

相位与约瑟夫森效应及其在超导中的应用

易学华¹ 何宝鹏²

(1. 广东惠州大学物理系 惠州 516015)

(2. 华南师范大学物理系 广州 510631)

许多物理效应(如多普勒效应,约瑟夫森效应、AB效应、干涉效应、量子霍尔效应)都与相位紧密相关,且相位的物理效应已在很多领域中得到了验证和应用。本文就相位与约瑟夫森效应及其在超导现象中的应用进行分析和讨论。

一、约瑟夫森效应

当两块超导体之间所夹绝缘层的厚度很薄(10^{-7}cm 左右)时,两超导体中的电子对会因隧道效应而耦合,电子对将从一块超导体进入另一超导体,形成超导(隧导)电流,而两超导区的电子对波函数具有确定的相位关系,这种现象称为约瑟夫森效应。1962年约瑟夫森研究了两块超导体被一层薄绝缘层分开的S-I-S结,即超导的隧道结,从理论上预言将会有以下的物理效应。

1. 直流约瑟夫森效应

当超导体1和超导体2互相远离的时候,超导体1中电子对波的相位和超导体2中电子对波的相位是互不相关的。设想超导体1和超导体2之间有一绝缘薄层,当这绝缘层的厚度逐渐减少到1nm左右时,两个超导体中的电子对波将有一定程度的耦合。同时,每一个超导体中电子对波将受到另一超导体中电子对波的制约,它们的相位之间不再互不相关了。此时,超导电子对就能隧穿绝缘层,形成超导隧道电流,两个超导体电子对波之间将有确定的相位关系。设超导体1和2中的超导电子对的波函数分别记为 ψ_1 和 ψ_2 ,当两个超导体与一电池的两极联接,电位差维持一个常数 V ,即 $V_1 - V_2 = V$,为方便起见,不妨取 $V_1 = -V_2 = V/2$ 及 $q = -2e$,考虑无磁场的情况,则 ψ_1 与 ψ_2 满足下列薛定谔方程:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = U_1 \psi_1 + K \psi_2 = -eV \psi_1 + K \psi_2$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = U_2 \psi_2 + K \psi_1 = eV \psi_2 + K \psi_1 \quad (1)$$

式中 K 描述两个超导体的耦合, U_1 和 U_2 分别为电子对在1、2区中的能量。假设两个超导体形状相同,由同一种物质组成,则可认为两边超导体中的电子对密度相等,即 $n_1 = n_2 = n_0$,故有:

$$\psi_1 = e^{i\theta_1}; \quad \psi_2 = e^{i\theta_2}; \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式,并分别让方程两边实部等于实部,虚部等于虚部,则有

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_1}{\partial t} &= -eV/\hbar - (K/\hbar) \cos \theta \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial t} &= eV/\hbar - (K/\hbar) \cos \theta \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \pm 2K(\hbar)^{-1} \sin \theta \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\theta = \theta_1 - \theta_2$ (相位差)。由此可求得流过超导结的电流密度 $J_S = -q \frac{\partial P}{\partial t} = \pm J_0 \sin \theta$ (4)

式中 $J_0 = 4eK/\hbar$ 称为临界超导电流密度。

电子对的相位差 θ 随时间而变化,其变化率由(3)可得

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{2eV}{\hbar}, \quad \text{即} \quad \theta = \theta_0 + \frac{2eV}{\hbar} t \quad (5)$$

当超导结的两端不加任何电压,也没有外磁场时,则 $V=0$, $\theta = \theta_0 = \text{常数}$,于是超导结的电流密度为: $J_S = \pm J_0 \sin \theta_0$ (6)

上式表明,这时超导结中的电流为直流电流,其值在 $\pm J_0$ 之间,这种现象称为直流约瑟夫森效应。

当只有外加磁场时,若磁场方向平行于结平面,超导结中也会出现直流电流,但超导临界电流随结区磁通量的增加而变化。

如图1所示,沿 x 轴方向加恒定磁场 $B = B e_x$

市场的重要投资方向来进行开发研究,这一动向值得我们借鉴。我们在科技兴国的实践中,必须大力开发绿色技术,同时用绿色技术改造、完善非绿色技

术,使非绿色技术转化为绿色技术,让科学技术更好地为人类造福。

(这时矢势 A 沿 z 轴),则可取 $A = (0, 0, By)$ 。这时电子对由左边向右边运动时,有附加相位差,这时(5)式应改写为 $\varphi = \varphi_0 + 2eVt/\hbar - \frac{2e}{\hbar} \int A \cdot dl$ 。因外加电压 $V=0$,超导结两端之间的相位差为

图1 单个约瑟夫森结

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{2e}{\hbar} \int A \cdot dl$$

