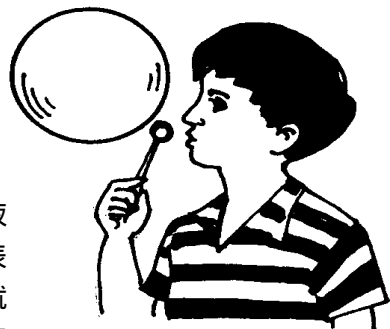


肥皂泡中的科学初探

杨

(西北师大附中 兰州 730070)



提起肥皂泡, 每个人都会联想起自己的童年时光, 一件孩童的玩物, 当我们在欣赏它的独特形状和奇异色彩时, 是否曾惊叹这样一个五彩缤纷的东西竟被我们那样容易地吹了出来。也许你不相信, 一个肥皂泡所包含的内容, 是远远超过一个只是吹吹玩的人的想象的。

1889 年底到 1890 年初, 伦敦物理学会主席 C. V. 波易斯曾分 3 次为伦敦的青少年做过有关肥皂泡的演讲, 而在其前后, 更有许多科学家做过有关肥皂泡的研究: 如科学巨匠达·芬奇, 物理学家牛顿、胡克、托马斯·扬、瑞利、吉布斯和朗缪尔, 数学家高斯、拉普拉斯和泊松等。

小小的肥皂泡究竟有多少诱人的秘密, 让这么多人去研究它? 下面, 就让我们吹一个肥皂泡, 走进它们的世界吧。

由于文中包含有不少作者自己的研究结论, 如有谬误, 还望大家指正。

形成肥皂泡的力

用吸管吹一个肥皂泡, 它是球形的。刺破它, 肥皂水会四处飞溅。若吹了一半就放开管口, 肥皂泡又会自己变小。这都表明, 肥皂泡的内部压强大于外部压强, 而肥皂膜产生了一种向内的作用力, 维持了肥皂泡的平衡状态。有关这种力的存在, 波易斯曾在演讲中做过大量雄辩的实验证明*。那么, 这是一种什么样的力呢?

让我们从分子的角度来看看, 暂时假设液体表层分子的密度与内部密度相同, 它们大体上相互处在平衡位置。设想内部有一个分子 A, 想要向表面移动, 那么它就得排开分子 1、2, 并同时克服两侧分子 3、4 和后边分子 5 对它的吸引力(如图 1(a) 所示)。用势能来说明, 就是 A 分子处在图 1(b) 的 A 处, 需用大小为 E_d 的能量才能使其到达表层。而对于表面上的一个分子 B(如图 1(a) 所示), 如果它想要内部移动, 则只需排开分子 1、2 并克服分子 3、4 的引力(后边没有分子作用)。它处在图 1(b) 的 B 处, 只需要较小的

能 E_d' 就能潜入液体内部。这样, 表面分子向内移动就比内部分子向外移动容易些, 于是总体上表面分子会变得稀疏, 致使它们的间距比平衡位置稍大一些。B 向内潜入克服 3、4 的引力比刚才大, B 的位置比刚才低, 到 E_d' 变得和 E_d 一样时, 内外移动就达到平衡了(如图 1(c、d) 所示)。这样在平衡状态下, 液体表层分子的间距略大于平衡位置, 分子间有着切向引力, 这便是刚才提到的力, 我们称它为表面张力。

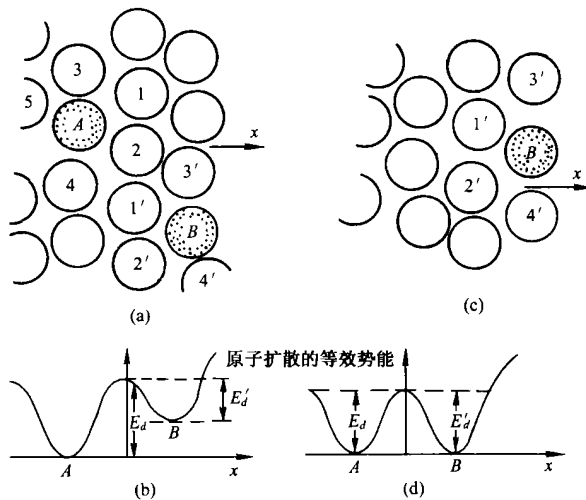


图 1

实际情况中, 分子 B 的后方还会有气体分子的作用, 这会使上述差异减小。当外部气体和液体的性质相同时, 表面张力应当消失。但在一般情况下, 这种差异应当还是存在的。我们可以用这个公式来定量描述表面张力:

