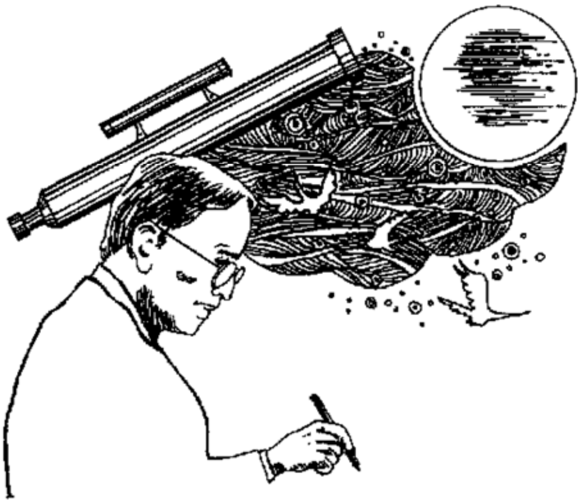
潮汐现象的力学分析

唐 耀 辉

(海军后勤学院物理力学室　天津　300450)



月球对海水的引力是造成潮汐的主要原因，太阳的引力也起一定的作用。我国自古就有“昼涨称潮，夜涨称汐”的说法。潮汐现象的特点是每昼夜有两次高潮。所以，在同一时刻，围绕地球的海平面总有两个突起部分，在理想的情况下它们分别出现在地表离月球最近和最远的地方。如果仅把潮汐看成是月球引力造成的，那么在离月球最近的地方海水隆起，是可以理解的，为什么离月球最远的地方海水也隆起呢？如果说潮汐是万有引力引起的，潮汐力在大小就应该与质量成正比，与距离平方成反比。太阳的质量比月球大 2.7×10^{7} 倍，而太阳到地球距离的平方只比月球的大 1.5×10^{5} 倍，两者相除，似乎太阳对海水的引力比月球还应该大 180 倍，为什么实际上月球对潮汐起主要作用？

大家都知道，太空工作站上的宇航员是漂浮在空中的，因为他处在失重状态，原因就是他受到的重力和惯性力“精确”抵消，从广义相对论的观点看，牛顿力学所谓“真实的引力”和“因加速度产生的惯性力”是等价的，实际中无法区分。但这种等价性在大尺度范围内就不再是“精确的”了，如果那个“太空工作站”足够大，当其中引力场的不均匀性不能忽略时，惯性力就不能把引力完全抵消了。如图 1 所示，设想在太空工作站内有 5 个质点，C 在中央，即系统的质心上，A 和 B 分别在 C 的左右，D 和 E 分别在 C 的上下。考虑到引力是遵从平方反比律且指向地心的，与中央质点 C 所受的引力相比，A 和 B 受到的引力略向中间偏斜，D 因离地心稍远而受力稍小，E 因离地心稍近而受力稍大。由于整个参考系是以质心 C 的加速度运动的，其中的惯性力只把 C 点所受的引力精确抵消，它与其他各质点所受的引力叠加，都剩下一点残余的力。它们的方向如图 2 所示，A 和 B 受到的残余力指向 C，D 和 E 受到的残余力背离 C，所以，如果在中央 C 处有个较大的水珠的话，严格地说它也不是球形，而是沿上下拉长了的椭球。

