力学原理与墨菲法则

黄　莹　（太原理工大学应用物理系　山西　030024）
佘守宪　（北方交通大学物理系　北京　100044）

西方人在吃早餐时注意到一件怪事：如果不小心，面包片被碰出桌边掉下去时，几乎总是涂了黄油的一面着地，弄脏了面包无所谓，弄脏了地板实在烦人。在这件事上，上帝似乎有了恶意。为了给上帝开脱罪责，人们把弄脏地板的坏事归罪于“墨菲(Murphy)法则”(即“如果坏事有可能发生，不管这种可能性多么小，它总会发生，并引起最大可能的损失”)在作怪。那么到底上帝有无恶意？“墨菲法则”是否在起作用？这是一个十分有趣的问题。下面将通过建立物理模型，用力学基本方程来解这个问题，以说明问题的本质。

设涂黄油的面包片为一长为 l 的矩形均匀薄片，被碰后从桌边滑出到离开桌子一段时间内所得到的角速度为 ω。桌子高 h，落到地面所需时间 $t=\sqrt{2h/g}$。取 $h=0.80\mathrm{m}$，$g=9.8\mathrm{m\cdot s^{-2}}$，则 $t\approx0.4\mathrm{s}$。若取面包片长 $l=0.1\mathrm{m}$，则面包片落地过程中共转过的角度 $\varphi\approx\omega t=0.4\omega$。只要求出角速度 ω，就可以回答着地后涂黄油一面是否着地的问题。下面分别用牛顿方程和拉格朗日方程求解。

一、牛顿方程法

设薄片质心为 C，s 为滑动过程中质心 C 离桌边 O 的距离，θ 为薄片与水平面夹角，如图 1。当 $s=0$时，C 与 O 重合；s 由零渐增时，θ 与 ω 也渐增，而当 s 增加到 $l/2$ 时薄片离开桌面。

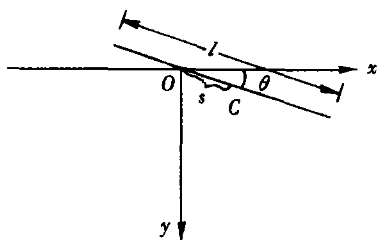

图 1

1．质心运动方程

$$m\ddot{s}=ms\dot{\theta}^2-mg\sin\theta$$

其中 $ms\dot{\theta}^2$ 为惯性离心力。

2．角动量定理(薄片绕 O 点转动)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\left(\frac{1}{12}ml^2+ms^2\right)\dot{\theta}\right]=mgs\cos\theta$$

以上两式可改写为：

$$\begin{cases}\ddot{s}=s\dot{\theta}^2-g\sin\theta & (1)\\ (l^2/12+s^2)\ddot{\theta}+2s\dot{s}\dot{\theta}-gs\cos\theta=0 & (2)\end{cases}$$

二、拉格朗日方程法

取广义坐标 s,θ，由 $x=s\cos\theta$，$y=s\sin\theta$ 可知 $\dot{x}^2+\dot{y}^2=\dot{s}^2+s^2\dot{\theta}^2$，故质心运动的动能为 $m(\dot{s}^2+s^2\dot{\theta}^2)/2$。设 $J=m\rho^2$，其中 ρ 为薄片绕质心 C 的回转半径，$\rho^2=l^2/12$，则绕质心转动的动能为$m\rho^2\dot{\theta}^2/2$，于是薄片动能：

$$T=\frac{1}{2}m(\dot{x}^2+\dot{y}^2)+\frac{1}{2}m\rho^2\dot{\theta}^2=\frac{1}{2}m(\dot{s}^2+s^2\dot{\theta}^2)+\frac{m}{2}\rho^2\dot{\theta}^2$$

势能　$V=-mgy=-mgs\cdot\sin\theta$

拉格朗日函数为

$$L=\frac{m}{2}(\dot{s}^2+s^2\dot{\theta}^2)+\frac{m}{2}\rho^2\dot{\theta}^2-mgs\cdot\sin\theta$$