$$f = \quad l$$

其中 f 称为表面张力系数, l 为表面一假想元线的长度。不难发现, 表面张力是种保守力, 于是才有了表面能的概念:

$$E_{\text{表}} = \quad S$$

*《圣诞科学讲座》, [英] 法拉第、波易斯著, 黎金、谈镐生译。湖南教育出版社, 2000 年, 108~125 页。

我们知道,能量越低,系统越稳定,对于一个体积一定的肥皂泡,表面势能最小对应着表面积 S 最小。自由状态下,一定体积的几何体表面积最小的是球体,所以通常我们所见到的肥皂泡都是球形的。

有了表面张力的定量表达式,我们就可以尝试着去计算一个球形肥皂泡模型的性质了。你可以得到肥皂泡内外压差的表达式:

$$p = (p_{\text{内}} - p_{\text{外}}) = 4 / R, \text{ 其中 } R \text{ 为半径。}$$

这个式子告诉我们,肥皂泡的内压与大小成反比。用吸管导通两个大小不同的肥皂泡(注意将吸管两头浸湿),你就可以证明这个结论了——较小的一个会被大的那个吸走。稍做推广我们就可以发现,上式对于稳定的部分球状膜也成立,式中的 R 表示曲率半径。

其实,球形不是你能给与肥皂泡的惟一形状,把肥皂泡放在两个圆环之间(还是注意浸湿它们),你就可以把它拉长,在一定状态下,它就成了圆柱形,算算这个模型,你就可以得到:

$$p = 2 / R$$

同样的压强下,球形肥皂泡的半径是柱形半径的两倍。这里,波易斯做过一个经典的实验证明。

重复刚才的实验,我们会发现,肥皂泡的形状有着非常丰富的变化,它时胖时瘦,压强也在变化(这一点可以从圆环另一端球形膜半径的变化得知),喜欢寻根问底的我们一定想知道,这里会有什么规律?如果你有兴趣和毅力,可以通过实验测量得到内压(球形膜半径)与肥皂泡形状的一系列关系,不过200年前,拉普拉斯和托马斯·扬已经得到了结论,即拉普拉斯-扬方程:

$$p = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

其中 R_1 、 R_2 是肥皂膜上任意一点 D 各方向曲率半径中的最大值和最小值,而且它们所对应的极限圆弧互相垂直,有时候我们也把

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

称为曲面在 D 点的平均曲率。这样,运用拉普拉斯-扬方程,我们就可以得到任意形状肥皂泡内部的压强了。

这里不妨来看一个特例: $p = 0$ 时, $H = 0$, 于是就有了两种解

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2} = 0 \text{ 或 } \frac{1}{R_1} = -\frac{1}{R_2}$$

很容易想象,第一种解对应着平直的肥皂膜,那么第二种解呢?他对应于怎样的模型呢?再来用刚才的那两个圆环做个实验:用肥皂水浸湿它们的间隙,同时保证圆环上没有肥皂膜,轻轻拉开两环,你就会发现环间有一个鞍形的肥皂膜,由于膜的两面都是大气,所以它的 $p = 0$, 而它,正是第二种解所对应的模型。波易斯曾演示过,这种膜的纵轴截面的边缘和一个两头悬挂的匀质链的形状相同。因此,这个曲线也叫做悬链曲线。

1841年,C.Delaunay证明,拉普拉斯-杨方程的所有旋转对称解可由圆锥曲线沿旋转轴滚动后,其焦点的轨迹再绕对称轴旋转得出。

肥皂水的性质

到这里,你也许早就奇怪了,说了半天,为什么我们一直讲的是肥皂泡,而不是水泡,或是其他什么?是呀,肥皂水有什么特别之处吗?

