r=\frac{a_0}{z}\right)=-\frac12\frac{z^2e^2}{a_0}$

b) $H(r,p)=(p^2c^2+m^2c^4)^{1/2}-\frac{ze^2}{r}$

利用 $r\approx\Delta r\approx\frac{\hbar}{\Delta p}\approx\frac{\hbar}{r}$,

$$H(r,p)\approx(p^2c^2+m^2c^4)^{1/2}-\frac{ze^2p}{\hbar}\equiv E(p)$$

$\frac{dE}{dP}\equiv0$，得 $pc=\frac{\alpha^{z(mc)^2}}{(1-\alpha^2z^2)^{1/2}}\equiv\mathscr P_0c$

$$E_{基态}=E(\mathscr P_0)=mc^2\sqrt{1-\alpha^2z^2},$$

只有 $\alpha z<1$ 才正确，对 $\alpha z\ll1$，$E(\mathscr P_0)=mc^2-\frac{ze^2}{2a_0}$

c) 因 $V_0\gg\frac{p^2}{2m}$ 故 Δp 不确定，$V\approx\frac{\Delta p^2}{2m}\approx\frac{\hbar^2}{2m(\Delta x)^2}$

$\Delta E\approx\frac{\hbar}{mc^2}$，$\Delta t\approx\frac{\hbar}{\Delta E}\approx\frac{\hbar}{mc^2}$，故范围 $\approx c\Delta t\approx\frac{\hbar}{mc}$.

B2. a) $2\times\frac{d^3P}{(2\pi\hbar)^3}$　b) $n=\int_0^{P_F}\frac{2\times4\pi P^2dP}{(2\pi\hbar)^3}=\frac{P_F^3}{3\pi^2\hbar^3}$,

$$P_F=\hbar(3\pi^2n)^{1/3}.$$

c) 能量密度 $=\int_0^{P_F}[p^2c^2+mc^2)^2]^{1/2}\frac{2\times4\pi P^2dP}{(2\pi\hbar)^3}$

$$pc\gg mc^2$$

可忽略 mc^2，$n\gtrsim\frac{K}{3\pi^2(\hbar/mc)^3}$.

d) 令 W_i 为第 i 种费米子能量密度

$$\omega_i\approx2\times\frac{4\pi}{(2\pi\hbar)^3}\int_0^{P_F}\overline{pc}P^2dP=\frac{2\pi c}{(2\pi\hbar)^3}\hbar^4(6\pi^2)^{4/3}n^{4/3}$$

$$=An^{4/3}$$

总能量密度 $W = A(n_e^{4/3} + n_p^{4/3} + n_n^{4/3})$ 由电中性 $n_e = n_p$，由 $\frac{dW}{dn_p} = 0$ 得 $n_p:n_e:n_n = 1:1:8$.

B3. a) $S_{z'} = +\frac{1}{2}$ 几率 $P'\left(\frac{1}{2}\right) = \cos^2\frac{\theta}{2}$

$$S_{z'} = -\frac{1}{2} \text{ 几率 } P'\left(-\frac{1}{2}\right) = \cos^2\frac{\pi-\theta}{2} = \sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$S_z = +\frac{1}{2} \text{ 的几率是 } \cos^4\frac{\theta}{2} + \sin^4\frac{\theta}{2}$$

∴ 当 $\theta = 0$ 时，1；当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时 $\frac{1}{2}$；当 $\theta = \pi$，

b) 如果 $\boldsymbol{s}$ 沿 $\boldsymbol{L}$ 有投影 $\pm\frac{1}{2}$，$j = l \pm \frac{1}{2}$

几率为 $\cos^2(\theta/2)$，$\sin^2(\theta/2)$

俘获后沿 z 轴自旋投影为 $\frac{1}{2}$ 的几率是 $\cos^4\frac{\theta}{2} + \sin^4\frac{\theta}{2}$.

如 L 随机取向时

$$P = \frac{\iint_0^{2\pi}\left(\cos^4\frac{\theta}{2} + \sin^4\frac{\theta}{2}\right)\sin\theta d\theta d\phi}{\sin\theta d\theta d\phi} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{极化} = \frac{\text{几率}(\uparrow) - \text{几率}(\downarrow)}{\text{几率}(\uparrow) + \text{几率}(\downarrow)} = \frac{1}{3}$$

c) 对衰变成 N 粒子，令 1 粒子在某方向，其余 $N-1$ 粒子在相反方向由动量守恒知

$$\boldsymbol{P}_1 = \sum_2^N \boldsymbol{P}_i$$

由 $\mu c^2 = \sum_i^N p_i c = p_1 c + \sum_2^N p_i c = 2p_1 c$，所以

$$(E_1)_{\text{极大}} = (p_1 c)_{\text{极大}} - \frac{1}{2} m_\mu c^2,$$

d) $m_\mu/m_e \approx 200$，$T_{1/2}(\mu) \approx 2\times 10^{-6}$ 秒.

