如何测量地球半径、太阳、月亮和星星的距离

陈　德　坤　　　　翁甲强　石　铭
(广东省茂名学院物理系　茂名　525000)　(广西师范大学物理系　541004)

宇宙中的天体, 体积宠大, 数目繁多, 距离遥远。如何测量这些天体的距离和大小是古今人类非常关心的问题。实际上, 科学发展到今天, 人类已经掌握了许多测量天体的方法。这些方法总体来说是多学科知识的综合运用。本文运用一般数学、物理、天文的知识深入浅出地介绍天体距离测量的几种方法。希望对有兴趣的非天文专业读者有所帮助。

为研究方便起见, 我们先要确定天体的方位。大家都有一个直观的感觉, "天", 就是以观察者为球心的半球面。而宇宙中的星星等天体好像分布于一个以观察者为球心, 以适当长度为半径的球面上, 这一假想的球面就称为天球。由于天体的视位置是观察者对天地视线与天球面的交线, 因此, 在作天球时, 一般以观察者为球心, 但为了方便研究, 常以地球中心或太阳中心作为天球的球心, 我们把前者称为"地心天球", 后者称为"日心天球"。

对于天体距离的测量, 我们至少需选地球半径作为长度参考量, 因此我们首先谈谈地球半径的测量。在历史上, 最先是用观测法求出地球半径的。如图 1 所示, 将地球视为正球形, 在同一地理径线上取 A、B 两个观察点, 同时测量一个天体 P 上中天时的天顶距即角 Z_1 和 Z_2, 因天体离地球很遥远, 可认为 $AP \parallel BP$, 作 $AC \parallel OB$, 则由几何学可得夹角 $\Delta\varphi = Z_1 - Z_2$, 测量弧 AB 的长度 l, 则可求出地球半径

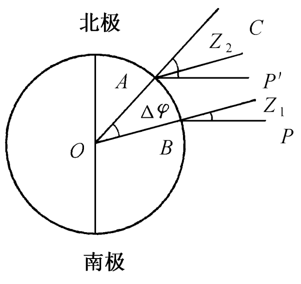

图　1

$$R = l / \Delta\varphi$$

现在我们利用卫星拍照等技术已不难精确地了解地球的形状和半径, 一般我们将地球看成赤道隆起, 两极扁平的椭球。并且测得其半长轴为 6378. 140千米, 半短轴为 6356. 755 千米。但为了研究分析问题方便起见, 我们仍将地球看做一个球体, 并且其半径通常取半长轴与半短轴之和的一半。以 R_0 表示, 这样 $R_0 = 6367.447$ 千米。知道了地球的半径, 我们在下面着重介绍天体距离测量的方法。

一、三角视差法测定天体距离

三角视差法是 20 世纪 60 年代前测定太阳系中天体距离最常用的方法。所谓视差, 是指观察者在两个不同位置看到同一物体的方向之差, 视差可以用观察者在两个不同位置之间的距离(通常称为基线)对被测物的张角来表示, 只要测出了物体的视差, 就可以确定被测物体的距离。由于天体距离遥远, 视差非常小, 因此必须将基线拉长, 以增大视差, 通常以地球的半径作为基线。

1. 地球和月球距离的测定

18 世纪, 法国的拉卡伊和拉朗德分别同时在柏林天文台和南非的好望角天文台观测月球。测量原理如图 2 所示。选月球一点 S 作为观测点, 在地球赤道上 M 点观测, 当 S 正好处于地平线上时, 由 $\triangle MSO$ 可知, 若测得 φ_0, 一般将 φ_0 称为赤道地平视差, 则 S 与地球球心的距离为:

时刻($t_2 = t_0 - R_2/c$)发射的, 即 $t_1 \neq t_2$ 将 $t_2 - t_1 = (R_1 - R_2)/c$ 代入上式得到:

$$x'_2 - x'_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left[(x_2 - x_1) - \frac{v}{c}(R_1 - R_2)\right]$$

或写成: $l = l_0\sqrt{1-\beta^2} + \frac{v}{c}(R_1 - R_2)$

此式说明在 s 系的观察者"看到"的运动直尺长度与"观测"到的不一样, 且在不同点看, 结果也不同, 因为($R_1 - R_2$)与 p 点位置有关, 只有当 $R_1 = R_2$ 时, "看到"的与"观测"到的结果才一致.

