

台球击射的动力学原理

杜 锐

近年来,台球运动在我国已十分普及,从城市到乡村,到处可见打台球的.但如何打好台球,以及台球击射的动力学原理并非每一个台球爱好者都知道.

本文谈谈台球的“回抽式”、“随动式”和“定子式”击射法的动力学原理.为简单起见,假定台球是光滑的,我们仅考虑射击时球杆沿水平方向在球的垂直中心平面内冲击台球的情形.

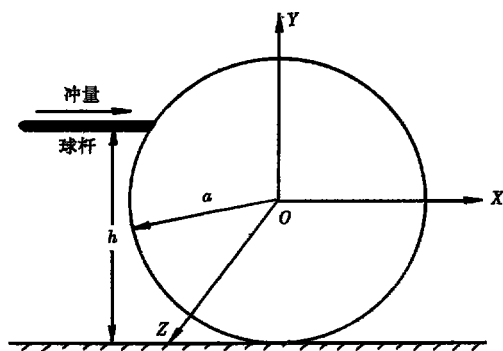


图 1

如图 1 所示,台球的质量为 m ,半径为 a ,设球杆在台面上方垂直距离为 h 的地方对静止的球施加一个冲量,根据动量定理有:

$$m\Delta V_x = mV_{x1} = \int_0^t F_x dt \quad (1)$$

其中 V_{x1} 是恰好在冲击后的台球质心速度.对通过球的质量中心的 Z 轴,根据动量矩定理有:

$$\Delta L_z = I_0 \omega_{z1} = \int_0^t (h-a) F_x dt \quad (2)$$

其中 ω_{z1} 是恰好在冲击后的台球转动角速度.

实心球体的转动惯量

$$I_0 = 2ma^2 / 5 \quad (3)$$

由 (1)、(2)、(3) 式消去力积分,便得到冲击刚结束时球的转动角速度和线速度之间的关系:

$$\omega_{z1} = 5V_{x1}(h-a) / 2a^2 \quad (4)$$

球上与台球而接触一点的速度是

$$V_p = V_{x1} - a\omega_{z1} = V_{x1}(7a-5h) / 2a \quad (5)$$

如果要球做无滑动的滚动 ($V_p = 0$),则可求得: $h = 7a / 5$. 仅当恰好在这个高度处击球时才能从一开始作纯滚动. 在 $h > 7a / 5$ 的“高击球”情形, V_p 与 V_{x1} 方向相反,将使 V_{x1} 增加而使 ω_{z1} 减小,一直到出现纯滚动为止. 在 $h < 7a / 5$ 的“低击球”情形,接触速度 V_p 与 V_{x1} 同方向. 在这种情况下,台球所受台垫的摩擦力将使 V_{x1} 减小而使 ω_{z1} 增加,一直到纯滚动发生为止.

当运动着的母球与处于静止的靶球发生正碰撞时,母球的质量中心即时停止,而靶球则以母球的质心速度向前运动. 由于假定球是光滑的,所以母球在碰撞过程中保持其旋转速率 ω_{z1} . 因此,母球上的接触点于碰撞刚结束时立即以速率 $V_p = -a\omega_{z1}$ 运动. 如果在碰撞的瞬间 $\omega_{z1} > 0$,则作用方向与 V_p 相反的摩擦力将使母球向前加速,这就是所谓的“随动式”击射. 反之如果 $\omega_{z1} < 0$,则摩擦力将使母球向后加速,一直到纯滚动为止. 这就是所谓“回抽式”击射.

在对心正碰撞过程中,击球的速度指向靶球中心(击球无旋转). 两球的碰撞过程动量守恒:

$$mV_{10} = mV_1 + mV_2 \quad (6)$$

假定碰撞是弹性碰撞,两球的碰撞过程动能守恒: $mV_{10}^2 = mV_1^2 + mV_2^2$ (7)

由 (6)、(7) 两式可解得 $V_2 = V_{10}$, $V_1 = 0$.

正碰撞的结果是:击球停止,而靶球以击球的初速度向前运动.这就是所谓的“定子式”击射.

在非对心碰撞过程中,两个球会成直角的离开碰撞点.我们可以直接应用动量守恒和动能定理得到如下结果:

$$\vec{V}_{10} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2, \quad V_{10}^2 = V_1^2 + V_2^2.$$

这一结果肯定了两个末速度互成直角.