B4. a) 每个电子有 $m_s = \pm\frac{1}{2}$，$m_e = \pm 1, 0$，

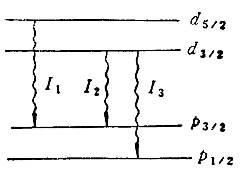
可能的态 ${}^3D_{3,2,1}$，子态数 $7+5+3=15$；${}^3P_{2,1,0}$ 子态数 $5+3+1=9$；${}^3S_1$ 子态数 3；${}^1D_2$ 子态数 5；${}^1P_1$ 子态数 3；${}^1S_0$ 子态数 1；

∴ 子态有 36 个

b) 泡里原理排斥相同量子数的态

允许的态为 ${}^1D_2$，${}^3P_{2,1,0}$，${}^1S_0$ 有 $5 + (5+3+1) + 1 = 15$ 子态

选择定则 $\Delta l = \pm 1$，$\Delta j = \pm 1, 0$. (但不允许 $0 \to 0$) 从一精细结构能级向某一特殊能级跃迁的强度正比于能级的统计权重. 从一特殊能级跃向另一能级的强度正比于终能级的权重. 所以 $I_1:I_2:I_3 = 3:2:1$.



B5. 有 $2n^2$ 个电子在 n 壳，每电子能量 $E_n = \frac{-z^2e^2}{(2a_0n^2)}$，

$$\sum_{n=1}^{\text{极大}} 2n^2 \approx z,\quad z \approx \int_0^{N_{\text{极大}}} 2n^2 dn = \frac{2}{3}(n_{\text{极大}})^3,$$

或 $n_{\text{极大}} = \left(\frac{3z}{2}\right)^{1/3}$

$$\text{总能量 } E_{\text{基态}}(z) \cong -\left(\frac{3}{2}\right)^{1/3} z^{7/3}\frac{e^2}{a_0}$$

$$\Delta E_{\text{基态}}(z) = E_{\text{基}}(z+1) - E_{\text{基}}(z) \approx -\frac{7}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^{1/3} z^{4/3}\frac{e^2}{a_0}$$

如果 $M(z,z)c^2 + E_{\text{基}}(z) > M(N-1, z+1)c^2 + E_{\text{基}}(z+1) + m_e c^2$ 则衰变发生

$$\text{即 } c^2(\Delta M - m_e) > -\frac{7}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} z^{4/3}\frac{e^2}{a_0}$$

右式是 10 或 20 千电子伏量级，对大 z，即使 $\Delta M < m_e$ 也有衰变.

b) 必须有

$$c^2M(N,z) > c^2M(N-1, z+1) = \frac{z^2e^2}{2n^2a_0} + m_e c^2$$

$$\text{或 } c^2\Delta M > -\frac{z^2e^2}{2n^2a_0} + m_e c^2$$

c) 设 e^- 为非相对论能量，核半径 R，e^- 的动量 P. $\bar{\nu}_e$ 动量 q，于是 $pR \ll 1$，$qR \ll 1$. 所以

$$\exp(i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{R}) = \exp(i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{R}) \approx 1$$

ψ_0 和 ψ_{ν_e} 是由狄拉克矩阵相联系. e^- 和 $\bar{\nu}_e$ 所带走的总角动量与自旋有关. 每个值为 $\frac{1}{2}$，故最大值为 1.

d) 禁戒跃迁比允许跃迁半寿期长得多，但跃迁总会发生的. 在通常实验室内，在禁戒跃迁以前总有其他过程发生，原子与器壁或另外原子相碰、光子激发等等. 而这在星际空间中情形却十分不同.