综上所述, 在相对论中高速运动物体的"观测"形象与"视觉"形象是完全不同的。相对论中对"观测"有着特殊的约定, 而"看到"则是一种光学效应, 这是两个截然不同的概念, 这一点在讲狭义相对论时必须向学生讲清楚, 以便使学生对相对论效应有更深入的理解。

$d = R_0/\sin\varphi_0$ (1)

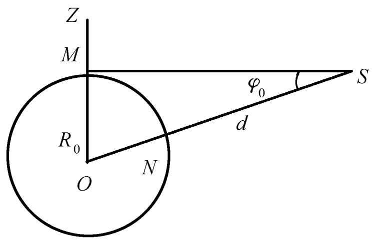

图 2

赤道地平视差 φ_0 可用下面方法测出，如图 3 所示，在地球上某点 A 处观测 S，设 A 的地理纬度为 ϕ_1，S 的地理纬度 δ，当 S 过 PZP' 圈时，Z 为天顶，测得其天顶距（天体离开天顶的距离，用角度表示），为角 θ_1，其视赤度为 δ_1，则有：

$$\theta_1 = \phi_1 - \delta_1,\ \theta = \phi_1 - \delta,\ r = \theta_1 - \theta = \delta - \delta_1$$

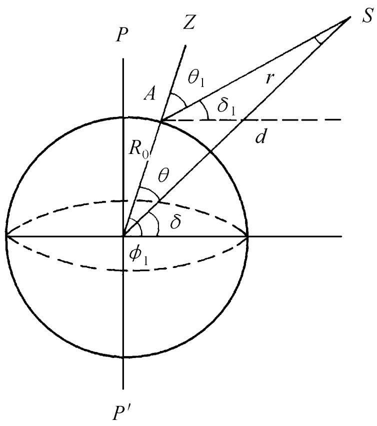

图 3

由正弦定理可得：

$$\frac{R_0}{\sin(\delta - \delta_1)} = \frac{d}{\sin(\phi_1 - \delta_1)} \quad (2)$$

将式(1)代入式(2)得

$$\sin(\delta - \delta_1) = \sin\varphi_0 \sin(\phi_1 - \delta_1)$$

在与 A 处同一地理经线上的另一地点 B 作同样的观测（B 点与 A 点尽量远些，最好一在南纬一在北纬），设 B 点的地理纬度为 ϕ_2，测得 S 的视赤纬为 δ_2，于是也有：

$$\sin(\delta - \delta_2) = \sin\varphi_0 \sin(\phi_2 - \delta_2) \quad (3)$$

由(3)式减去(2)式可得

$$\sin\varphi_0 = \frac{\sin(\delta - \delta_2) - \sin(\delta - \delta_1)}{\sin(\phi_2 - \delta_2) - \sin(\phi_1 - \delta_1)} \quad (4)$$

由于月球离地球的距离远大于地球半径，因此 $\delta - \delta_1$、$\delta - \delta_2$ 都非常小，于是(4)式可变为：

$$\sin\varphi_0 = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\sin(\phi_2 - \delta_2) - \sin(\phi_1 - \delta_1)}$$

这样，只要由观测值 δ_1、δ_2 则可以求出 $\sin\varphi_0$，进而可由(1)式求出地球到月球的距离 d。用这一方法可测出月球平均赤道地平视差为 3422.60″，因而求得月球到地球的距离为 384401(±1) 千米。现代用激光器直接测量了月一地距离，在误差只有几十厘米的精确度内证实了上述方法的可靠性。

