

分形在物理学中的应用

盛 爱 兰

(山东理工大学物理系 淄博 255012)

翟 晓 晴

(张店一中 淄博 255012)

一、分形理论的基本内容

分形是对没有特征长度但有某种意义下的自相似性的形体和结构的总称。分形体系是具有无标度性的自相似结构。自相似结构可用分形维数来表示,这个维数可以是分数,或是一个连续变化的数。分形维数是描述分形的重要参数,有多种定义和计算方法。一般地,如把一个 D 维几何物体的尺寸放大 L 倍,就得到 L^D 个原来的几何图像。令 $L^D = K$, 则有

$$D = \ln K / \ln L$$

上式可作为豪斯道夫维数的定义,并且能毫无困难地推广到非整数的范围。

分形几何中的主要角色是由传统数学中的“病态”结构所扮演的,如科契曲线、谢尔品斯基海绵等,它们都具有严格的自相似结构,属于有规分形。而自然界中的分形并不都具有严格的自相似性,而只是从统计意义上具有自相似性,被称之为随机分形。需要指出的是,自然界中的现象,只有在一定尺度范围内才表现出自相似的分形特征。而数学上的分形,其自相似性可以追溯到无穷。

分维能够反映分形的基本特征,但由于侧重面不同,分维有多种形式,常见的有相似维数、豪斯道夫维数、容量维数、量规维数等,它们有各自不同的应用。若分形只涉及一个标度变换,称为单分形;如同时涉及到多个标度的变换则称为多重分形。多重分形是为了研究自然界中的非均匀和各向异性现象而提出的,它与简单分形的区别在于标度性质与方向有关。因此,一个单一的维数无法描述其全部特征,必须用维数的连续谱来表示。

分形是数学的一个新分支,它研究的是自然界中常见的、变幻莫测的、不稳定的、非常不规则的现象。在传统科学感到困惑的地方,分形学运用自如,大显神通。因而,分形学早已跳出数学的范围而对社会、科学领域产生了深远的影响。它在天文、地理、物理、化学、生物、医学、材料乃至语言学、经济学等领域得到了十分广泛的应用。

二、分形在物理学中的应用

物理系统本质上是非线性的,但当今的牛顿力学和量子力学对于非线性问题还是无能为力。分形学是三大非线性科学的内容之一,在解决非线性问题中起着重要作用。分形学的问世给物理学的研究注入了新的活力,因而分形在物理学中得到了广泛的应用,其中比较成功的应用包括以下方面:

1. 在分形凝聚中的应用

细微粒子如果形成像尘土一样的块体也会有分形构造,比如悬浮于气体中的固体颗粒或液体颗粒的凝聚、电解液中金属的电沉积、准晶体的生成、流体在多孔介质中的渗流等。为了研究分形凝聚,人们提出的具有多重分形的受限扩散凝聚(DLA)模型和动力学集团凝聚(KCA)模型。

2. 在固体物理中的应用

在一些非晶态固体中存在着分形结构,而分形结构上的自相似可造成反常输运。准晶态的形态是受分形规律制约而均成为分维结构,分形可用于准晶态的研究。在固体扩散中,当非均匀介质的晶格为具有无标度性的分形晶格时,分形晶格的反常扩散可用谱维数加以描述。在固体的元激发中,分形晶格中元激发分形子态密度与谱维数有关。

3. 在多孔介质输运中的应用

有些多孔介质的空隙界面具有分形结构,这些多孔介质中的输运规律会有许多反常行为。例如石油在沙石空隙间的流动、气体在多孔介质中的扩散等。分形理论已用来研究孔的分形特征对反应和扩散特性的影响。

4. 在薄膜研究中的应用

在薄膜的形成过程中出现的有些复杂图形具有分形结构。比如在气相物理沉淀、非晶态薄膜的晶化、溶液膜中的晶体生长、液体界面上的电解沉淀、气态电解质膜中的电击穿等过程中都可出现分形图样。分形理论已用于纳米半导体薄膜、超导薄膜、各种薄膜生长和超薄金属膜(只有一个或几个原子层的薄膜)生长的研究之中。