普 通 物 理

C1 a) 通量 $\times\sigma(v)\times N_B$，通量 $= n_A v$

b) $f(\bar{u}) = Ce^{-mu^2/2kT}d\boldsymbol{u}$

$\int f(\boldsymbol{u})d\boldsymbol{u} = 1$，所以 $C = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}$.

c) $n_A n_B \int f(v) v\sigma(v) d\bar{v}$

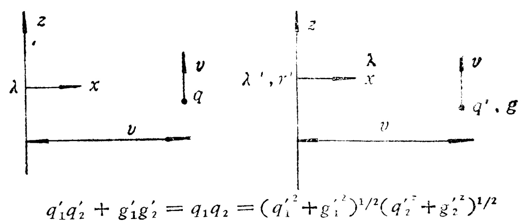
d) $\Psi(\boldsymbol{v})dv = \left(\int \Psi_A(\boldsymbol{u})\Psi_B(\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v})d\boldsymbol{u}\right)d\boldsymbol{v}$

$$\Psi(\boldsymbol{v}) = \phi(v_x)\phi(v_y)\phi(v_z) = \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{\mu v^2}{2kT}}.$$

所以相对速度分布是相同温度 T 的具有折合质量的麦克斯韦-玻兹曼分布.

C2 a) $|\boldsymbol{F}| = \frac{q_1'^2 + g_1'^2}{R^2} = \frac{q_1^2}{R^2}$ 即 $q_1^2 = q_1'^2 + g_1'^2$.

b) 铜粒子相同力有 $q_1^2 = q_1'^2 + g_1'^2$，$q_2^2 = q_2'^2 + g_2'^2$ 非全同粒子，有相同力



$$q_1'q_2' + g_1'g_2' = q_1q_2 = (q_1'^2 + g_1'^2)^{1/2}(q_2'^2 + g_2'^2)^{1/2}$$

取平方得 $g_2'/q_2' = g_1'/q_1'$，不同种类粒子有 $g_i'/q' =$ 常数

c) 令 $\lambda = nq$，p 点场为 $\boldsymbol{E} = \frac{2\lambda}{r}e_x$ $\beta = 0$.

$$F = G\left(B - \frac{v}{c} \times E\right).$$

C3 a) $\psi(x, t) = \int G(x, t, x', t') f(x', t') d^3x' dt$

b) 空间变换下不变$\Rightarrow G(x, t; x', t) = G(x - x', t - t')$ 时间变换下不变$\Rightarrow G(x, t; x', t') = G(x - x', t - t')$

在转动下是不变的$\Rightarrow G(x, t; x', t') = G(|x - x'|, t - t')$

c) $\nabla^2 = \frac{1}{\text{长度}^2}\delta(x - x')\delta(t - t') = \frac{1}{(\text{长度})^3} \times \frac{1}{\text{时间}}$

所以 $G = 1/(\text{长度} \times \text{时间})$

d) 对于

$c = \infty$, $\nabla^2 G(x, t, x', t') = 4\pi\delta(x - x')\delta(t - t')$

令 $G(x, t; x', t') = g(x, x')\delta(t - t')$，于是

$$\nabla^2 g(x, x') = -4\pi\delta(x - x')$$

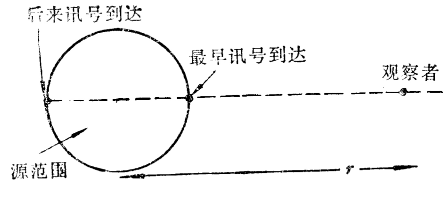
所以 $G(x, t; x't') = \frac{1}{|x - x'|}\delta(t' - t)$

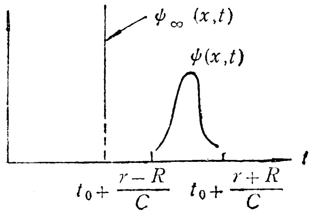
e) 对 $c = \infty$ 响应是瞬时的，$\psi_\infty(x, t) \propto \delta(t - t_0)$ 对 c 为有限的，最早讯号在 $t = t_0 + \frac{r - R}{c}$；后在

$t = t_0 + \frac{r + R}{c}$ 出现．对 $c = \infty$ 有

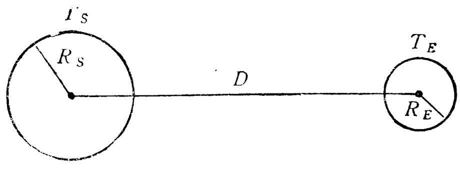
$$\psi_\infty = \int \frac{\delta(t' - t)}{|x' - x|}\delta(t' - t_0)F(x')d^3x'dt' \equiv \delta(t - t_0)H(x)$$

$$H(x) \equiv \int \frac{F(r')}{|x - x'|}d^3x'.$$





C4



地球接受太阳能$= \sigma(4\pi R_s^2)T_s^4 \times \frac{\pi R_E^2}{4\pi D^2}$ = 地球辐射能$= \sigma(4\pi R_E^2)T_E^4$

