

谈谈高能弹性散射的模型

宁平治

为了研究原子核和基本粒子的结构以及相互作用的特性，人们常常以核或粒子为靶子，用不同能量的各种粒子轰击靶子，分析这些碰撞过程的实验结果，可以为我们提供许多有用的知识。在这些实验中一类重要的过程叫做“弹性散射”，这是指在碰撞过程中入射粒子动能并未损失，但因相互作用可能偏离原来的入射方向。显然，弹性散射过程并不涉及靶粒子内部能量状态的变化以及新粒子的产生（若涉及后两种过程则分别叫做“非弹性散射”和“反应”）。

研究这些相互作用过程要应用量子力学或量子场论的方法，但要严格求解，一方面在数学上往往遇到几乎无法克服的困难，另一方面对于粒子间的相互作用还有许多不清楚的因素。这样，就不得不在一定条件下，从物理上（或数学上）做某些简化假设，以便通过理论分析近似地确定原子核或基本粒子的特性。这些依据一定的简化假设的理论通常叫做“模型”。一个理论模型的产生主要是建立在概括和综合已有的实验事实的基础上，并在大量的实验事实中检验和修正（唯象模型）。光学模型就是把一定能量的入射粒子轰击靶粒子的过程粗略地比拟成光入射到物体上所发生的过程，从而为解决许多弹性散射问题提供一个切实可行的方法。

一些简单的光学知识

当光在完全透明的物体中传播时，发生光的折射现象，折射的程度用折射系数表示，其大小主要由构成该物体的介质特性所决定。如果介质是完全不透明的（黑体），光就不能通过而完全被介质所吸收。如果介质是半透明的，光可能部分被折射，部分被吸收，吸收的程度用吸收系数表示，其大小主要也决定于介质本身的特性。光在均匀介质中被吸收的过程是按指数衰减的，即光波的振幅 A 正比于 $e^{-\alpha z}$ ， z 表示光在介质中前进的距离， α 为吸收系数。我们知道，沿 z 方向前进的平行光在某一时刻可用平面波 $A_0 e^{ikz}$ 或 $A_0 e^{-\alpha z} e^{ikz}$ 表示， k 为光波的波数。这样，振幅按指数衰减的平面波



就可表示成 $A_0 e^{-\alpha z} \sin kz$ 或等价地表示成 $A_0 e^{-\alpha z} e^{ikz}$ 。

现在来看光波的另一些性质。如图 1 所示，使平行光照射到一个不透明的屏幕 F_1 （设 F_1 的面积为无限大），屏幕 F_1 上有一个圆孔，穿

过圆孔的平行光被透镜 L 聚焦，其焦点在屏幕 F_2 的平面内。如果光严格按直线传播，显然屏幕 F_2 上只应看到一个亮点。

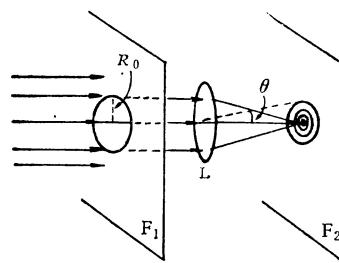


图 1 平行光圆孔衍射示意图

但是由于光的波动性，实际观察到的是如图 2 (a) 所示的衍射图样，其特点是影中心确有一个亮点，但周围环绕着一些暗淡的同心圆环，这些圆环距中心愈远亮度愈弱。这种亮度分布 $I(\theta)$ 如图 2 (b) 的曲线所示（角度 θ 的意义见

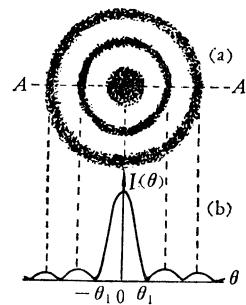


图 2 圆孔衍射图样 (a) 和对应的照度分布曲线 (b)

图 1），曲线中的最大峰值对应于中心亮点 ($\theta = 0^\circ$)，容易证明，第一个极小值的位置大约在 $\theta_1 \approx \lambda/2R$ (λ 是光波波长， R 是圆孔半径)。由此可知， λ 愈小， R 愈大，则衍射峰愈尖锐。一般说，当 $\lambda \ll R$ 时均有尖锐的衍射峰。

如果在光波传播的路径上放一个不透明的圆盘（黑盘），并且圆盘的尺寸与图 1 中圆孔的尺寸一样，实验证明，其衍射图样与图 2 (a) 中的圆孔衍射图样相同（巴卑涅定理）。

上述平行光产生的衍射现象统称为夫琅合弗衍射。下面将会看到，在核物理和粒子物理中也有类似现象。

半透明晶球模型

许多粒子(n 、 p 、 d 、 t 、 3He 、 α 、 μ 、 π^\pm 、 K^\pm 等)对原子核的弹性散射都曾利用光学模型分析过。早期的光学模型是假设原子核是一个半透明的圆球,有均匀的密度,明确的表面。适当能量的入射粒子打到靶核上,也象光一样,可能在核表面发生反射,在核边缘发生衍射,进入核内的粒子可能被折射和吸收(图3),实