5. 在湍流研究中的应用

一般认为湍流具有分形性质。湍流的形成与流体雷诺数有关,在雷诺数相当大和各向相同的3维湍流中,能量散逸区域为分形构造。另外, $f(\cdot)$ 曲线能很好地描述耗散场中多重分形谱的特征。

6. 在分子光谱中的应用

近些年来,人们对分子光谱的极微细结构进行研究后发现:过去看上去是一条线的,实际上是由几条线谱构成,其线谱还可以由更细的线谱构成,即分子线谱具有分形结构。从分子线谱和分子能量状态的关系可推出,分子能量状态也具有分形结构。

7. 在电磁散射中的应用

许多表面具有不规则的几何分布,使其对电磁(光)的散射具有各自的分形特征,这些复杂各异的粗糙面散射可以通过分形的方法加以描述。

8. 在材料断裂分析中的应用

当材料断裂时,有些断裂表面和断裂边界具有分形特征,而且碎块的大小和频度也有类似的分形规律。分形可用于材料力学行为研究和材料弹塑性断裂的研究。

9. 在固体表面研究中的应用

许多固体表面乍一看很平滑,如果在小尺度下仔细观察,就会发现其结构粗糙而起伏不平,即具有分形特征。表面分维是度量表面复杂程度的一个综合参数,分形理论已用于材料性能、半导体表面的研究之中。

10. 在粒子物理中的应用

高能粒子碰撞是粒子物理研究的一种重要手段,而高能粒子碰撞中的阵发现象具有分形结构。分形理论可以为解释碰撞的机制提供了新的可能,阵发现象的研究,正为粒子物理打开一个新的领域。

11. 在流体粘性指进现象中的应用

粘性指进是指两种具有不同粘性的流体相遇时,在其界面形成的具有分形结构的奇特形状,该形状与受限扩散凝聚(DLA)模型相似。在实际问题中,有时需尽量减弱粘性指进现象,如在采油中。而在实验中,要尽量使粘性指进现象明显表现出来。

12. 在放电式样研究中的应用

实验室拍摄得到的平面放电式样与凝聚体非常相似,已被确认为分形。而拍摄的自然界闪电现象,具有像河流一样的分岔和弯曲,从而也可能具有分形的特征。

13. 在相变分析中的应用

人们已对相变点附近的分形结构做了许多研

究。一些具有自相似结构分形的临界性质,不仅受其维数的影响,而且还同分岔度、空隙度和连接性等几何参量有关。

14. 在超微粒中的应用

超微粒及其聚集体具有明显的分形特征,可用一组分形指数来表示。而且,超微粒聚集体在粒径、熔化、磁性、电导及生长过程中均具有分形特征。

15. 在分形量子力学中的应用

分形量子力学的一个重要问题是求解分形晶格中的薛定谔方程,从而研究电子能谱分布,常用的是紧束缚近似方法。研究结果表明,分形晶格上的本征谱具有互相嵌套的自相似结构,而不像平移对称晶格那样形成能带。

16. 在非线性光学中的应用

在非线性光学中涉及不少分形现象。在激光非线性薛定谔方程、相干态、波色及光场理论、可积系统理论、不可积哈密顿系统中的随机层、随机海和随机网等领域取得了许多成果。

另外,有人对超导现象研究后发现,材料微观结构的分形维数与其超导电性密切相关。分形学也用于布朗运动分析、非晶态半导体的研究、引力波的研究、电子在固体中的散射、多孔介质中的声传播、激光全息防伪等领域。

以上方面是分形在物理学有关领域的应用概况。分形在物理学中的应用包括理论研究和实际应用两方面。目前,理论研究已逐渐成熟起来,人们更加注重把理论研究成果用于各门工程技术中。例如电磁散射应用于远航通讯、雷达回波中;粘性指进用于石油开采中等等。预计在不久的将来,分形在超导体研究、各种薄膜研究、包括纳米材料在内的新材料研制等方面会发挥更大的作用。