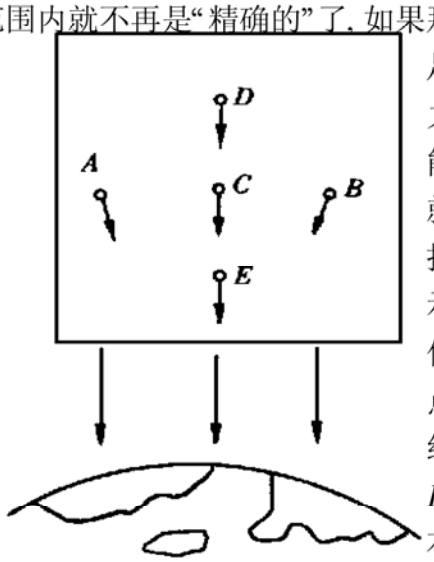


图　1

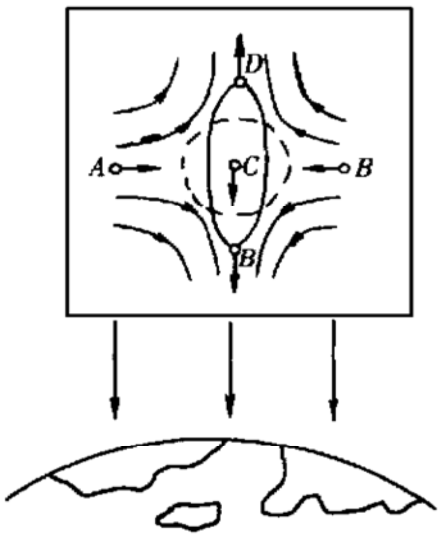


图　2

把地球当做一个对象，其中引力不均匀性造成的效应是很大的。地球表面 70% 的面积为海水所覆盖，地球自转造成的惯性离心力已计算在海水的视重里，所以我们可以取地心作为参考系，不必考虑地球的自转，这样一来，就可以把它看成是由海水形成的一个巨大的水滴。如果没有外部引力的不均匀性，这个大水滴将精确地呈球形。现在考虑月球引力的影响。如图 3 所示，在地心参考系中各地海水所受月球的有效引力是“真实的引力”和地心的离心加速度造成的“惯性离心力”之和。这有效引力的分布就像图 4 所示那样，把海水沿地－月联线方向拉长为一个椭球。这就是为什么在地球相对位置会同时出现潮汐，使得每天有两次潮，而不是一次的原因。

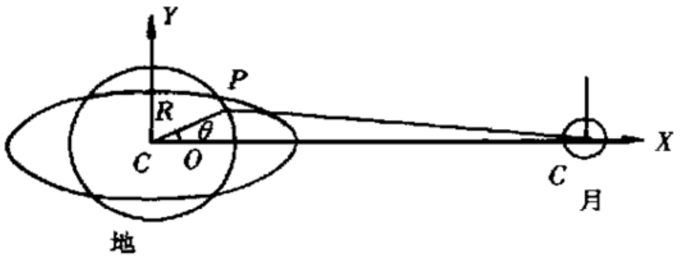


图 3

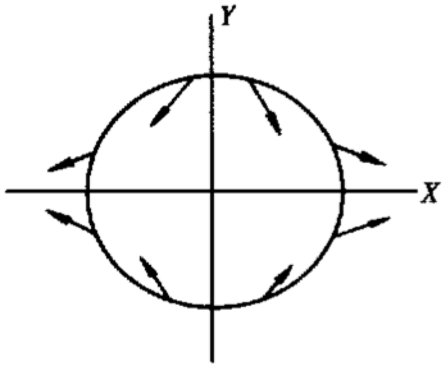


图 4

现在让我们来来看看地－月引潮力的大小，在图 3 中 C 和 C' 分别是地球和月球的质心，O 是它们共同的质心，P 是某一质量为 Δm 的海水，可以推出：

$$f_X = \frac{2G\,\Delta m M_{月}}{r^3_{地月}} R_{地}\cos\theta,\ f_y = -\frac{G\,\Delta m M_{月}}{r^3_{地月}} R_{地}\sin\theta$$

上式同样适用于太阳，只是其中的 M 和 r 应分别代之以太阳的质量 M 和日－地距离 $r_{日}$ 上式表明，引潮力与质量成正比，与距离的立方成反比，这是因为它是除去引力的均匀部分后剩下的高阶效应。故月潮与日潮大小之比为：

$$\frac{f_{月}}{f_{日}} = \frac{M_{月}}{M_{日}}\cdot\left|\frac{r_{日}}{r_{月}}\right|^3 =$$

$$\frac{7.35\times10^{22}\text{kg}}{1.99\times10^{30}\text{kg}}\left|\frac{1.5\times10^{8}\text{km}}{3.84\times10^{5}\text{km}}\right|^3 = 2.20$$

