

# 微观世界的对称性(下)

徐德之

7. CP 联合反演不变性 这是对体系同时作  $C$  变换和  $P$  变换下的不变性。在前面我们已谈到在弱作用过程中， $C$  字称和  $P$  字称都是不守恒的，这是因为假定中微子质量为零，使中微子一定是左旋的，反中微子一定为右旋的，所以  $C$ 、 $P$  单独变换使中微子变成实际世界中不存在的粒子。但我们很易看出，同时作  $CP$  变换时，中微子将变为实际世界存在的反中微子：

$$\begin{array}{c} \text{左旋中微子} \xrightarrow{C} \text{左旋反中微子} \xrightarrow{P} \text{右旋反中微子} \\ \text{左旋中微子} \xrightarrow{P} \text{右旋中微子} \xrightarrow{C} \text{右旋反中微子} \end{array}$$

由此看来弱作用过程应该是  $CP$  不变的。事实上  $CP$  守称在绝大多数情况下是守恒的，直到 1964 年科学家才第一次在中性  $K$  介子的衰变中发现  $CP$  有极小的破坏。

自从  $K^{\circ}$  介子被发现后，人们对它进行了大量的研究，观察到它主要有两种衰变，一种衰变为  $2\pi$  体系，一种衰变为  $3\pi$  体系，但这两种衰变有截然不同的寿命，前者是  $10^{-10}$  秒，后者是  $10^{-8}$  秒，两者差 100 倍。人们认为这是  $K^{\circ}$  的两种状态，并称短寿命的  $K_S^{\circ}$  态为  $K_S^{\circ}$  态；长寿命的  $K^{\circ}$  态为  $K_L^{\circ}$  态。由于早先在实验上还没有观察到  $CP$  破坏现象，所以自然地就用  $CP$  守恒来解释这种现象。因为  $2\pi$  体系的  $CP$  守称为正， $3\pi$  体系的  $CP$  守称为负，所以如果  $CP$  守恒，则  $K_S^{\circ}$  应为  $CP$  正字称态， $K_L^{\circ}$  为  $CP$  负字称态。显然，用  $K^{\circ}$  来构成这种  $CP$  守称态为：

$$K_S = \sqrt{2}(K^{\circ} + CK^{\circ})/2$$

$$K_L = \sqrt{2}(K^{\circ} - CK^{\circ})/2$$

由于  $CP$  守恒， $K_S$  是不能衰变到  $3\pi$  的，而  $K_L^{\circ}$  是不能衰变到  $2\pi$  的。但费米和克劳宁在 1964 年测到了  $K_L^{\circ}$  到  $2\pi$  的衰变，不过这种衰变的分枝比很小只有千分之三。这充分地证明了在弱作用中  $CP$  守称不是绝对守恒的，而有极小的破坏。目前还在对  $CP$  破坏的原因进行深入的研究。

8. 时间反演不变性 这是把  $t$  变为  $-t$  变换的不变性。形象地说就是把时间倒退回去。这时吸收(放出)一个粒子变成放出(吸收)一个粒子，动量  $\mathbf{p}$  变成动量  $-\mathbf{p}$ ，自旋的转向也倒过来，但由于  $\mathbf{p}$  也倒了，故自旋在动量上的投影不变，即粒子的旋性不变(见图 4)。正反粒子性也不变。一个体系的运动规律在  $T$  反演下不变时，则把一个过程严格地一步步倒退回去的过程也是存在的。

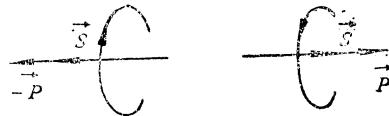


图 4

我们从理论上可以证明，只要一个体系的运动规

律是相对论不变的，则它一定在  $CPT$  联合变换下也是不变的。这条定理称  $CPT$  定理，或强反演定理。现在如前所述，在弱作用中  $CP$  不变性是受破坏的，于是只有当  $T$  变换不变性也受到破坏的情况下， $CPT$  才是不变的。所以弱作用中不具有  $T$  变换不变性。

$T$  反演没有相应的字称量子数，这是因为在  $T$  变换下吸收粒子(放出粒子)态变为放出粒子(吸收粒子)态，变换前后的体系不处于同一个态中，故不会只差一个相因子。