2. 太阳和地球距离的测定

太阳和地球的距离测量，原则上也可用上述方法测定，但由于日一地之间的距离远比月一地之间的距离大得多，而且太阳有一个很大的光亮圆面，难于精确定位，再加上仪器对太阳直接测量，由于仪器受太阳辐射热胀冷缩影响精确度，因此像月球那样直接测量，则难以测出精确数据，故改用间接测量法。一般是选用离地球比较近，视面比较小的行星。通过测量这些行星的视差，再由行星的运动规律算出太阳的视差，如图 4 所示。

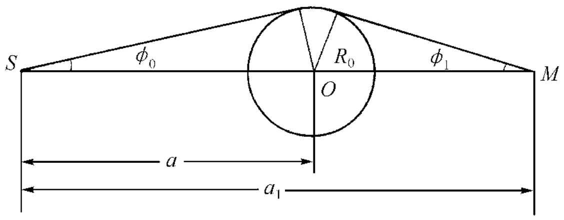

图 4

设太阳中心为 S，地球球心为 O，选取的行星为 M，SO 的距离为 a，SM 的距离为 a_1，将地球看成球体，半径为 R，则由

$$R = a\sin\varphi_0 = (a_1 - a)\sin\varphi_1$$

可得：

$$\sin\varphi_0 = (a_1/a - 1)\sin\varphi_1 \quad (5)$$

式中，$\sin\varphi_1$ 可用月一地测量法测出，选定行星的视差 φ_1，为了便于问题分析起见，视地球和小行星的运动轨道平行，且均为正圆形，则只要我们测出行星绕太阳运动的周期 T_1，地球绕日公转周期是已知的，则根据开普勒第三定律，可得

$$a_1/a = (T_1^2/T^2)^{1/3}$$

将上式代入(5)式即可求出 $\sin\varphi_0$ 或 φ_0，进而由(1)式可求出太阳到地球的距离。1931 年国际天文协会组织 314 个国家的 24 个天文台对爱神小行星进行观测，通过集中分析处理所得到的观测材料得到 $\varphi_1 = 8.7984'' \pm 0.0004''$，由此求得日一地距离为 1.4953×10^8 千米。现在国际上采用的 φ_1 值为 8.49718″，因而认为日一地距离为 1.49597892×10^{11} 米。在天文学上，并以此距离作为计量天体距离的单位，称为天文单位。

3. 恒星距离的测定

世界上第一个进行恒星测定的是哥白尼。在 19 世纪 30 年代前, 虽然恒星距离的测定未获得成功, 但在恒星距离的测定中, 布拉德雷发现了周年光行差现象, 这为周年视差法测定恒星的距离打下了基础。由于地球绕太阳在黄道上运动, 一年之内不同季节所处的轨道位置不同, 因而在同一地点不同季节观测某恒星, 在天球上描出的位置也不同, 当地球在 A 点时, 看到某恒星在天空的 A' 点, 当地球运动到 B 点时, 看同一恒星在 B' 点, 这样, 在一年之内, 这些描出的位点一般构成椭圆, 它的长轴与黄道平行, 半长轴所张的角等于恒星的周年视差, 也有些特殊位置的恒星可成圆或一段直线。我们以太阳到恒星的距离 r 为弦, 以地球和太阳的平均距离 a 为最短边所构成的直角三角形的最小角 α 为周年视差, 如图 5 所示。恒星的周年视差可由相隔半年的两次恒星位置的测定计算出来。由于恒星离太阳很远, 周年视差很小, 若 α 用弧度表示, a 用天文单位表示, 则 r、a、α 三者的关系为:

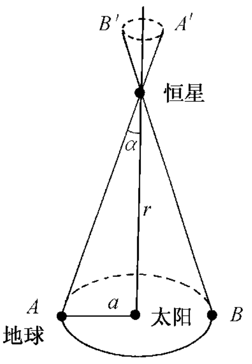

图 5

$$r = \frac{a}{\alpha}$$

若 α 用角秒表示, 记作 α'', 因 1 弧度 = 206265″, 那上式就改成:

$$r = 206265/\alpha'' \text{(天文单位)} \qquad (6)$$

当周年差为 1″时, 相应的中距离 $r = 206265$ 天文单位。这一距离称为秒差距。此外, 又定义了光年的单位, 1 光年就是光在真空中一年所走过的距离。根据以上距离单位的定义可算出:

1 光年 = 63290 天文单位 = 0.307 秒差距 = 0.95×10^{18}厘米

1 秒差距 = 206265 天文单位 = 3.259 光年 = 3.08×10^{18}厘米

由(6)式可知, 只要测出周年视差 α'', 就可算出恒星距离 r, 这种通过测周年视差来求恒星距离的方法叫做周年视差法。这种方法是 19 世纪天文学最伟大的成就之一。由几何知识及天球坐标定义可知, 椭圆的大小与恒星的距离有关, 恒星越远, 画出的椭圆越小。这样对于测量遥远的恒星来说, 测量的角度就很小。由于是用机械的方法测量这个角度, 因此小角的测量不仅非常困难, 而且结果的视差也非常小。因此为了对遥远的恒星距离测定, 天文学上又发展了很多测定恒星距离的方法。下面着重介绍光度视差法和红移法。

二、光度视差法测定恒星的距离

在天文学上恒星的亮度都用星等来表示, 所谓亮度就是恒星或其他天体的光线在通过观测点与光线垂直的平面上形成的照度。把直接测量到的天体亮度 E 来定义的星等称为视星等, 用 m 表示。而把天体置于 10 秒差距的距离处所得到的视星等称为绝对星等, 用 M 表示。同时把天体此处所具有的亮度用 E^* 表示。根据普森公式

$$m = a - \lg E$$

式中 a 为常数, 若以零等星的亮度为单位, 则普森公式可为

$$m = -2.5\lg E$$

根据光学知识可知亮度和距离的平方成反比, 故有

$$E^* / E = r^2 / 10^2 \qquad (7)$$

根据绝对星等的定义, 可得

$$M = -2.5\lg E^* = m + 5 - 5\lg r \qquad (8)$$

根据视差 π(用角秒为单位)与距离 r(用秒差距为单位)的关系 $\pi = 1/r$ 可得

$$M = m + 5 + 5\lg\pi \qquad (9)$$

如果恒星的绝对星等能够由某种方法测定或求得, 而视星等 m 又可以直接观测到, 根据(8)式就可以求出恒星的距离, 这种距离称为光度距离。它对应的视差称为光度视差。光度视差包括分光视差、造父视差。下面分别用这两种方法测量恒星的距离。

1. 分光视差法测量恒星的距离

自从 1902 年赫兹伯伦发现了 SrⅡ4078 这条谱线的强度与绝对星等有关后, 1914 年, 美国威尔逊天文台阿当斯和柯耳舒特发现, 同一光谱型的巨星矮星的光谱中有一些谱线的强度相差很多。利用恒星光谱中某些谱线的特征来求出恒星的绝对星等, 从而求出的视差称为分光视差, 这种方法称为分光视差法。

分光视差法是一种常用而又比较准确测定恒星视差的方法, 它的优点是在星际消光不存在或星际消光的改正做得比较准确的前提下, 不管视差的大小, 误差总是等于它的 ±12%。它的主要缺陷就是星际消光改正难于准确; 遥远而暗弱的恒星暂时难于拍到它清晰的光谱; 有些恒星还不能找出其光谱

与绝对星等之间的联系。据于上述原因，天文学家又研究了一种造父变星视差法。

2. 造父变星视差法(简称造父视差法)测定恒星的距离

根据恒星的演化理论，恒星本身的状态并非一成不变，而是遵循一定规律变化的，其中，有的表现为光亮度的变化。我们把那些光度变化相当快的恒星称为变星。而把那些光亮度不断起伏变化的恒星叫做脉动变星。造父变星是最重要的脉动变星，按变光周期的长短分为长周期造父变星(或称经典造父变星)和短周期造父变星，长周期造父变星，变光周期为 1 至 50 天范围内，变光幅度在 0.1 至 2 星等。短周期造父变星，变光周期在 1.5 天内，变光幅度在 0.5 至 1.5 星等。1912 年，美国女天文学家勒维特在研究小哲伦星云的造父星中发现了造父变星的光度与周期之间有密切的关系，周期愈长，光度愈大，这种关系称为周光关系。周光关系曲线是以绝对星等为纵坐标，以周期为横坐标。如图 6 所示为天琴 RR 型造父变星的周光关系。由于观测得到的是视星等，要把视星等变成绝对星等，必须设法求出距离模数，也就是必须定出周光关系的零点。零点问题是恒星文学中最基本的问题之一，1952 年，美国威尔逊山和帕洛玛山天文台巴德结论性地论证了造父变星的两个次型(星族Ⅰ型和星族Ⅱ型)各有自己的周光关系和零点。经过众多天文学家的研究，零点问题虽然没有得到满意的解决，但对星族Ⅰ型造父变星来说，目前周光关系可采用