即月球的引潮力是太阳的 2 倍多，这就解释了为什么月球（而不是太阳）对潮汐起着主要作用。日月引潮力的效果是线性叠加的，合成的结果与日、月的相对方位有关。在朔日和望日，月球、太阳和地球几乎在同一直线上，虽然这时月球和太阳先后在地球的同侧和异侧，但太阳潮与太阳潮同向相加，从而形成每月的两次大潮。上弦和下弦时月球和太阳的黄经相距 90°，太阴潮被太阳潮抵消了一部分，形成每月里的小潮。

引潮力对大气的作用可以形成大气潮汐，它对地壳也有作用，使之发生微小形变从而形成固体潮。潮汐对地球的自转起着制动的作用，图 5 具体地描绘了这种制动作用是怎样产生的。这里不妨只考虑月球引潮力的作用。大量地球物理的观测表明，地球对力的响应并不是纯弹性的，而是滞弹性的，即应变稍有延迟。这样一来，月球对两端隆起部分的吸引力就形成一对大小不等的力，近的一头比远的一头稍大，且由于大的力 F_1 与 AB 垂线的夹角比小的力 F_2 与 AB 垂线的夹角小，所以合起来就形成一个阻止地球自转的力矩。潮汐的这种制动作用一点点地减缓着地球的自转。3 亿多年前地球的一年有 400 天左右，而现在只有 $365\frac{1}{4}$ 天，可见慢了不少。长久以来人们就知道这样一个事实：月球总是以它的一面对着地球。换言之，月球自转和公转的周期相等，这是在漫长的岁月里地球对月球的引潮力在月球上形成固体潮的作用造成的。

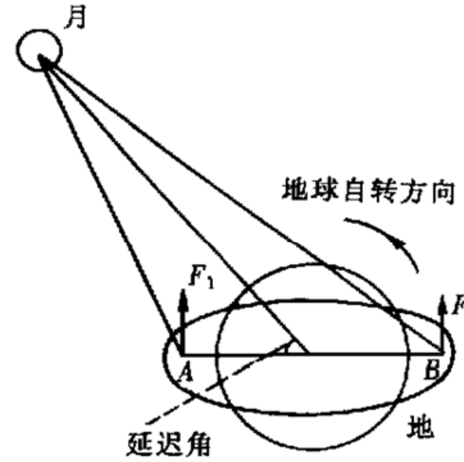


图 5

不要以为引潮力是引力场的高阶效应，作用不会太强烈。天文上有许多伴星围绕主星运行，若伴星的轨道小到某一临界半径之内，它就会被主星的引潮力撕成碎片。通过计算可以得出临界半径为：

$$r_c = R\left|\frac{3\rho}{\rho'}\right|^{\frac{1}{3}} = 1.44R\left|\frac{\rho}{\rho'}\right|^{\frac{1}{3}}$$

（其中 ρ 为主星平均密度；ρ' 为伴星平均密度）

对于地－月系统，$\rho/\rho' = 5/3$，从而月球被地球引潮力撕碎的临界距离为：

$$(r_c)_{月} = R_{\odot}\left|\frac{3\rho_{\odot}}{\rho_{月}}\right|^{\frac{1}{3}} = 1.7\times R_{\odot}$$

可见，一旦月球向地球撞来，在它未与地面接触之前，已被引潮力撕得粉碎。就土星来说，若土星环中的颗粒物质与土星本身的密度相等，则这距离已在临界距离之内，环中物质应解体，不能形成一个整的椭球形卫星，所以它就一直以尘粒状伴随在土星周围形成土星光环。人类有史以来能够看到最为壮观的彗星、行星相撞事件，是 1994 年 7 月苏梅克－列维 9 号彗星撞击木星，据理论推算，列维 9 号彗星 1992 年 7 月进入临界距离后被撕碎。哈勃空间望远镜确也观测到 A、B、C、D、……U、V、W 等 20 余个碎片，之后 P、Q 又各分裂为两块，后来 P 的一块碎片又分裂为两片。