开普勒第二定律的建立

王较过　苏秀梅
(陕西师范大学物理系，　西安　710062)

约翰·开普勒(Johannes Kepler, 1571—1630)是德国著名的天文学家和物理学家,一生在多方面对科学的发展做出了贡献,尤其在天文学领域,他经过多年的努力探索,建立了开普勒三定律,从而使人们对行星的运动有了更加明确清晰的认识,也为牛顿发现万有引力定律奠定了基础。正是由于这一卓越的科学成就,开普勒被后人称为“天空的立法者”。本文就他建立开普勒第二定律的过程做一探讨。

1. 第谷与开普勒的合作

科学的发展不仅需要理论,而且不能离开观察实验。在科学向前发展的过程中,有时理论这只脚向前先迈一步,有时观察实验这只脚向前先迈一步。但无论如何,只有将理论与观察实验完满地结合起来,才能形成正确的科学知识体系,开普勒定律的建立也充分说明了这一点。

开普勒1571年生于德国,1589年进入图宾根大学学习,受到宣传哥白尼学说的天文学教授麦斯特林的影响,成为日心说的忠实拥护者。开普勒的智力超群,是一位伟大的思想家和出色的数学家,他善于进行分析、归纳和数学计算。正是他应用自己的理论分析才能整理、研究第谷的天文观测资料,才做出了天文学上的伟大发现。

布拉赫·第谷(1546—1601)是丹麦著名的天文学家,近代天文学的创立者。1560年,第谷通过一次日偏食的观测对天文学产生了浓厚的兴趣,他认为,人们要了解宇宙体系,必须掌握恒星及行星的位置。可是他在1563年观测木星和土星接近时,发现当时记载行星运动的星表有严重错误,于是就开始购买仪器进行天文观测,想通过观测取得有关行星运动的准确数据,从而编制出尽可能准确的星表。1576年,丹麦国王腓特烈二世向第谷提供了汶岛和大量资金修建了一座天文台,次年他便移居汶岛进行了长达20年的持续天文观测。

第谷是人类历史最伟大也是最后一位用肉眼观测的天文学家。由于他从事天文观测的年代还没有发明望远镜,其观测都是用肉眼进行的。第谷的观测才能十分惊人,他观测的准确度达到2弧分,这大概是人们用肉眼观测所能达到的极限,至今尚未有人在不借助望远镜的条件下达到更为精确的观测。第谷通过长期的观测,积累了大量的天文观测资料。在他编纂的天体编目中列出了700多颗恒星的位置,它们占到了在丹麦所居纬度上能用肉眼看到恒星总数的3/4以上。

第谷在汶岛最后所做的有记录的观测发生在1596年3月15日,次年他应德国国王鲁道夫二世的邀请,离开丹麦前往德国定居于布拉格。就在这一年,开普勒出版了《天体运行轨道的秘密》一书,并将此书寄给当时在布拉格的第谷。第谷仔细阅读后,十分欣赏开普勒的数学才能,便邀请他做自己的助手。1600年,开普勒来到布拉格被聘为第谷的助手,从此两人开始合作,第谷卓越的观测实验才能与开普勒超群的理论思考才能合谐地结合在一起。1601年,第谷逝世前将他一生中辛勤收集的观测资料交给开普勒,并希望开普勒继续自己的工作。第谷去世后,开普勒便对第谷的天文观测资料特别是第谷记载的关于行星的资料进行了长期的认真分析和研究。

2. 火星运行轨道的确定

1600年初,开普勒在布拉格天文台承接的第一项重要任务是确定火星运行轨道的细节。起初,开普勒接受这一任务时雄心勃勃,打算在数日内完成。然而,事与愿违,完成这一任务花费了开普勒多年的心血。

开普勒最初假设火星的轨道是圆形,并试着用偏心等距轮来说明第谷对火星的观察结果。如图1所示,在开普勒的偏心等距轮中,O是圆心,太阳处于偏心位置S,Q点与太阳所处的偏心点对称,叫均恒点(偏心对称点)。火星M相对于Q点作匀角速转动。根据这一假设,开普勒花了一年多的时间,拼凑组合了70多个模型试验。尽管得出了一个接近