9. 同位旋空间旋转不变性 同位旋空间是一个比较抽象的概念，它是在研究强作用时，通过和自旋的类比而引入的。

中子和质子是原子核的组成部份，虽然它们的电性不同，但有很多相同的地方，如它们的自旋都为  $1/2$ ，字称都为正，它们的质量几乎相等，只差千分之一。再仔细地研究一下，发现它们的强作用也是完全一样的(称强作用的电荷无关性)。因此人们试图把它们统一起来描写，把它们看作同一个粒子的两个不同的态，就像一个电子有两个自旋投影状态一样。一个粒子的自旋描写了该粒子在空间旋转时的性质，有两个自旋投影状态的粒子的自旋为  $1/2$ 。和此类比，可以引进一种抽象的同位旋空间，它和普通空间一样，也有三个坐标架  $I_x, I_y, I_z$ 。在此空间转动下，就得到不同同位旋的状态。质子和中子的同位旋为  $1/2$ ，所以有两个同位旋投影态。这样的类比是否正确，应由实验来检验。在普通空间旋转的自旋态中，除了有  $1/2$  态以外，还有自旋为零的标量、自旋为 1 的矢量以及自旋为  $3/2$ 、 $2$ ……等的各阶张量。那么根据类比，也应该有同位旋为零的标量态(只有一个分量)，同位旋为 1 的矢量态(有三个分量)等等。实验上的确发现了这些状态，如  $\eta, \omega, \phi, J/\psi$  等都是同位旋为零的态， $(p, n), (K^+, K^-), (\Xi^0, \Xi^-)$  等都是同位旋为  $1/2$  的旋量态， $(\pi^+, \pi^0, \pi^-), (\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-)$  等是同位旋为 1 的矢量态， $(\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-)$  为同位旋为  $3/2$  的旋量态。不仅如此，将普通空间的角动量理论应用到同位旋空间中去，定量计算结果也和实验符合很好。所以这种类

比是正确的。至于实验上没有发现同位旋在 2 以上的态，是因为重子和介子都是由一种更基本的粒子（称夸克）构成的。到目前为止夸克有五种：( $u$ ,  $d$ ) 构成同位旋空间的旋量， $s$ 、 $c$ 、 $b$  是标量。重子由三个夸克构成，所以最高同位旋为  $3/2$ （由三个同位旋旋量夸克构成）。介子由正反夸克构成，所以最高同位旋为 1（由一个同位旋旋量夸克和反夸克构成）。

为了理解同位旋空间的旋转不变性，我们仍然和普通空间的旋转来对比。普通空间的旋转不变性表示空间各向同性。同样，同位旋空间的旋转不变性表示同位旋空间各向同性，如对一个核子来说，不管它是质子态（在同位旋空间中向上的态）还是中子态（在同位旋空间中向下的态），相互作用都是一样的，这就是电荷无关性。对其它的同位旋态也有这种电荷无关性。

普通空间的旋转不变性导致角动量守恒。类似地，同位旋空间的旋转不变性导致同位旋守恒。强作用中同位旋守恒得到了很好的证明，但在弱作用和电磁作用中同位旋是不守恒的。实验发现在奇异数不改变的过程中  $|\Delta I| = 1$ （电磁作用过程中也可为  $\Delta I = 0$ ），在奇异数改变为 1 的过程中  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$ 。目前理论上对此选择定则还没有很好的解释，只有唯象的描写。

**10.  $G$  变换不变性** 我们知道，利用一些量子数的守恒性很易判断一个过程能否发生。前面我们曾引入  $C$  宇称，但只有奇异数、粲数、美数都为零的中性介子才有  $C$  宇称，所以在利用它的守恒性时，受到很大限制。引入  $G$  变换可以使较多的粒子或体系具有与此变换相应的量子数（称  $G$  宇称）。

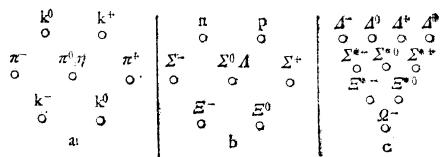


图 5

$G$  变换是在同位旋空间中绕  $x$  轴（或  $y$  轴）转  $180^\circ$ ，再作正反粒子共轭变换。因为  $C$  变换使粒子（反粒子）变为反粒子（粒子），所以如果在同位旋空间中绕  $x$  轴（或  $y$  轴）转  $180^\circ$  的变换能使它变回成原粒子（或原反粒子），则此粒子就有  $G$  宇称。这只有在一个同位旋态中，电荷相反的分量互为正反粒子时，才是这种情况。这种粒子是  $\pi$ 、 $\eta$ 、 $\rho$ 、 $J/\psi$ ……等奇异数、粲数、美数都为零的介子（但不一定是中性的）。

因为强作用过程具有  $C$  变换和同位旋空间旋转不变性，所以也应有  $G$  变换不变性，即  $G$  宇称应守恒。但电磁过程和弱过程的  $G$  宇称是不守恒的。利用强作用过程中  $G$  宇称守恒的要求，可以很容易地来解释一些物理现象。如实验发现  $\eta$  介子不能通过强作用发生衰