所以 $T_s = T_E \times \left(\frac{2D}{R_s}\right)^{1/2}$，$T_E \simeq 300\mathrm{K}$

$$D/R_s \approx 10^2, \ T_s \approx 6600\mathrm{K}.$$

C5 a)

$$W = \frac{1}{8\pi}\int B^2(x)d^3x = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + MI_1I_2.$$

选取 $I_2/I_1 = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{L_2}}$ 得 $-I_1^2\sqrt{L_1/L_2}\,(M - \sqrt{L_1L_2}) \geqslant 0$.

b) 如两线路相距甚远，M_{12} 甚小，则 $M^2 < L_1L_2$

c) $L_1\frac{dI_1}{dt} + M\frac{dI_2}{dt} + I_1R = 0$, $t < 0$

$= V_0$, $t > 0$

$L_2\frac{dI_2}{dt} + M\frac{dI_1}{dt} + I_2R = 0$，对所有的 t

d) $I_1(\infty) = V_0/R_1$, $I_2(\infty) = 0$

e) 因为D是二次的，可写成 $D = K(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)$

所以 $I_2(t) = \frac{MV_0}{2\pi K}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\omega e^{-i\omega t}}{(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)}d\omega$，$K$是一常数．对于$t<0$，有 $I_2(t) = 0$，对于$t<0$，选上半平面廻路

$$I_2(t) = \frac{MV_0}{2\pi K}\int\frac{\omega e^{-i\omega t}}{(\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2)}d\omega$$

$I_2(t) = 0$，对 $t<0$，仅当 ω_1 和 ω_2 在下半平面

C6，a) 1913±15；b) 28×10^6 电子伏；c) α 粒子在电子伏(或 30 电子伏)能量．减速时包括许多过程，射程是统计平均，有涨落，而γ射线是一次过程，穿透已知距离几率符合指数律．d) 能量、动量可由一框架变到另一框架，一框架不发生的过程，另一框架也不发生．即使一框架光子能量 $h\nu$ 较产生粒子的静质量和 $\sum m_ic^2$ 大、也不能得出产生过程是可能的推论，还应考虑动量守恒．e) 电子和质子不起作用，有关量是 z, $\hbar$. 在此，处理的是一个量子现象问题，c 是电动力学现象．于是 $f = f(z, \hbar, c)$

$f = \frac{\text{力}}{\text{面积}} = \frac{\text{能量}}{\text{体积}}$，$\hbar$ = 能量·时间，c = 长度/时间.

故 $\hbar c$ = 能量×长度.

所以 $f = \frac{\hbar c}{z^4} \times$ 常数. f) 对薛定谔方程 1s 态为最低态，任何的 ψ_t 是 ψ_{1s} 和其较高态的叠加．对狄拉克方程，连续态低于 $-mc^2$ 在 E_{1s} 之下，ψ_t 是 ψ_{1s} 和较高态与较低态的叠加.

C7 a) $P(0) = 1$, $P\left(\frac{1}{2}\pi\right) = 0$, $P(\pi) = 1$ 物理上合理. $P(\theta) = \cos^2\theta$ 不是不合理的.

令N表示相对于入射束的极化平面在角度

$$\frac{\pi}{2} \times \frac{1}{N},\ 2\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{1}{N}\right) \cdots \ \frac{\pi}{2}$$

上的极化子数.

每一极化子穿过的几率是

$$P\left(\frac{\pi}{2N}\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{2N}\right),$$

并有 $P(n) = \left[P\left(\frac{\pi}{2N}\right)^2\right]^N$ 因为 $N \gg 1$,

$$P(N) \approx \left[1 - \left(\frac{\pi}{2N}\right)^2\right]^N \approx 1 - \frac{\pi^2}{4N}.$$

b) n 可成为只是 $m_1 \cdots, m_N, m$ 和 v_i 的函数，n 无量纲、n 必须与 v_i 无关．它是一相应质量比的函数．它的末速应与 v_i 成正比．初速为 $3v_i$，经相同碰撞次数 n 达到末速 $3v_f$.

c) 由维里定理，适于 $1/r$ 吸引势，$\overline{\text{动能}} = -\overline{V}/2$,

$$\overline{V} = -2|E|,\ \overline{\text{动能}} = |E|,$$

以后总能量是 $|E| - \Delta E$，故动能增加了.

d) 维里定理也适用于库仑和引力相同形式，天体的热能将增加 ΔE 量值．中子量是由压力来支撑的压力来源于泡里原理，不是来源于 $(1/r)$ 势．T 热能将减少，取决于中子星的结构.

（许勋光）