观测事实的结果，但该模型所预测的位置，在黄道的经度上和第谷的观测有8角度的误差。开普勒相信这8角度不可能是第谷观测的误差。他敏锐地觉察到这说明火星不可能做匀速圆周运动。于是开普勒另辟蹊径，转向用第谷的观测数据描绘火星的运行轨道。

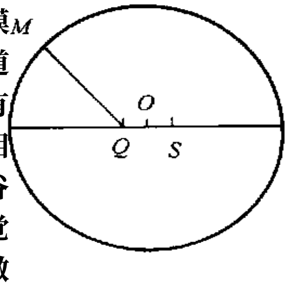

图 1

要确定火星的运行轨道，必须确定它的确切位置。然而，人类对火星的观测数据都是从地球上取得的，地球也在不停地运动。因此，要确定火星的位置首先必须弄清楚地球的运动轨道及运动方式。开普勒利用第谷对火星的观测数据，利用几何作图的方法巧妙地解决了这一难题。如图2所示，从太阳S、地球E、火星M位于同直线时的观察算起，太阳位于中心不动，地球与火星绕太阳运动。由于它们绕日的运动周期不同，因而经历一个火星年(687天)后，火星回到了它的运动轨道上的初始位置，地球却不能回到其轨道上的初始位置，此时它必位于轨道上的另一点。如图3所示，如果相对于恒星天球分别绘出从太阳和火星到地球的两条视线，则其交点必是地球轨道上新的一点E_1。用同样的方法再根据一个火星年的观测数据，又可以确定地球轨道上的另一点E_2，依此类推，处理多组每隔一个火星年的数据就可以得到地球轨道上的多个不同点，由这些点就可以描绘出地球运动轨道的形状。

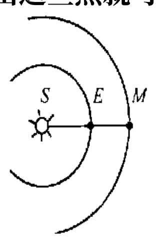

图 2

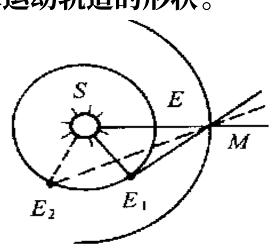

图 3

确定了地球运动轨道形状后，开普勒再次利用一个火星年的观测数据确定火星的运行轨道。他确定火星轨道的基本思想是：如图4所示，每经过一个火星年，火星必然处在其轨道的同一位置，而地球则处于自己轨道上的两个位置。此时从这两个位置绘出的指向火星的视线的交点一定是火星轨道上的一点。利用多组这样的观测数据，就可以确定火星轨道上的多个点，进而确定火星的轨道曲线。经过大量的数学运算，开普勒由确定的轨道曲线发现：地球的轨道几乎是一个圆周，太阳位于稍偏离圆心的地方，火星的轨道是一个椭圆，太阳位于椭圆的一个焦点上。

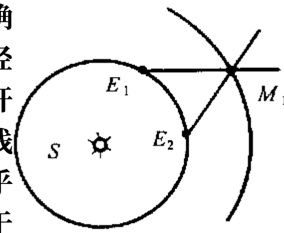

图 4

3. 等面积定律的确立

确定了地球和火星轨道，开普勒继续研究它们在其轨道上的运动规律。他首先发现，地球与火星在其轨道上运动的速度是不均匀的，在靠近太阳的地方运动较快，远离太阳的地方运动较慢。如何解释这一现象呢？

首先，开普勒从运动学方面考虑。如图5所示，圆代表行星的运行轨道，O为圆心，Q为均衡点，S为太阳位置，A为远日点，P为近日点，则

$$\overline{SO} = \overline{QO},\ \overline{QP} = \overline{SA},\ \overline{AQ} = \overline{SP}.$$

设行星绕均恒点Q做匀角速转动，则

$$\overset{\frown}{BA}/\overset{\frown}{RP} = \overline{AQ}/\overline{QP} = \overline{SP}/\overline{SA} \qquad (1)$$

设行星在近日点和远日点运动的速率分别为v_A和v_P，通过$\overset{\frown}{BA}(\overset{\frown}{RP})$所用时间为$t$，代入(1)式得

$$v_A/v_B = \overline{SP}/\overline{SA} \qquad (2)$$

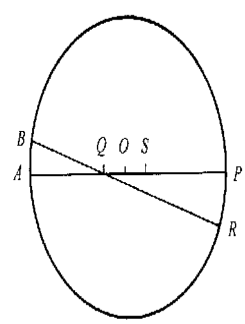

图 5

(2)式说明行星在近日点和远日点附近运动的速度大小与其到太阳的距离成反比。推而广之就可得出结论：行星在轨道上运动，其速度与它到太阳的距离成反比。这就是开普勒所谓的“距离定律”。怎样用动力学对此解释呢？