变，所以寿命较长。从能量、角动量、同位旋等等量子数来考虑，它是可以衰变到  $3\pi$  体系的，但从  $G$  宇称守恒来考虑则是不能的。因为  $\eta$  的同位旋为零，所以它的  $G$  宇称和  $C$  宇称一样为正，我们可以证明  $\pi$  的  $G$  宇称为负，可见  $\eta \rightarrow 3\pi$  的  $G$  宇称是不守恒的，所以不能发生这种强衰变。

### 11. $SU(N)$ 对称性

这种对称性只是一种近似的对称性，它首先是在研究基本粒子的分类中引入的。五十年代末，基本粒子的数目越来越多，所以它们的分类问题已成为当务之急。1961 年诺依曼和盖尔曼提出了一个八重态方案，在此方案中，他们根据自旋和宇称来分类，把自旋、宇称相同的粒子算作一类。这样，他们发现自旋为零、宇称为负的介子和自旋为  $1/2$ 、宇称为正的重子都有八个粒子，并且可以排成完全一样的六角形（见图 5a、5b）。他们把每组八个粒子看成一个粒子的八个不同的状态，这表示存在某种对称性，如果这种对称性是严格的，则八个粒子的质量应完全一样，相互作用也一样，但实际上这种对称性受到了严重的破坏，所以它们的质量相差很大。

前面我们谈到在同位旋空间中有各种同位旋的态，它们有不同的变换性质，如同位旋为零的  $\eta$  是不变的，同位旋为  $1/2$  的  $K$  是一个旋量它有两个分量，同位旋为 1 的  $\pi$  是一个矢量，它有三个分量。当同位旋空间旋转时，这些不同同位旋的态不会互相变换，而只是在各个分量之间发生变换。那么在什么变换下将使上述八个态之间互相变换呢？这就是  $SU(3)$  变换。这也是一种抽象的三维空间的变换，但不是简单的旋转，而是一种较为复杂的线性变换。从群理论可知，除了上述八个分量构成一类外，在  $SU(3)$  旋空间中还有十个分量构成的一类，它们可排成如图 5c 所示的倒三角形。当时处在倒三角尖上的  $\Omega$  粒子还未发现， $SU(3)$  对称性预言了它的存在。1964 年在实验上果然找到了这个粒子。这样， $SU(3)$  理论就得到了公认。开始提出此理论时，只是一种数学上的对称性，在  $SU(3)$  旋的三维基础空间中没有相应的三维矢量物理状态。后来人们才认为在三维基础空间中有三个物理状态，它们称为  $u$ 、 $d$ 、 $s$  夸克。所有的强子是由这些夸克构成的，所以在  $SU(3)$  变换下具有一定的对称性，分成八重态、十重态等各类。后来实验上发现了  $J/\psi$  及  $\Upsilon$  后，夸克又增加了第四种（ $c$  夸克）和第五种（ $b$  夸克），于是  $SU(3)$  理论又推广为  $SU(4)$  和  $SU(5)$ 。现在还无法确定究竟有几种夸克，所以就无法确定  $SU(N)$  中的  $N$  该为什么值。

$SU(N)$  对称是近似的，现在一般认为可能存在一种超强作用，这种作用是严格  $SU(N)$  对称的。如果没有强作用的话，由  $SU(N)$  分出的每一类中的粒子都有相同的质量。但强作用破坏了这种对称性，使质量发生了很大的差别。

**12. 规范变换不变性** 这是场的内部对称性，场是一种波动，它在每一时空点都有一定的相位，规范变换就是与此相位有关的一种变换（规范场的规范变换比较复杂）。前面所说的同位旋空间的旋转和  $SU(N)$  变换都是一种规范变换。如果各时空点的变换一样，则称为第一类规范变换，也称整体规范变换。如果各时空点变换不一样，则称为第二类规范变换，或称定域规范变换。显然，第一类是第二类的特殊情况。

