

类比、记忆、做题、总结

——谈量子力学的一点学习体会

宗 兴

(南京大学物理系 99 级 江苏南京 210093)

众所周知,在大学物理学习中,四大力学可谓是重中之重。而论重要性,首推量子力学。经过一个学期的学习,我较好地掌握了量子力学,也总结出了一些学习方法,对很多问题有了较为深刻的理解,下面就自己的学习经过谈一点看法,希望给大家一点启发,与大家共同进步。

一、类比和记忆

量子力学中最基本的问题当属一维定态问题和中心力场,几乎每次考试都会涉及这里的问题。由于很多内容非常相似,我就运用了类比的方法来学习。首先我花了大气力把几种情形进行总结。下面是一个基本比较:

一维:无限深方势阱 有限深对称方势阱 方势垒的传透

三维:无限深球方势阱 有限深球方势阱

对于这五种情形,我觉得把推导过程弄懂是最重要的。对此我的做法是:熟记千遍,不如自己推导一次。其中一个非常重要的例子是在对称方势阱情况下,何时至少存在一个束缚态。宇称为偶时必然成立,而宇称为奇则必须满足

$$V_0 a^2 \geq \pi^2 \hbar^2 / 8m$$

搞懂了这里的推导,那么有限深球方势阱也迎刃而解了。事实上,无论是考研试题,还是平时的测验,只要把基本的推导弄清楚,就没有什么可以难倒我们的。

而一维谐振子和三维谐振子也有异曲同工之妙,请看下面列出的两者相同与不同之处:

相同:能级均匀分布的,相邻两能级的间距为 $\hbar\omega$,

不同:三维各向同性谐振子的能级一般是简并的,这表现在能量本征值只依赖于 n_r 和 l 的特殊组合 $N = 2n_r + l$ 。

通过这样比较记忆,我们就可以轻松掌握两者

的概念。谈到掌握好概念,我认为做题是非常有效的。下面请看——

二、做典型试题

一直以来,试题在物理学习中的地位不可替代。杨振宁先生说过,只有勤奋的做题,你才能知道哪些已经掌握,而哪些还不清楚。对此,我的学习步骤是:

仔细看书 \Rightarrow 产生了疑惑 \Rightarrow 做典型试题 \Rightarrow 从不会到搞懂 \Rightarrow 再回头看书 \Rightarrow 彻底掌握概念。

为了具体起见,下面我就先举一个例子。朗道能级是量子力学中的一个重要环节,而很多同学在学习以后,仍然不明就理。我也一样,刚开始觉得颇为费解,看了几遍书还是不知道怎么应用。后来做了这样一道试题,才豁然开朗。

例一:一维位移谐振子的哈密顿

$$H = \frac{1}{2\mu} p^2 + \frac{1}{2} \mu \omega^2 x^2 + bx, \quad b \ll 1$$

1. 严格求解定态问题;

2. 用微扰论求解定态问题。波函数准到一级近似,能量准到二级近似。

解答:这道题的第一问就是朗道能级典型的运用,我们现在来解一下,先配方,得

$$H = \frac{1}{2\mu} p^2 + \frac{1}{2} \mu \omega^2 \left(x + \frac{b}{\mu \omega^2} \right)^2 - \frac{b^2}{2\mu \omega^2}$$

$$\therefore \hat{H}\psi = E\psi \quad \text{该方程可化为}$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{1}{2} \mu \omega^2 \left(x + \frac{b}{\mu \omega^2} \right)^2 \right] \psi = E\psi$$

其中, $E = E' + b^2/2\mu\omega^2$

下面按照基本步骤,再解一下方程即可。通过解答这道题,我们再回过头去看一看朗道能级的基本内容,可谓是“一览众山小”。所以题目的作用在这里就凸显出来了。同样的,在量子力学中,还有很多非常重要的概念,这其中包括非常令人费解的正反常齐曼效应。对齐曼效应感到费解的同学,不妨

看两道研究生入学试题。

例二:忽略自旋-轨道相互作用 \hat{H}_{ls} 时,碱金属原子的哈密顿量

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r)$$

其能量本征值为 E_{nl} , 现把 \hat{H}_{ls} 项当作微扰, 试求解薛定谔方程

$$(\hat{H}_0 + \hat{H}_{ls})\varphi = E\varphi$$

写出能量本征值(精确到一级项), 并讨论其简并性。(南京大学物理系 97 年考研试题)