由拉格朗日方程组
$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{\partial L}{\partial\dot{s}}\right)-\dfrac{\partial L}{\partial s}=0\\[2ex] \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{\partial L}{\partial\dot{\theta}}\right)-\dfrac{\partial L}{\partial\theta}=0\end{cases}$$

即得　$\ddot{s}-s\dot{\theta}^2+g\sin\theta=0$　(1)

$(l^2/12+s^2)\ddot{\theta}+2s\dot{s}\dot{\theta}-gs\cos\theta=0$　(2)

得到的结果与牛顿方程给出的式(1)，式(2)完全相同。

我们将用数值方法对上述两个联立的微分方程求解。由 $s=0$ 积分到 $s=l/2$，求出薄片脱离桌面时的角速度 ω。初始条件为：$t=0$ 时 $\theta_0=0,\dot{\theta}_0=0$；$s=0,\dot{s}=v$。其中 v 为薄片在离开桌面前沿桌面滑行的速度。

忽略薄片在离桌面时质心下降的高度(它比高度 h 小得多)，则薄片(面包片)在着地时已转过角度 $\varphi=\omega\sqrt{2h/g}=0.4\omega$ 弧度，容易看出：

1．若面包片转过角度在 90°到 270°之间(90° <

$\varphi<270°$）严格地说 φ 的最大值应比 270°略小些，则落地时黄油面着地（如图 2）。

2．若离桌面前面包片已转过角度 $\theta=90°$，则与桌的竖边平行相撞，于是落地时仍转过 90°，黄油面着地（如图 3）。

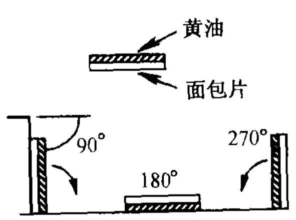

图 2

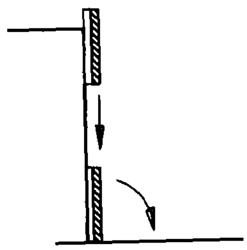
图 3

3．显然只有当 v 足够大，才可能使在着地前转过角度 $\varphi<90°$，则黄油面在上，不着地。

需计算在离桌边过程中，s 多大时转过的角度 $\theta=\pi/2$。若当 $s<l/2$ 时转过 $\pi/2$，则发生情况“2”；若直到 $s=l/2$，θ 角不超过 $\pi/2$，则面包片以角速度 ω 离开桌子边，转边下落，发生情况“1”或“3”，视 φ 角大小而定。

为简化数字运算，取无量纲参数 ξ，令 $s=l\xi/2$，则当 s 在 $(0,l/2)$ 内变化时，ξ 在 $(0,1)$ 间变化。取时间间隔单位 $\Delta t=\frac{1}{N}\cdot\frac{l}{2}/v$，这里 $\frac{l}{2}/v$ 为水平通过桌面所需时间，N 为分割时间的份数。Δt 即通过 $l/2N$ 距离所需时间，近似等于 $\frac{1}{N}\cdot\frac{l}{2}/v$。（在实际计算时取 $N=40$ 已足够准确）。

令 $s=l\xi/2$，则方程(1)、(2)改写为：

$$\begin{cases}\ddot{\xi}-\xi\dot{\theta}^2+2\dfrac{g}{l}\sin\theta=0 & (1)'\\[2mm] \left(\xi^2+\dfrac{1}{3}\right)\ddot{\theta}+2\xi\dot{\xi}\dot{\theta}-\dfrac{2g}{l}\xi\cos\theta=0 & (2)'\end{cases}$$

初始条件，当 $t=0$ 时，$\theta_0=0$；$\dot{\theta}_0=0$；$\xi=0$，$\dot{\xi}=1/N$ 求：当 $\xi=1$，$\theta\geqslant\pi/2=1.57$（转过 $\pi/2$ 时触桌边落下）时 $\dot{\theta}=?$ 在此后以匀角速度 $\dot{\theta}=\omega$ 自由落下。下落时间 $t=\sqrt{2h/g}\approx0.4s$，桌面高度 $h=0.80\text{m}$，共转过角度 $\varphi=0.4\omega$，若 $\pi/2<\varphi<3\pi/2$，黄油面着地，将弄脏地板。

