



# 数学黑洞和物理黑洞

何善亮

(滁州实验学校 安徽 239000)

鲍森

(南京晓庄学院 江苏 210038)

黑洞,作为宇宙中一类特殊的“星”,由于它不容易被看到但却能将其近旁的物质无情地吸入和粉碎,从而牢牢地抓住了广大公众的想象力。在数学中则存在着另一类“黑洞”,它同样能引起我们探究的兴趣。

## 1. 数怎样被拉入“黑洞”——迭代

我们来做一个有趣的数字游戏:请你随手写出一个三位数(要求三位数字不完全相同),然后按照数字从大到小的顺序重新排列,这样便得到一个新数。接下来,再把所得新数的数字顺利颠倒一下,又得到一个新数。把这两个新数的差作为一个新的三位数,再重复上述的步骤。如此不停地重复下去,你将会看到你所选择的三位数被拉入一个三位数的“黑洞”。

例如 323,第一个新数是 332,第二个新数是 233,它们的差是 099(注意以 0 开头的数也得看成是一个三位数)。接下来,  $990 - 099 = 891$ ;  $981 - 189 = 792$ ;  $972 - 279 = 693$ ;  $963 - 369 = 594$ ;  $954 - 459 = 495$ ;  $954 - 459 = 495$ ;……

这样不断重复同一操作的过程,在计算机上称为“迭代”。有趣的是,经过几次迭代之后,上述三位数最终将会跌入 495 这个三位数黑洞。

对于四位数,也会发生类似的现象。任何数字不完全相同的四位数,经过上述的“重排”和“求差”运算之后,都会停在 6174 上——它仿佛是数的黑洞,一旦被拉入这个黑洞,便再也出不来了。

有时候,黑洞并不仅仅只有一个数,而是有好几个数,像走马灯一样兜圈子。例如,对于五位数,已经发现了两个圈——{63954, 61974, 82962, 75933}和{62964, 71973, 83952, 74943}。任何数字不完全相同的五位数,经过上述的“重排”和“求差”运算之后,都会被拉入这个黑洞圈。

## 2. 物质怎样被吸入黑洞——吸积

黑洞是引力造成的。牛顿发现了万有引力定

律,在此基础上,法国著名数学家和天文学家皮埃尔·拉普拉斯以数学分析为工具,明确预言了宇宙中存在着黑洞。众所周知,为了使物体摆脱引力的束缚,物体飞离星球必须达到一定的速度——逃逸速度。地面上的物体逃逸地球的速度为  $11.2\text{km/s}$ (逃逸速度在本文指第二宇宙速度)。星体的质量越大,半径越小,其逃逸速度越大。计算表明,物体在某星体的逃逸速度为  $v = \sqrt{2GM/R}$ ,其中  $M$  为星体的质量,  $R$  为星球的半径。按照这一理论计算,可以设想存在这样一个“星球”,物体在其表面的逃逸速度超过光速,那时,即使这个星球发出的光也不能离开它而进入太空,这正是拉普拉斯所预言的黑洞。

人们对黑洞的正式研究是从 1915 年爱因斯坦发表了广义相对论后开始的。最早经严格计算来描述相对论引力塌缩的是美国物理学家奥本海默。1939 年,奥本海默和斯尼得完成了这一经典工作,他们严格地预言了黑洞产生的可能性。50 年代末期,惠勒等人对黑洞问题做了一系列严肃的探索,并于 1968 年正式为黑洞命名。

黑洞具有强大的引力场,因此,黑洞周围的物质总是被它贪婪地、永不满足地吞噬进去。例如,在双星系统中,如果一个天体是黑洞而另一个天体是普通恒星,则恒星表层物质就会被黑洞拉过去而产生吸积。这些物质在被黑洞吸入的途中,它们会不断地释放引力势能并转化为热能,释放效率随黑洞的旋转可高达  $6\% \sim 40\%$ 。在靠近黑洞(当然在视界之外)的地方,具有极高温度的物质会发出 X 射线,加之它的伴星能提供丰富的吸积原料,所以,双星中的黑洞可以成为很强的 X 射线源——这是证认黑洞的一个重要判据。与此同时,随着吸入物质的增多,黑洞的总质量也愈来愈大——这似乎会出现这样一种结果:黑洞质量的增大,势必会导致视界半径的增大,长此下去,黑洞会包摄一切。

