谈谈气体称量定律及其表达式

谢　荣　庆

(郑州教育学院,河南　450052)

从以往的经验或知识中得出来的科学命题,能否进一步被人们认同为科学定律,这决定于对这个命题的证明(常常是数学证明)是否“真”,而在几种证明“同真”时,则又决定于是否存在“美”。“我选择美”是科学家普遍的心理写照,只有既“真”且“美”的证明,才能使科学命题在人们心目中顺理成章、水到渠成地升华为科学定律。

由于在物理实验中充了气的黄铜球比真空时的黄铜球重,所以人们不难从力平衡知识中直觉得到这样一个科学命题,即“气体重量等于下方气压减上方气压”,对于这个可以直觉出来的命题,有关教科书是用微分来证明的。由于微分证明的逻辑起点与终点都不能与命题的主、谓项照应,其证明结果所得的数学表达型与命题的语言表达型不吻合,这就会影响到这一命题的可信度(微分证明只是一种理论上趋于零的“微增量”证明,具体到实际中只能“近似地表示”,它与定律表述的内容、形式类型都不相同,作为定律的证明有明显的牵强之嫌)。鉴于此,笔者从称量气体实际的思路出发(详见中国人民大学资料中心《中学物理教与学》2001年第二期,找到了一种与微分证明不同的定积分证明,它严格地依命题的主项(“气体重量”)作其演绎的逻辑起点,而推导出的逻辑终点则又正好是命题的谓项(“下方气压减上方气压”)。证明结果的数学表达型是“$x = y - z$”,与命题的句型“x 等于 y 减 z”二者一一对应,完全可以等量齐观,且又从理论上考虑到了 g 值随高度变化的实际。这种最原本、最实际、最直接的积分证明能使命题的必然性得到了最大的昭示,使命题令人信服地升格为定律——气体称量定律。这种积分证明的过程如下。

设一容器内某种气体其下方距地表距离为 a,该处气压为 p_a,数量密度为 n_a,重力加速度为 g_a;其上方距地表距离为 b,气压为 p_b。据此,该气体其重量必为

$$\int_a^b n_a m g_a e^{\frac{-mg_a(x-a)}{kT}} d(x-a)$$

$$= \int_a^b n_a m \frac{GM}{(R+a)^2} e^{\frac{-m\frac{GM}{(R+a)^2}(x-a)}{kT}} d(x-a)$$

$$= n_a kT - n_a e^{\frac{-m\frac{GM}{(R+a)^2}(b-a)}{kT}} kT$$

$$= p_a - p_b$$

这是在不同高度进行气体称量时气体称量定律的数学表达式,从形式上就容易看出其内容是“气体重量等于下方气压减上方气压”(若还考虑到非理想气体则 p_a、p_b 分别用范德瓦尔斯方程代入即可)。若将这一数学表达式中的 a、b 分别换成 0、∞,则可推导出“大气重量等于大气压值”。具体推导过程如下(p_0、n_0 分别表示地表大气压值和地表大气数量密度):

$$\int_0^\infty n_0 m \frac{GM}{(R+0)^2} e^{\frac{-m\frac{GM}{(R+0)^2}(x-0)}{kT}} dx$$

$$= n_0 kT$$

$$= P_0$$

此即“大气重量等于大气压值”或“大气压值等于大气重量”的证明。这是气体称量定律数学表达式在上方气压为零时的一个特例。

一部科学史表明,人们对科学认同的进步就是各种经验方法或理论方法(包括数学方法)的进步。数学证明方法之于科学定律也是如此,只有真、善(特别是能结合实际的实用之善)、美(特别是明达而不拐弯抹角的简洁之美)的证明,才是人们通向认同科学定律的桥梁。正因为如此,如王海华教授所言:“气体重量等于下方气压减上方气压”这一直觉性命题,只是在提出了具有真、善、美的定积分证明后,才开始被人们认可为一条科学定律,具有“理论创新价值”。

(上接48页)观察静摩擦力的变化情况及最大静摩擦力与滑动摩擦力的关系。

实验表明:静摩擦力是变化的,但有极大值,即最大静摩擦力,且滑动摩擦力小于最大静摩擦力。

“摩擦力器”还可以观察做圆周运动物体的向心力和哪些因素有关,观察振动物体的回复力特征等。