受吉尔伯特磁力理论的影响，开普勒设想行星沿轨道运动是由引力驱驶的缘故。引力来自太阳的磁力流并沿轨道平面向外传播，行星在轨道上各点受到太阳作用力的大小和它与太阳的距离成反比。

从高考试题的改变看等效变换的应用

雷　晓　蔚

(渝州教育学院物理系　重庆　402160)

等效变换并不是一个新鲜名词,但是它的应用却有许多新花样,它是考查学生综合素质和能力的一种有效途径。教育部在《普通高校招生制度改革方案》中提出了“三个有助于”和“四个方面”的总体改革方案,总体上将更加注重对考生能力和素质的考查。分析 2000 年各地及全国高考理科综合能力测试卷,我们不难发现,等效思维在其中的作用。而等效变换的思路只有在对物理原理理解透彻的基础上,才能灵活运用,它是考查学生综合素质和能力的一种有效途径。

先来看一道典型的等效变换题:

6 块各长 $l=1$ 米的相同均质薄板,叠在一起伸出桌边以外,要求最下面的一块不离开桌面,各板又尽量往外伸出,那么最上面的一块的远端离桌边的距离是多少?

常规解法:设6块木块从上而下的编号依次为

根据当时流行的亚里士多德力与运动的关系:力是物体运动产生的原因,物体的速度与所受的外力成正比,开普勒推导出行星运动的速率与它到太阳的距离成反比,即 $v\propto 1/r$。

由此可进一步设想,若行星位于轨道上不同的 A、B 两点时,其速率与它到太阳的距离分别为 v_A、r_A、v_B、r_B,行星运动同一小段距离 Δs 所用时间分别为 Δt_A 和 Δt_B,则

$$v_A\Delta t_A = v_B\Delta t_B$$

$$\because \quad v\propto 1/r$$

$$v_A\Delta t_A \propto \Delta t_A/r_A$$

$$v_B\Delta t_B \propto \Delta t_B/r_B$$

$$\therefore \quad \Delta t_A/r_A = \frac{\Delta t_B}{r_B}$$

这说明行星沿其轨道走过一小段距离所用的时间和它到太阳的距离成正比,即 $\Delta t\propto r$。由此推论可得,行星在轨道上某点到太阳的距离可用来量度它在该点运动一小段距离所用的时间。在此需强调指出,尽管开普勒得出的这一结论是近似正确的,但他依据的理论前提是错误的,这种现象在物理学发展史上并不少见,例如卡诺定理就是其中的典型例子。

为了求得径矢扫过的面积,开普勒设想把行星轨道上较长的一段圆弧 P_1P_N 分成一些小段圆弧 P_1P_2, P_2P_3 ……,并且使每一段小圆弧的长为 2 个单位长度,如图 6 所示,如此划分后,由太阳向小段圆弧两端点连线,此时围成的扇形面积在数值上近似地等于该圆弧到太阳的距离。因此,各个小圆弧到太阳的距离之和就等于太阳和行星联线扫过的面积,即 SP_1P_N 的面积。因为行星到太阳的距离可以量度它在该点运动一小段距离所用的时间,所以这个距离之和同样可以量度行星从 P_1 运动到 P_N 所用的时间。由此不难得出结论:行星到太阳的联线扫过的面积与所经历的时间成正比,这就是开普勒第二定律,即行星的径矢在相等的时间内扫过相等的面积。

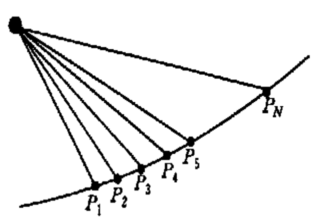

图　6

在此需要指出,开普勒作出这一结论时只计算了地球和火星这两颗行星在近日点和远日点附近的一些数据。他看到这一关系是如此地美妙和简单,从而坚信它对于任何行星在轨道的任何部分都是正确的。现在我们知道这一定律具有更大的普遍性,它不仅描述了围绕太阳的任何行星的运动,同样也适用于围绕任何行星的卫星运动。