

约瑟夫森效应的历史、性质与应用*

宋金

(南阳师范学院物理系 河南 473061)

1. 约瑟夫森效应的历史

1959年,美国物理学家加埃弗(Ivar Giaever)做了一个重要的实验:他把一块超导体和一块正常导体连接在一起,中间放一块很薄的绝缘介质,这层绝缘介质对于电子来说就是一个势垒,当他在连接起来的超导体和正常导体两边加上电压后,发现电子可以穿过,他把这种现象叫做隧道效应。1960年加埃弗将两边换成超导体,仍然产生了隧道效应。但是,加埃弗的实验现象并没有引起科学界的足够重视,因为在超导研究的初期人们就已经知道,超导电流是由电子对构成的,电子对穿过绝缘层的可能性太小了。1962年,英国物理学家约瑟夫森(Josephson)对加埃弗的实验过程进行了理论上的分析和计算。结果表明:当势垒两边的电压为零时,电子对能够穿过势垒层产生直流超导电流;当势垒两边有一定电压时,有特定频率的交流超导电流存在。同时,约瑟夫森还对许多可能出现的超导情况都作了详细的计算,并根据计算结果进行了大量的推论和预言,这些成果和预言合在一起就是著名的约瑟夫森效应。采用费恩曼方法可以得到基本的约瑟夫森关系式

$$I = I_C \sin \varphi, \quad \partial \varphi / \partial t = 2eV / \hbar \quad (1)$$

其中 φ 为势垒两侧超导体中宏观量子波函数的位相

积分即得 $\varphi = - \int Y A (T_2 - T_1) dt$,至此,我们完成了本题的证明。

例3. 试证明,对于均匀系统,物态方程可表示为 $T = T(p, v)$ 时,有 $A_S / A_T = C_P / C_V$,其中 A_S 和 A_T 分别为绝热和等温情形下的弹性模量,即 $A_S = - V(\partial P / \partial V)_S$, $A_T = - V(\partial P / \partial V)_T$ 。

证明:这道题有一定的思考性。若一味囿于偏导数的变换,则非常繁琐。我们考虑用(*)式。 A_S 和 A_T 的表达式看似与(*)式无关,但仔细想一想,便发现 $A_S = - V(\partial P / \partial V)_S$, $A_T = - V(\partial P / \partial V)_T$ 之比可用(*)式表示出来。如下:

$$\frac{A_S}{A_T} = \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \left[\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V \right]}{\left(\frac{\partial V}{\partial S} \right)_P \left[\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_V \right]}$$

差, I_C 为温度 T 时无噪声时的最大约瑟夫森电流。当 $V=0$ 时, I 为常数, I 为有限超流, $|I| \leq I_C$, 这就是直流约瑟夫森效应;当 $V \neq 0$ 时,积分可得 $\varphi = (2eV / \hbar) t + \varphi_0$, 于是超流 $I = I_C \sin(\varphi)$, 这就是交流约瑟夫森效应。

2. 约瑟夫森效应的模型与性质

实际使用的约瑟夫森器件总是放置在有源电路中,结的物理特性由其相应的电参量来体现,一种很有效的方法是利用等效电路理论来分析约瑟夫森器件的物理行为。描述约瑟夫森器件时,可以把它看成是一个理想的约瑟夫森结(只通过超流)与结电阻 R 和结电容 C 相并联,这就是斯图尔特-麦尔坎伯模型(Stewart-McCumber 模型),如图1所示。

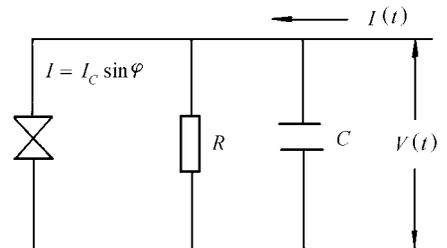


图1 Stewart-McCumber 模型的等效电路

注意到两个下标为 P 的偏导数相除,得到 $(\partial S / \partial T)_P$,同理,两个下标为 V 的偏导数相除,得到 $(\partial T / \partial S)_V$,故得 $\frac{A_S}{A_T} = \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P}{\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V} = \frac{C_P}{C_V}$,完成了证明。

总结:通过以上两道典型例题的解析,我们不难得出以下两点:

1. 当题设或结论中等式左右同时出现偏导数表达式,可以考虑用(*)式。
2. 当题设或结论是某两个系数之比,例如 $\frac{A_S}{A_T} = C_P / C_V$,可以考虑用(*)式。总之,只要我们善于发现表达式中明显或暗存的万能关系,熟练运用万能公式及其推论,一些束手无策的难题就会迎刃而解。

* 河南省教育厅自然科学基金研究项目

设外电源提供一个与时间有关的电流 $I(t)$, R 为结区电阻, C 为结区电容, 则约瑟夫森结两端的相位差 ϕ 和结两端电压 V 的关系由下列方程描述:

$$I(t) = I_C \sin \phi + \frac{\hbar d}{2eR dt} + \frac{\hbar C d^2}{2e dt^2} \quad (2)$$