由于黑洞强大的引力,我们并不指望能看到有东西从黑洞中跑出来。相反,我们更多地关注外部的物质是如何被黑洞吸入的。事实上,对恒星级黑洞的证认正是从研究双星系统“吸积”入手的。惟有研究吸积——双星系统中黑洞的强大引力把其伴星表层物质源源不断地拉过去——及其所伴有的现象,我们才能最终地确认黑洞,因为“孤独的黑洞是目前无法观察的”。

当热等离子体沿着螺旋线被旋转的黑洞吸入时,气体或者是在到达视界之前释放出因引力势能的减少而转化成的热能能量——对应气体密度较高时气体的原子频繁碰撞的情形;或者是携带着能量闯入自己的坟墓——对应气体密度较小的情形。密度较小的热等离子体在被黑洞吸入之前,没有时间或因稀薄而不能辐射出热能,这些热能随着该物质一道被拖入黑洞而消失,再也不能被看到。这一消失并不违反能量守恒定律,因为能量被纳入了黑洞的质量中。

黑洞的视界仅代表一个“有去无回”的临界表面(几何界面)——任何东西一旦穿过视界掉入黑洞,就从宇宙中不可挽回地消失了。而中子星等天体则具有一个有形的、硬的表面,伴随热等离子体落向中子星过程中其能量最终将被辐射掉——被热等离子体本身辐射掉;或者被中子星的表面所辐射。正是这一区别——由于密度较小的热等离子体携带着能量被吸入了黑洞,大大降低了黑洞发动机的“表观效率”,导致了黑洞与具有相同吸积速率的中子星相比在“亮度上”看起来相对暗淡的事实,从而再也不会被观察者看到,这使我们有可能根据这一现象——外部物质如何被黑洞吸积——而证认黑洞。

能量从宇宙中巨大的空间区域消失而不留下一丝踪迹,标志着黑洞的视界确实存在。哈佛大学的史密森天体物理学中心的拉让小组及一批天文学家,他们利用轨道卫星 ASCA 的 X 射线望远镜观察研究 X 射线新星(GROJ1655—40)在 1994 年和 1996 年 4 月的两次爆发,在观察中他们注意到气体原子和它的大约 99.9% 的热能从宇宙中消失了,永远不会再次被观察到,从而掌握了黑洞存在的直接证据。

### 3. 数学黑洞和物理黑洞之比较

数学黑洞是数学迭代运算的结果,上述重排和求差的运算仅仅是一种简单的迭代。当然,数学迭代也并不保证一定能产生数学黑洞。

例如,考虑二次函数  $y = ax(1-x)$  的迭代,即

$x_{n+1} = ax_n(1-x_n)$ ,式中  $x \in (0,1)$ ,  $a$  为参数。对于定义域上一个确定的  $x$  值,都能得到惟一的  $y$  值。倘若我们在  $x \in (0,1)$  取定  $x_0$ ,便得到一个  $y_0$  的值;把得到的  $y_0$  值看做一个新的  $x$  值( $x_1$ )再次代入该二次函数,会得到一个新的函数值  $y_1$ ;再将  $y_1$  值看做一个新的  $x$  值( $x_2$ )再次代入,可得  $y_2 \dots$  这样不断继续下去,会得到一系列的数值: $y_0, y_1, y_2 \dots$  若  $a$  取 2 时,并取迭代初值  $x_0 = 0.2$ ,进行迭代后得到一系列的  $y$  值为: 0.32, 0.4352, 0.4916019, 0.4998589, 0.50000, 0.50000,  $\dots$ , 可见,这个数列最终会被拉入恒定值 0.5 这个黑洞。

对于上述二次函数  $y = ax(1-x)$ ,若  $a$  取 3.2 时,同样取迭代初值  $x_0$  为 0.2,迭代数列的值最终会跌入恒定值 0.7994560 与 0.5130440 这两个黑洞。若  $a$  取 3.5 时,初值  $x_0$  仍取 0.2,迭代数列的值最终会交替跌入恒定值 0.3828200, 0.8269410, 0.500840 与 0.8749970 这 4 个黑洞。当  $a$  继续增大时,会出现迭代结果是交替出现的 8 个数值、16 个数值……的情况。

但是,当  $a > 3.57$  时,不妨取  $a = 3.58$ ,在同样的条件下,迭代后得到的一系列  $y$  值是一列毫无规律的数——好像随机取来的一样,它们不再被拉入交替出现的数值黑洞圈。