$$M_P = -1.^m80 - 1.^m74\lg P \qquad (10)$$

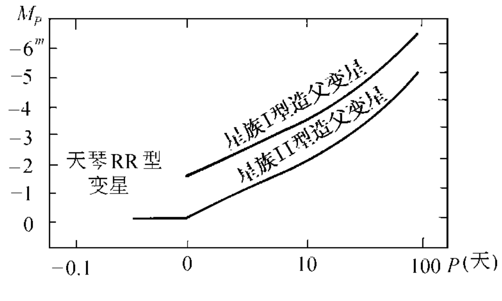

图 6

对于星族Ⅱ型造父变星来说，周光关系可为

$$M_P = -0.^m35 - 1.^m75\lg P \qquad (11)$$

通过观测定出造父变星的光变周期 p，然后通过周光关系就可以确定它的绝对星等 M，把 M 代入(8)式或(9)式，就可求出恒星的距离。用上述方法得出的光度视差称为造父变星视差。由于造父变星视差把分光视差所能测量的范围大大向前推进了一大步。因此把造父视差称为量天尺。银河系的大小就是运用造父视差法测定的。

三、哈勃红移法测定恒星的距离

造父视差法对天体测定方法较为简单，但是要确定造父星的零点是相当困难的，特别对于较远的河外星系这个方法就很难被采用。1929 年，美国威尔逊山天文台哈勃发现，河外星系的光谱具有红移，并且红移量平均正比于到星系的距离。哈勃进一步研究指出，这个规律对所有星系也是正确的，具有普通性，用公式可表示为：

$$r = cZ/H \qquad (12)$$

其中 H 为哈勃常数，它的单位为千米/秒·百万秒差距，一般取 50—70，c 为光速，Z 为红移量。它的大小为：

$$Z = \Delta\lambda/\lambda \qquad (13)$$

λ 为原来的波长，$\Delta\lambda$ 为波长的变化量。对一个星系来说，不同谱线的红移量为同一个常数。这样可以将由红移计算出来的河外星系的视向退行速度 v 与星系的距离 r 联系起来，那么哈勃定律就为：

$$v = Hr \qquad (14)$$

因为遥远星系的红移量很大，因此在计算退行速度时要用相对论的多普勒公式

$$v = c\,\frac{(Z+1)^2-1}{(Z+1)^2+1} \qquad (15)$$

必须强调(12)式是从观测中直接得到的，但从物理角度上来考虑，内在的关系应该是(14)式。实际上(12)式是(14)式和(15)式在 $Z \ll 1$ 的情况下取近似的结果。

哈勃红移法的优点是对所有星系普遍适用。但缺点是哈勃常数准确取值并不容易。另外红移法是在天体的辐射有谱线，并且能测出其波长变化时才能运用，如果天体的辐射只有连续谱线，那就无法测出红移值，这样红移法就无法采用。

以上所讲的是天体测定中常用的方法，除此之外还有星际视差法，力学视差法，星团视差法，平均视差法，角直径测距法等。每一种方法都有一定的适用范围和局限，都有各自的优缺点。因此在实际进行天体测量中可以通过多种方法互相校核，反复实验、反复视测，以提高测量的准确度，随着科学技术的发展，特别是空间技术的发展，空间望远镜的建立，以及天文观测理论的日趋成熟，人类对宇宙的探索，对宇宙的认识会更进一步。