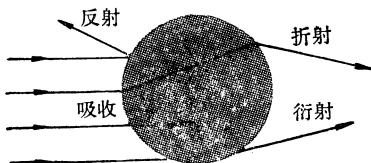


图3 原子核视为半透明晶球,
入射粒子可能的遭遇

际上衍射是吸收效应的必然结果。反射、折射和衍射都属于弹性散射,因为入射粒子只改变方向(动量改变)

而没有能量损失。吸收则可能包含各种复杂过程(使靶核激发或打出其他粒子等)。后来实验证明,核密度只是在靠近核中心近似为常数,在核表面有一层密度逐渐减小到零的扩散边缘。这样,表面反射效应就很小,可以忽略。

光学模型通常是将靶核中 A 个核子对入射粒子的作用等效成一个平均位势 $V(r)$,如果 $V(r)$ 取为复数: $V(r) = V_0(r) + iW_0(r)$,就可以反映出入射粒子被折射和吸收的效应。为什么?我们知道表示入射粒子的平面波,其波数为 $k_0 = \sqrt{2mE/\hbar}$,粒子进入核内,由于核位势的作用波数变为 $k = \sqrt{2m(E + V_0 + iW_0)}/\hbar$,即 k 为复数,它可以写成 $k = k_1 + ik_2$,于是粒子波可表示为 $e^{ikz} = e^{-k_2 z} e^{ik_1 z}$,这说明粒子波的振幅是按 $e^{-k_2 z}$ 指数衰减的。所以核位势 $V(r)$ 的虚部 W_0 可以反映核对入射粒子的吸收效应,原子核相当于一个具有折射系数(与 k_1 有关)和吸收系数(与 k_2 有关)的介质球。

利用光学模型对粒子与核的弹性散射进行严格的理论分析,需要求解描述粒子在核势场中运动的薛定方程或采用一些合理的近似方法。由于一般还要考虑粒子和靶核的轨道角动量和自旋角动量之间的耦合作用,核位势 $V(r)$ 具有复杂的形式,其中可以包括十个可调节的参数,选择最佳参数使理论计算的截面值与实验相符合。在入射能量为几MeV到几百MeV的能量范围,都有用半透明晶球模型分析弹性散射过程的。理论分析表明,核位势 $V(r)$ 的大小与入射能量有关,其实部 $V_0(r)$ 随入射能量增加而减小,其虚部 $W_0(r)$ 随入射能量的增加而增大。这说明对高能散射吸收过程是主要的。

黑盘衍射模型

当入射粒子能量 E 非常高时,它的波长 λ 很短。

例如,能量为1eV的质子,可算出 $\bar{\lambda} \approx 4600 \text{ fm}$ ($\bar{\lambda} = \lambda/(2\pi)$),对于能量为1MeV的质子, $\bar{\lambda} \approx 4.6 \text{ fm}$,对能量为30GeV的质子, $\bar{\lambda} \approx 0.007 \text{ fm}$ (在非相对论情况下可按 $\bar{\lambda} = \hbar/\sqrt{2mE}$ 计算)。在高能情况下,靶粒子(核或基本粒子)对入射粒子呈现完全吸收的作用,靶粒子可以视为完全不透明的黑体,通常将靶粒子比拟成半径为 R 的黑色圆盘或球体。这时弹性散射主要是衍射作用引起的,类似于光学中黑盘的夫琅合弗衍射(图4)。

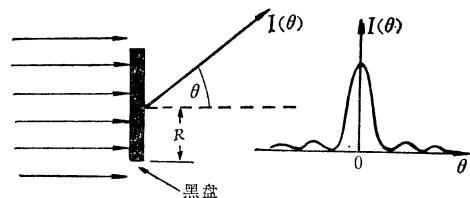


图4 黑盘衍射及其衍射图样

现在估计一下入射粒子能量多高才能采用黑盘衍射模型呢?这要满足前面提到的 $\bar{\lambda} \ll R$ 的条件,这里 R 为核半径($R = 1.12 \times 10^{-13} A^{1/3}$ 厘米, A 为核内的核子数)。为简单起见,考虑非相对论情况,这时要求 $E \gg \hbar^2/2MR^2$ 。取普朗克常数为 $\hbar = 6.6 \times 10^{-34}$ 尔格·秒,质子静质量 $M = 1.7 \times 10^{-24}$ 克,可算出

$$E \gg \frac{(6.6 \times 10^{-34}/2\pi)^2}{2 \times 1.7 \times 10^{-24} \times (1.12 \times 10^{-13} A^{1/3})^2} \text{ 尔格}$$