式中 φ_0 为初始时刻的相位差,若磁场透入超导体中紧贴绝缘层表面的厚度为 d ,而 $A \cdot dl =$

$Bydz$ 于是流过结的电流密度为:

$$J_S = J_0 \sin\left(\varphi_0 - \frac{2e}{\hbar} \int A \cdot dl\right)$$

流过结的总电流为:

$$I_S = I_0(B) \sin \varphi_0 = I_C(0) \frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0} \quad (7)$$

式中 $I_0 = J_0 la$ 为无外场时临界电流, $I_0(B) = I_0 \frac{\sin \varphi_0}{\varphi_0}$ 为外磁场为 B 时临界电流, $\varphi_0 = (t + 2) aB$ 为结的有效截面积内的磁通量, $\varphi_0 = h/2e = \hbar/e$ 为磁通量子, $I_C(0) = I_0 \sin \varphi_0$ 为无外场时临界电流。临界电流 $I_0(B)$ 随结区磁通(φ_0)的变化关系如图2所示。

从图中可看出,它与光学中的单缝夫琅和费衍射图十分相似。因此,人们把这种现象称之为超导量子衍射现象,从物理内涵看,这种现象(称为单结磁衍射现象)是电子对波长程相干性的必然结果。图2表明,临界电流随结区磁通量的增加而减少,当结区的磁通量 φ_0 等于磁通量子的整数倍时,即相位 $\varphi = n\pi$ 时,临界电流为零,可见临界电流随相位变化而变化。

2. 交流约瑟夫森效应

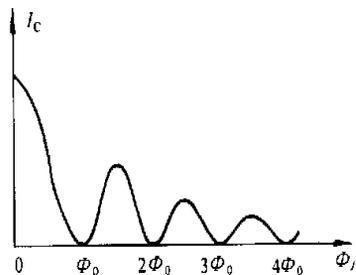


图2 临界电流随结区磁通的变化

若在超导结两边加一恒定电压 V ,但不加磁场,则由(5)式可得 $\varphi = \varphi_0 + 2eVt/\hbar$,因而超导结的电流密度为:

$$J_S = J_0 \sin(\varphi_0 + 2eVt/\hbar) \quad (8)$$

式中 $\omega = 2eV/\hbar$ ($\hbar = \hbar/2$),称为约瑟夫森角频率,即这时结中将有频率为 $f = 2eV/\hbar$ 的交变电流流过,这种现象称为交流约瑟夫森效应,这种频率称为约瑟夫森频率,它与超导结两端的电压 V 成正比。

若在恒定电压 V 之外再加上一以角频率为高频低压电压;即 $V = V + V_1 \cos \omega_1 t$ ($V_1 \ll V$)代入(5)式得:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2eV}{\hbar} + \frac{2eV_1}{\hbar} \cos \omega_1 t \quad (9)$$

则相位差 $\varphi = \varphi_0 + \frac{2eV}{\hbar} t + \frac{2eV_1}{\hbar} \sin \omega_1 t$

$$J_S = J_0 \sin\left[\frac{2eV}{\hbar} t + \varphi_0\right] \cos\left[\frac{2eV_1}{\hbar} \sin \omega_1 t\right] + J_0 \cos\left[\frac{2eV}{\hbar} t + \varphi_0\right] \sin\left[\frac{2eV_1}{\hbar} \sin \omega_1 t\right] \quad (10)$$

由假设条件 $V_1 \ll V$,可令 $\cos(2eV_1/\hbar \cdot \sin \omega_1 t) \approx 1$ 以及 $\sin(2eV_1/\hbar \cdot \sin \omega_1 t) \approx 2eV_1/\hbar \cdot \sin \omega_1 t$,且若所加电压的角频率 ω_1 等于约瑟夫森角频率 ω 时,则有

$$J_S = J_0 \sin(\varphi_0 + \omega t) + \frac{eV_1}{\hbar} J_0 \sin(2\omega t + \varphi_0) - \frac{eV_1}{\hbar} J_0 \sin \varphi_0 \quad (11)$$

上式右边前两项均为射频电流,其时间平均值为零,但第三项则是依赖于相位差 φ_0 的直流电,可见在交流约瑟夫森效应中,相位差起着重要的作用。

综上所述,若在结的两端加直流电压,则会在结中引起交变射频电流;若在此电流电压上进一步(如用微波照射)加上一定频率的射频振荡电压,则在结中引起直流电流,这种现象称为交流约瑟夫森效应。

二、超导量子干涉器(SQUID)

超导量子干涉器是约瑟夫森效应的一个重要应

用,它是由两个约瑟夫森结 a 和 b 并联,如图 3 所示。在两约瑟夫森结中间有磁弦通过。由(5)式知,电子对从 1 经 a 到 2 的相位改变为:

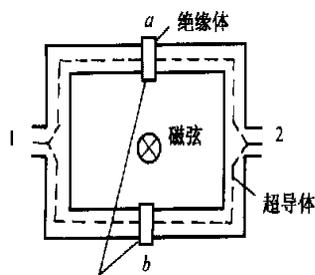


图 3 约瑟夫森结

$$\varphi_1 = \varphi_0 - \frac{2e}{\hbar} \int_{1a2} A \cdot dl$$

从 1 经 b 到 2 的相位改变为:

$$\varphi_2 = \varphi_0 + \frac{2e}{\hbar} \int_{2b1} A \cdot dl$$

式中 φ_0 为电子对经过单结的相位差,于是经过 a 、 b 两结到达 2 处的电子之间的相位差为:

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2e}{\hbar} \Phi_m$$

式中 Φ_m 为通过环路 $|a2b1|$ 的磁通,则 φ_1 和 φ_2

可表示为

$$\varphi_1 = \varphi_0 - \frac{e}{\hbar} \Phi_m, \quad \varphi_2 = \varphi_0 + \frac{e}{\hbar} \Phi_m$$

这样,经两条路线到达 2 处的电子对便会产生量子干涉现象,其合成电流密度

$$J = J_a + J_b = 2J_0 \sin \varphi_0 \cos \frac{e}{\hbar} \Phi_m \quad (12)$$

式中 $\sin \varphi_0$ 代表单结衍射因子, $\cos \frac{e}{\hbar} \Phi_m$ 代表双结干涉因子。

式(12)表明,到达 2 处的合成电流随回路磁通(即相因子 $(e/\hbar) \Phi_m$)的变化而变化,并受到单结衍射因子 $\sin \varphi_0$ 的调制(类似于双缝衍射——干涉现象)

当相因子 $e \Phi_m / \hbar = m$ 时,2 处电流为最大。由磁通量子化知,磁通 Φ_m 只能按磁通量子的整数倍来间断地改变,故当环面积为 1cm^2 时,磁场的改变量约为 10^{-7}G 的数量级 ($\hbar/2e = 2 \times 10^{-7}\text{G}\cdot\text{cm}^2$), $\hbar/2e$ 有很精确的公认值。因此可利用这种效应来制作精度极高的磁场测定仪——超导量子干涉仪,这在现代高新技术中有着广泛的应用。

一篇值得一读的审稿意见

作者所得的某些结论是与狭义相对论的结论完全相反(作者本人也这样认为)。究其原因,作者实际上并没有弄清楚静质量 m_0 和动质量 m 的概念。当一个质点相对于某惯性参考系以速度 v 运动时,我们说它具有动质量 m ,意思是,若质点此时的加速度为 a ,所受作用力为 f ,则满足牛顿第二定律: $f = ma$,可见动质量 m 一般是依赖于质点相对于参考系的速度 v ; $m = m(v)$ 。当 $v = 0$,即质点相对于参考系静止时, $m = m(0) = m_0$ 。此质量称为质点的静质量。作者举了一例,认为“丙一直一动不动地站在那里,我们实在找不出任何会使丙质量产生变化的理由。”实际上,丙相对南半球是静止的因此在此参考系,用牛顿第二定律测得的丙的质量是静质量 m_0 ,但丙相对北半球是以 $v = R$ 速度运动,因此在北半球参考系看,用牛顿第二定律测得的质量点 $m(v)$ 。这里不存在着作者的“主体改变”,“客观实际”(不变)的模糊不清的观念。这里的动质量 m ,是客观测量的结果,只是在不同参考系去测量会有不同的结果。鉴于这种情形,本稿不能采用。

作者化了不少时间,从教课书和科学读物中寻找当今物理学中尚未解决的问题,试图去解决它们。这种精神是难能可贵的,在这种精神的支持下,作者写出本文。但是,这类未解决的问题通常是一些困难的问题。若要解决这些问题首先应该深入地学习有关的物理、数学知识,扎扎实实地打好基础。这样,你才能把其中心基本概念弄清楚,真正确切地理解人们提出的问题是什么;其次,最好先去了解一下人们解决此类问题曾作过什么努力,所取得的进展和所遇到的挫折是什么,以免走弯路。没有扎实的基础,就试图去解决问题,往往会连问题是什么都没有确切弄清楚;并且也不知道怎样才算解决了问题。仅以一些观念的、哲学的语言去讨论,解决问题,以为这样算是解决了问题,这至少是对物理学的无知。物理学是建立在一些精确(可以用数学表述的)的概念基础上的,用严格逻辑方法(例如数学计算)来讨论,解决问题的。不懂这一点,会把自己的热情和精力白白浪费(这样的事例绝不是少见的);只有懂得这一点,才能走上扎实做学问之路。