用差分法求数值解，写出差分方程：

$$\frac{\xi_{n+1}+\xi_{n-1}-2\xi_n}{(\Delta t)^2}-\xi\left(\frac{\theta_n-\theta_{n-1}}{\Delta t}\right)^2+2\frac{g}{l}\sin\theta_n=0$$

即：$\xi_{n+1}=2\xi_n-\xi_{n-1}+\xi(\theta_n-\theta_{n-1})^2-2\frac{g}{l}\sin\theta_n\cdot(\Delta t)^2$ （Ⅰ）

$$\left(\xi^2+\frac{1}{3}\right)\frac{\theta_{n+1}+\theta_{n-1}-2\theta_n}{(\Delta t)^2}+2\xi\frac{\xi_n-\xi_{n-1}}{\Delta t}\cdot\frac{\theta_n-\theta_{n-1}}{\Delta t}-2\frac{g}{l}\xi_n\cos\theta_n=0$$

即：$\theta_{n+1}=2\theta_n-\theta_{n-1}+\left(\xi^2+\frac{1}{3}\right)^{-1}\times\Big[2\frac{g}{l}\xi_n\cos\theta_n\cdot(\Delta t)^2-2\xi_n\cdot(\xi_n-\xi_{n-1})(\theta_n-\theta_{n-1})\Big]$ （Ⅱ）

计算方程(Ⅰ)、(Ⅱ)，取 $\Delta t=l/N\cdot2v$，$N=40$，$\xi_i=1/40$，$\xi_0=0$，$\theta_0=0$；$\because\dot{\theta}_0=0$，$\therefore\theta_1=0$，$\xi_1=1/N=1/40$。

用计算机计算，计算结果中对解释我们的问题有实际意义的是如下几组数：

v	0.235	0.31	0.46	0.92
ω	15.659	11.853	7.918	3.953
φ	6.263($\sim2\pi$)	4.741($\sim3\pi/2$)	3.167($\sim\pi$)	1.581($\sim\pi/2$)
θ	1.571($\sim\pi/2$)	1.027	0.463	0.115

讨论：

1．当 $l=0.10\text{m}$，$h=0.8\text{m}$ 时，面包片翻转角 φ 随速率 v 增大而迅速减小。图 4 为 φ 随 v 变化的曲线。

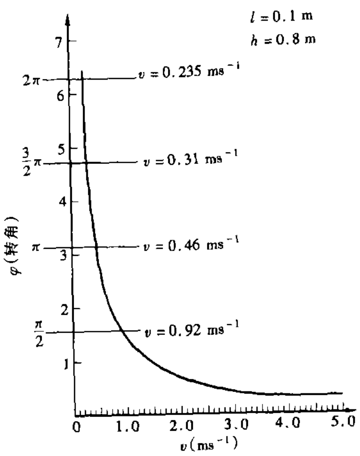

图 4

2．面包片实际可能的速率 v 为 0.3—0.92$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，所对应的 φ 为 $3\pi/2$—$\pi/2$。说明涂黄油面着地是符合科学规律的。

3．当 $v=0.235\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 时，$\theta=\pi/2$，属于上述情况“2”（图 3）；而当 $v<0.235\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 甚至到 $0.1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，面包片未脱离桌边时已转过 90°，竖直落下，黄油面着地。

4．只有当 $v>0.92\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 时，才可能 $\varphi<\pi/2$，面包片正面着地，不弄脏地板。这速率与人的步行速率 $1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 接近，而面包是不可能如此快速地运动。