例三:碱金属原子处在 Z 方向的外磁场 B 中, 微扰哈密顿量为

$$\hat{H}_1 = \hat{H}_{ls} + \hat{H}_B$$

$$\text{其中 } \hat{H}_{ls} = \frac{1}{2u^2 c^2} \left(\frac{1}{r} \frac{du}{dr} \right) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \quad \hat{H}_B = \frac{eB}{2uc} (\hat{l}_z + 2\hat{S}_z)$$

当外磁场很弱时, 那些力学量算符是运动积分(守恒量), 应取什么样的零级近似波函数, 能使微扰计算比较简单, 为什么?(南京大学物理系 98 年考研试题)

这两道题分别是南京大学物理系近几年的考研压轴题, 其实只要看懂了曾谨言教授《量子力学导论》231 页的推导过程, 其解答不在话下。同样通过做这两道题, 可以更好地掌握齐曼效应。

三、勤于总结

除了上述方法, 我还特别注重总结, 比如量子力学的两个基本假定, 一是力学量的观测量对应于力学量相应的算符的本征值, 所以通过求解算符的本征值可以求出。那么这里就涉及到了哈密顿量的本征值问题, 即求解不含时的薛定谔方程。

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

第二个假定是: 体系状态随时间的演化, 遵守含时薛定谔方程, 也就是我们通常所说的海森伯方程

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t) = H\varphi(t)$$

这两个假定应该说是量子力学的基础, 只有认真总结, 才能够理解。再比如, 总结不同情形下的本征算符, 是非常必要的。动量算符的本征函数为

$$\frac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}$$

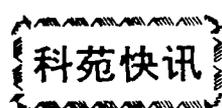
还有受碍转子, 分为定点和定轴两种不同的情况进行总结。量子力学所有的计算题中必然要涉及微扰论的内容。其实总结一下, 就可以知道它最基本的题型只有两种。

例四:处在三维各向同性谐振子的第一激发态的粒子, 受微扰为 $H_1 = bxy$, (b 为常数) 试求对能量的一级修正。

例五:将质子当作半径为 R 的带电球壳, 用一级微扰论计算由于氢原子核的非点电荷电势引起的氢原子基态能量的改变表式。

有兴趣的同学可以做一下。

正如曾谨言教授所说, 量子力学已经有 70 多年的历史, 它在说明各种实验现象和极广泛领域中的应用已取得令人惊叹的成就。作为一名物理专业的学生, 学习量子力学是我们打好坚实基础的重要一步, 只有走踏实了, 才能谈得上下一步的发展。今天我谈了一点不成熟的学习体会, 希望能够给大家一点启发, 也欢迎大家与我交流。我的 email 是 zyx-michael@263.net



世界上最小的环形原子储存器

美国佐治亚州技术研究所

专家实验演示了世界上第一台

最小的环形原子储存器, 它能

控制超冷中性原子, 确保它们沿环形轨道运动。整套装置取名为“Nevatron”(Nano-Electron-Volt Neutral-Atom Storage Ring), 它的直径只有 2 厘米。

这种环形原子储存器不仅可以作为带电粒子特殊储存器, 而且可以用来检验带电粒子在磁铁系统建立磁场中的能量和运动轨迹。虽然中性原子不带电荷, 但是它们具有偶极矩, 如果原子的运动速度不大, 则环形原子储存器足以控制原子的运动轨迹。“Nevatron”能使几百万个铷原子保持在环形轨道上, 同时如此多的铷原子的运动速度不低于 10 厘米/秒。

为了使原子冷却到超低温状态, 研究人员利用了通用的磁光陷阱, 在磁光陷阱中采用磁场与强激光辐射相结合。在原子冷却到 3 微 K 时, 它们会在重力作用下落入由两条彼此相距 1 毫米的载流细导线形成的“漏斗口”。在原子出现在环形储存器中之后, 它们被平行导线产生的磁场所控制, 两平行导线中通有电流。

科学家认为, 在“Nevatron”基础上将可以研制微型干涉仪, 微型干涉仪能大大提高惯性导引系统的精度。

周道其译自俄《机器人技术与工程控制论》2002/5/18

现代物理知识