与数学黑洞不同,物理黑洞虽然神秘,但在宇宙中是真实存在着的天体。物理学家钱德拉塞卡在 1983 年物理学诺贝尔奖获奖仪式上将黑洞定义为:黑洞将三维空间分为两个区域,一个是以称之为视界的二维光滑曲面为边界的内区域,一个是视界以外的渐进平直的外区域,而且内区域中的点不能与外区域中的点交换讯息。必须指出的是,视界仅为一个几何界面,无实体,不像恒星和中子星表面等有一个有形的界面,这一本质的差别导致了黑洞吸积邻近物质以不同于中子星的方式产生辐射,从而使我们有可能证认黑洞的存在。

黑洞本身是智力想象的产物,它虽然神秘,但并不虚幻,它在宇宙中实实在在地存在着。尽管绝大多数的恒星级黑洞或者根本不在双星系统中、或者虽在其中但两星之间相距太远因不能吸积而被观察到,尽管宇宙中星系级的黑洞仍处于间接论证的水平,但无论如何,视界的发现不仅使得人类在探测黑洞的历史上向前迈出了决定性的一步,而且还将继续激发人类无穷无尽的想象力……

# 探 测 遥 远 星 系

许 梅

(中国科学院国家天文台)

探测遥远星系的重要意义至少有下列 3 点:探究宇宙的形状、检验宇宙学模型的正确程度和积累有关星系形成和演化的知识。

1961 年,美国天文学家桑德奇(Allan Sandage)提出用星系团中最亮的星系做“标准烛光”来延伸哈勃(Edwin Hubble)开创的更远星系距离的测定。他身体力行,用美国帕洛玛山的 5 米口径的望远镜,10 多年间测量了直到红移值  $Z$  大于 0.5(相当于 50 亿光年之远)的众多星系团的距离。到 20 世纪 70 年代后期已积累了大量的数据。但在 1977 年于耶鲁大学举行的一次“星系与星族的演化”学术讨论会上,年轻的女天文工作者丁丝莉(Beatrice Tinsley)对这项工作提出质疑,她指出,随着星系年龄的增长而产生的历代恒星的诞生、演化和死亡,星系的光度在变化,从而否定了桑德奇的以星系团中最亮星系做为“标准烛光”的测量远方星系距离的可行性。在这次会议上,斯平纳德(Hyron Spinrad)等人建议用光学望远镜测量一些射电星系的红移。到 1988 年,几个天文小组已探测到红移  $Z$  从 0.46 至 3.8 的 22 个遥远星系(见表 1)。20 世纪 90 年代,天文学家通过哈勃空间望远镜(HST)和 Keck 10 米口径望远镜又陆续发现了更远、更暗的遥远星系 6 个,它们的红移  $Z$  顺次为 4.25、4.38、4.92、5.34、5.64 及 6.68。进入 21 世纪,以美国加州理工学院埃利斯(Richard Ellis)为首的小组通过这两台望远镜,利用星系团 Abell 2218 所导致的引力透镜效应发现了一个距地球 134 亿光年的暗淡星系的影像。

在上述会议上,布彻(Harvey Butcher)和奥姆勒(Augustus Oemler)报告了他们对于一个红移接近于 0.5

表 1 22 个遥远星系

星系名称	红移值 $Z$
3C295	0.46
3C340	0.7754
3C217	0.8975
3C289	0.9674
3C184	0.99
3C280	0.996
3C252	1.105
3C267	1.144
3C427	1.175
3C65	1.20
3C324	1.2063
3C266	1.272
3C469.1	1.336
3C13	1.351
3C238	1.405
3C241	1.617
3C256	1.819
3C326.1	1.825
4C40.36	2.3
PKS1614 + 051	3.218
MG2016 + 112	3.273
艾尔斯顿(R. J. Elston 发现的星系)	> 4.43

的星系团内几百个星系观测的结果:一个共同的特点是,这些星系中有众多蓝色的恒星,与较近的星系团中红色恒星占主导地位的星系之情景截然不同。这是天文学家们获得的远、近正常星系有演化关系

物理黑洞在宇宙中实实在在地存在着,而数学黑洞则是数学迭代运算的结果,在这一点上,物理黑洞和数学黑洞有本质的不同。目前,人们采用迭代的方法不仅可以画出美丽的图形、可以产生拟随机

数,还可以用来描述有关混沌的问题、研究数列的收敛等。研究数如何地跌入黑洞对我们研究物理黑洞的吸积机制、并进而证认黑洞具有一定的启发意义。