物理学在蚕业科学中的应用

陆　生　海

（苏州大学理学院　江苏　215006）

蚕业是我国的传统产业，有着近5千年的悠久历史。我国的蚕茧、生丝产量均雄居世界首位，约占世界总量4/5的丝绸产品是我国的重要出口商品，在国际上享有很高的声誉。随着科学技术的发展，蚕业作为农业的重要组成部分，其发展也面临着国际、国内形势和市场竞争的严峻挑战，为实现蚕业的可持续发展，需要从各方面去努力，加快蚕业的技术创新，其中，一个很重要的方面就是要依靠高科技走生物技术和工程技术相结合的道路。近几年，蚕业科学不断地引进和吸收其他自然科学的技术，在技术创新方面取得了初步的成就，推动了科学研究的进展，促进了蚕业生产的发展。本文就物理学在蚕业上的应用作一简要介绍。

1. 电磁学在蚕业科学中的应用

（1）在家蚕抗病方面的研究　磁场作为刺激因子，像其他物理场（声、光、电）一样，在一定条件下，适当的范围内，能对生物体产生效应。已有研究结果表明，适当强度、适当时期的磁处理，可以显著改变家蚕的抗病性。山东农业大学王裕兴等人在家蚕催青期每天以适当时间用强度为360—500Gs的恒定磁场对蚕卵进行辐照处理，孵化后的蚕儿在生长发育过程中对家蚕血液型脓病（NPV）的抗感染力有了提高。研究还表明，磁处理对微粒子（Nosema bombycis）感染家蚕过氧化氢（H_2O_2）代谢有影响，苏州大学赵林川等人的研究表明，催青期进行磁处理后，Nb（微粒子病）家蚕 H_2O_2 代谢出现了新的特点，初期 H_2O_2 含量上升，中后期与对照十分接近，早期SOD活性显著低于对照和单纯感染Nb家蚕，CAT活性与单纯感染Nb家蚕一样，都显著高于对照。可见，磁处理可显著改变家蚕 H_2O_2 代谢，尤其是保护酶活性，包括SOD、CAT活性。其次，磁处理对家蚕的氟化物抗性也有一定影响，经一定强度磁处理水添食，可减轻蚕儿对氟化物的中毒程度。

（2）磁处理对蚕的生长及若干数量性状影响的研究　大量研究表明，生物体在生长发育的过程中同磁场的关系极其密切，改变生长发育的磁场条件，也就改变了生物体的新陈代谢，从而产生磁致生物效应。磁处理可提高蚕卵的实用孵化率，增强蚕儿的生命力和提高蚕茧质量，能促进当代蚕茧的增产。如沈阳农业大学郭殿荣等，用磁场、磁场加 γ 射线处理柞蚕卵，显著地提高了柞蚕的产茧量。苏州大学陆生海等，采用不同磁场作用剂量的恒定磁场辐照处理家蚕卵，可使蚕卵的实用孵化率提高5.7％—7.8％，结茧率提高2.3％—5.3％，磁处理后的全茧量、茧层量、茧层率分别提高6.3％、10.5％和4％，可使当代蚕儿群体产茧量增加1.6％—6.8％。目前，对蚕的磁处理方法主要有两种形式：一是采用磁场直接对蚕卵进行辐照处理。二是采用磁场处理水喷洒桑叶后喂蚕添食。

利用电场或电流处理生物体，会引起电致生物效应。华东师范大学叶士景等研究发现，家蚕经电刺激后，孵化整齐，可以增加产茧量，一般成茧层增加8.2％，经济收入可增加9％左右。

2. 射线在蚕业科学中的应用

（1）射线辐射诱变育种的研究　桑蚕受到射线辐射后，会表现出各种辐射生物效应。为此，从40年代起，人们就注意到利用射线的辐射诱变进行桑蚕育种研究。利用射线的辐射诱变育种，一是培育一代制种时易于雌雄鉴别的品种，如限性斑纹、限性茧色的实用品种，二是限于雄蚕品种的培育，如限性

因此也就不可能不弄脏地板。

由以上分析计算可知：涂黄油的面包片落地时总是弄脏地板，这是事物内在的规律所致，是科学的必然。它既不是“墨菲法则”在作怪，也不是上帝有恶意。正如爱因斯坦所说：“上帝高深莫测，但他并无恶意。”