最简单的规范变换是  $U(1)$  规范变换，这是对每一个场  $\varphi_i$  的相角改变  $q_i\alpha$  的变换： $\varphi_i \rightarrow e^{-iq_i\alpha}\varphi_i$ 。其中  $\alpha$  标志着改变的大小， $q_i$  表示  $\varphi_i$  的某种力学量的本征值，它标志着规范变换的种类，如电荷规范、重子数规范、轻子数规范等等，这时  $q_i$  分别为  $\varphi_i$  的电荷、重子数、轻子数等等。运动规律在这种整体规范变换下的不变性将导致电荷、重子数、轻子数等各种量子数的守恒。如果这种变换是定域的（第二类），则自由场的运动规律不可能是不变的。如自由电子场的拉氏量为  $i\bar{\psi}(x)(r_\mu\partial_\mu + m)\psi(x)$ ，因为第二类变换中的  $\alpha$  与  $x_\mu$  有关，故变换后为  $i\bar{\psi}\left(r_\mu\partial_\mu - iq r_\mu \frac{\partial\alpha}{\partial x_\mu} + m\right)\psi$  和原来的不一样了。但电子场和电磁场相互作用的运动规律在此定域变换下是不变的，这时拉氏量为

$$i\bar{\psi}(r_\mu\partial_\mu - iq r_\mu A_\mu + m)\psi - \frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)^2,$$

只要电磁场作相应的变换： $A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{q} \frac{\partial\alpha}{\partial x_\mu}$ （这就是规范场的规范变换），则很容易证明拉氏量是不变的。因而电磁场也称规范场。

稍为复杂一点的是  $SU(2)$  规范变换，这是对两个对称的场作相互关联的变换，所以变换后的两个场分别是原来两个场的线性叠加。它的变换形式可写为

$$\varphi \rightarrow e^{-i\alpha \cdot \tau} \varphi, \text{ 其中 } \varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}, \tau \text{ 为二行二列的泡利矩阵}$$

阵， $\alpha$  为三个独立的变量，所以实际上它包含了三种独立的变换。 $SU(2)$  变换和三维同位旋空间的旋转变换是等价的（通俗地说是它们的变换结果是一样的），所以整体  $SU(2)$  规范变换不变性也导致同位旋守恒。杨振宁和 Mills 最早引入定域  $SU(2)$  规范变换不变性，如果要求体系的运动规律在此变换下不变，就要引入三个矢量规范场（因为有三个独立变换）。只有和此规范场发生作用的体系的运动规律才在此变换下不变。 $SU(2)$  同位旋有两类。一类是强作用运动规律所具有的整体  $SU(2)$  规范不变性，相应的旋称强同位旋。一类是弱作用运动规律所具有的定域  $SU(2)$  规范不变性，相应的旋称弱同位旋。 $(u, d), (c, s), (\nu_e, e), (\nu_\mu, \mu)$ （或许还有  $(t, b), (\nu_\tau, \tau)$ ）都是弱同位旋空间的旋量。和此不变性相联系的规范场有三个  $W^+$ 、 $W^-$ 、 $W^0$ ，称为中间玻色子。它们的质量很大，所以由

它们传递的相互作用表现得很弱，力程很短。

强作用的运动规律还满足定域  $SU(3)$  规范变换不变性。我们认为每一种夸克有三种不同的“色”态，用红、绿、蓝表示。这里的  $SU(3)$  变换就是对这三种“色”态进行的变换。其中包含了八个独立的变换，所以应引进八个矢量规范场，它们称为胶子，强作用就是由这些胶子来传递的。这种“色”的强作用有一种特性，就是距离越远“色”力越强，有色的粒子一定会结合起来，自然界只能存在无色的粒子，即我们通常见到的所谓基本粒子。它们都是色  $SU(3)$  空间的单态，其它的多重态都是有色的，故不能单独存在。

我们还可再理论上引入其它的规范变换，如  $SU(5)$ 、 $SO(10)$  等等，这里不一一介绍了。

对称性在粒子物理中起着重要作用。我们可以根据对称性来判断一个过程能否发生。我们也可以在不了解某种相互作用的具体形式时，根据一般的对称性原理来唯象地写出它的拉氏量。对称性使粒子之间发生了一定的联系，从而使我们可以比较方便地对它们进行系统的研究。对称性还决定了粒子的寿命。我们知道粒子的衰变是由相互作用引起的，相互作用越强，粒子衰变得越快，寿命就越短。基本粒子间的强作用最强，所以由它支配的衰变过程的时间最短，但强作用满足的对称性最多，所以许多过程不能发生，因而不是所有的粒子都能进行强衰变的。电磁作用有较少的对称性，所以当粒子不能发生强衰变时，它可能发生电磁衰变，这时它的寿命就比较长一些（ $10^{-15}$  秒— $10^{-10}$  秒）。当对称性使电磁衰变也不能发生时，粒子就只能通过弱作用发生衰变，这时粒子的寿命应长于  $10^{-14}$  秒。如果弱衰变也不能发生，则此粒子就是绝对稳定的，如以前认为质子、电子、光子、中微子都是绝对稳定的，但现在认为可能存在一种超弱作用，它不是重子数规范不变的，于是质子也是可以衰变的了，不过它的寿命很长，长于  $10^{30}$  年。到目前为止还没有发现。