方程(2)可以用一个质量为 $(\hbar 2e)^2 C$ 的质点在势场

$$U = -E_J \left(\cos \phi + I / I_C \right)$$

中的布朗运动即所谓的“搓板模型”来模拟, 其中 $E_J = \hbar C(T)/2e$ 为约瑟夫森耦合能。此时, 方程(2)可写成

$$\frac{\hbar C d^2}{2e dt^2} + \frac{\hbar d}{2eR dt} = -\frac{2e \partial U}{\hbar \partial \phi} \quad (3)$$

在 $0 < I < I_C$ 时, 质点处于势能相对极小处不能下滑(图 2a)。由于搓板势场随着 I 的增加逐渐倾斜, 当 $I > I_C$ 时, 质点下滑, $d\phi/dt \neq 0$, 根据约瑟夫森关系 $V = (\hbar 2e) d\phi/dt$, 结两端将出现电压(图 2b)。此时, 减小 I , 下滑变慢, 电压下降, 当 I 减小到等于 I_C

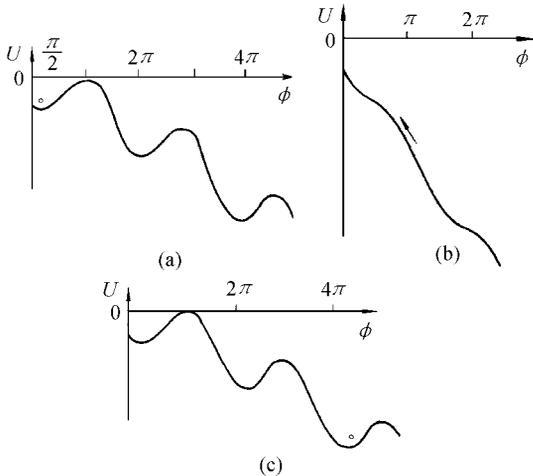


图 2 质点在搓板模型势场中的下滑运动示意图

时, 由于惯性, 质点不能停止, 一直到 I 减小到某一值, 使得势能改变不足以补偿阻尼损耗时, 质点才停止下来, 这时 $d\phi/dt = 0$, 电压再一次消失(图 2c)。因此, 一般可以得到一条有回滞的 $I - V$ 特性曲线, 如图 3 所示。

由于实际器件不可避免地与各种噪声相联系, 而约瑟夫森器件是一类灵敏度很高的器件, 因此噪声讨论对约瑟夫森器件的研究是极为重要的, 为提高约瑟夫森器件的灵敏度, 就必须研究与它相联系的各种噪声来源、性质及解决办法, 充分发挥器件的潜力, 对噪声的应用前景作出科学的评价。

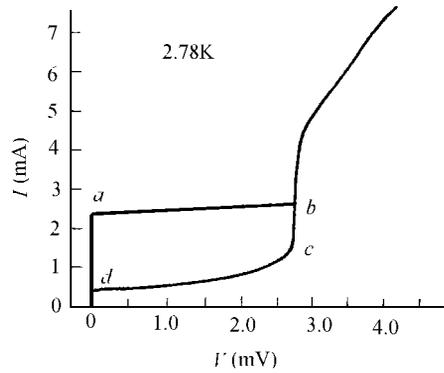


图 3 Pb-I-Pb 结的 $I-V$ 曲线 ($T=2.78K, I_C=2.3mA$)

在噪声存在时, 约瑟夫森结两端的相位差 ϕ 和结两端电压 V 的关系由下式描述:

$$I(t) + I_N(t) = I_C \sin \phi + \frac{\hbar d}{2eR dt} + \frac{\hbar C d^2}{2e dt^2} \quad (4)$$

式中 $I_N(t)$ 为涨落电流。由于噪声电流项的存在, 使得搓板的斜度作随机的抖动, 由于这种抖动, 只要搓板略有倾斜(即使 $I < I_C$), 质点就会下滑, 因而会出现跨结的电压, 甚至只要 I 不为零, 质点从某个势阱向邻近势阱的相位滑移的宏观平均就会产生向下的平均速度即产生跨结的电压, 这就是所谓的热激活相位滑移(TAPS), 质点要想作 2π 的相位滑移就必须克服激活能。当搓板的倾角很小时 ($I/I_C \rightarrow 0$) 时, 激活能 $U_0 = 2E_J = \hbar C(T)/e$, 我们定义 TAPS 的归一化的势垒高度 $\beta = \hbar C(T)/eK_B T$, 表示约瑟夫森耦合能 $\hbar C/e$ 与热涨落能量 $K_B T$ 的相对大小。 β 值越大, 热噪声就越小。由于热激活跃迁的存在, 有限的 β 值会导致 $I - V$ 特性曲线出现“圆拱化”。 β 值增大(即 T 减小), 圆拱化减小。而当 β 值非常大时, 圆拱化就会消失。

3. 约瑟夫森器件的应用

约瑟夫森器件已用来作为研究噪声理论的重要实验手段, 它常被用来研究噪声的量子理论以代替经典噪声理论, 超导量子干涉仪(SQUID)可用于测量当一个电阻温度低于 1K 时该电阻的噪声电压, 并用于研究 $1/f$ 噪声。目前, 约瑟夫森器件成功地应用于 SQUID 磁强计、磁化率、电压标准、混频器、现代医学等各个领域, 同时, 约瑟夫森器件作为高度非线性系统, 已用来从实验上研究和观测混沌现象, 随着超导技术的进一步发展, 约瑟夫森效应的应用将更加广泛。