即 $E \gg 2.5 \times 10^{-5}/A^{2/3}$ 尔格 或 $E \gg 15.6 \text{ MeV}/A^{2/3}$

对于 $A = 64$ 的核, $E \gg 0.97 \text{ MeV}$,对于 $A = 216$ 的核, $E \gg 0.43 \text{ MeV}$ 。这样,对于能量在100MeV左右

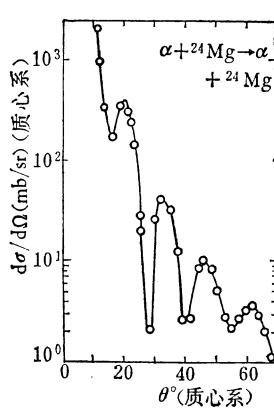


图5 α 粒子对 ${}^{24}\text{Mg}$ 弹性散射角分布

或更高能量的质子弹性散射是完全满足 $\bar{\lambda} \ll R$ 的条件的。实验测量到各种粒子与核弹性散射的角分布确实都呈现明显的衍射图样。图5给出42MeV α 粒子与镁核弹性散射角分布(实验值和理论曲线)。可以看到在 $\theta \approx 0^\circ$ 微分截面的数值有尖锐的峰,并且随角度 θ 增大交替呈现极小值和极大值。但是比规则的衍射图样(图4)有些差别,这是由于在本例中 α 粒子能量不是太高,核相对地有点透明,还有核的扩散边缘效应和碰撞中的核形变效应等影响。图中的理论曲线与实验值符合很好是由于在理论计算中考虑了这些效应对简单的黑盘模型做了修正而得到的。

在粒子-粒子高能弹性散射实验中也观测到衍射

现象。例如实验测出的各种动量下高能质子-质子弹性散射角分布(图6)就呈现出特征的向前峰值。按照简单的黑盘模型所作的理论计算结果,在 $|t|=0$ ($\theta=0^\circ$)处的微分截面值为

$$d\sigma/d|t| \quad (t=0) \\ = \pi R^4/4\hbar^2$$

此处 R 为质子半径。这个公式表明,向前散射($t=0$)微分截面值与入射粒子动量无关,是常数。从图6的实验曲线确实看到,不同入射动量的微分截

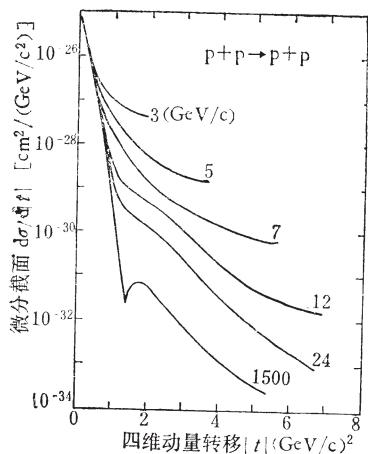


图6 $p-p$ 弹性散射角分布

面值在 $t \rightarrow 0$ 时都趋向于 10^{-25} 厘米 2 /(GeV/c) 2 ,于是利用上述公式可以反过来求出质子的半径 R ,取 $\hbar c = 1.97 \times 10^{-11}$ MeV·厘米,我们有

$$R^4 = 4(\hbar c)^2 \times 10^{-25} \text{ 厘米}^2/\pi \times 10^6 \text{ MeV}^2 \\ \cong 5 \times 10^{-53} \text{ 厘米}^4$$

于是 $R = 0.84$ fm。这个数值与由高能电子散射实验确定的质子半径(0.8 fm)是相当接近的。进一步的研究表明,用简单的黑盘衍射模型解释高能 $p-p$ 弹性散

射实验结果仅在小角度区($|t|$ 小)比较成功,为了说明大角度区的角分布,曾假定质子内部中心处有一点状硬芯(图7.b),后来又进一步假定质子内部有双层壳芯

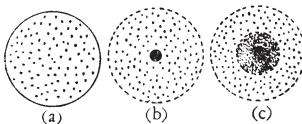


图7 解释高能 $p-p$ 散射的三种核子模型

- (a) 均匀黑盘衍射模型
- (b) 点状硬芯模型
- (c) 双层壳芯模型

(图7.c)等等,可以使大角度区角分布的理论计算值与实验结果比较接近。十几年来利用高能散射研究核子结构,使人们对核子内部的复杂结构开始有所认识,

这很类似于几十年前人们对原子结构认识的过程(图8)。

目前这方面的工作

仍在进行。

光学模型自五

十年代初诞生以来,在核物理领域已取得辉煌成就,在

粒子物理中也起着不小作用。光学模型理论本身一直在不断发展、完善。对光学模型的理论基础也正在从量子场论等方面开展着深入的研究。(题头:牛顿学)

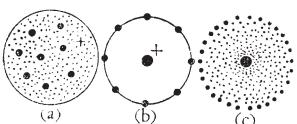


图8 历史上关于原子结构的三种模型

- (a) 汤姆逊模型(1898)
- (b) Nagaoka 模型
- (c) 卢瑟福模型(1911)