取两个一样的杯子洗净,分别倒入肥皂水和纯水,在快满时逐滴地加,这时你会发现,纯水表面能凸起的部分比肥皂水高。也就是说,肥皂水的表面张力小于纯水。如果你觉得这个实验的现象不够明显而缺乏说服力,那么借助曼斯伯格的仪器,结果会更清晰些。

将一个金属网固定在一根杆上,杆上插一个用蜡密封好的乒乓球,并悬一个能被乒乓球浮起的重物(如图2)。调整网的位置,使其恰好位于液面之上,而把它向下压到液面以下时,装置又恰好能停住。压下装置后,向水中缓缓滴加肥皂水,不一会,你就会看到装置自己跳出水来。上述实验可以从分子的角度解释。我们都知道水是一种很特殊的物质:在 $0 \sim 4$ 温区内热缩冷胀,4时密度最大;与其他分子组成的液体相比,水的比热和汽化热都很高;水的表面张力也较大。这些特殊的物理性质产生的原因,都是由于液态水的分子之间存在有相当数量的氢键。

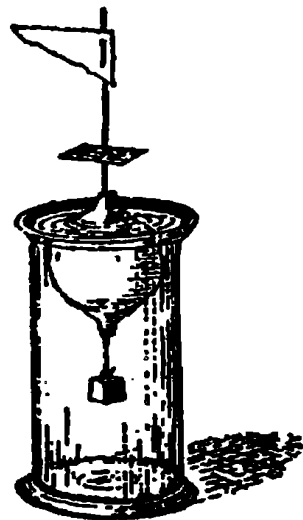


图 2

而对于肥皂水,由于其中溶解有肥皂,破坏了表

面层中的氢键,从而使得其表面张力较之纯水减小,即较小,那么同样的液泡,肥皂泡所具有的能量就比纯水泡小,于是就更容易产生,且更稳定。

具体来看,表面张力的大小,直接影响液泡内外气压的差异。在内外压差一定的稳定状态下,液膜的表面张力是一定的。而对于一个液泡的稳定性,则需要研究在其受到扰动后,恢复原状态能力的大小。

先看纯水,其表面张力来自于分子之间的引力,当受到扰动后,表面扩张的地方,分子间距增大,分子间引力增强;表面收缩的地方,分子间距减小,分子间引力减小(此处引力大小指大于平衡位置时,分子间斥力、引力的综合作用效果),从而产生一种使水泡恢复原平衡状态的恢复力。

而对于肥皂泡,由于肥皂是表面活性剂硬脂酸钠,在水溶液中分解为 Na^+ 和 $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COO}^-$ 。其中, COO^- 是亲水的羧基头, $\text{C}_{17}\text{H}_{35}$ 是疏水亲油的碳氢尾。也就是说, COO^- 可溶于水,而 $\text{C}_{17}\text{H}_{35}$ 不溶于水。那么,在水的表面,就会出现如图 3 所示的排列方式。如果肥皂膜受到扰动,表面扩张的地方, $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COO}^-$ 离子的密度减小,使其表面性能更像纯水,表面张力增加;收缩的地方情况相反,表面张力减小,这就产生了一种恢复力,使表面恢复平衡。

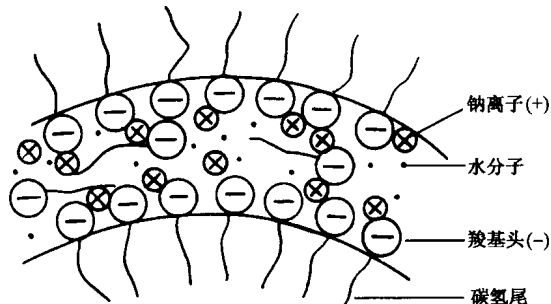


图 3

对比上述两种恢复力,我们已经知道,后者大于前者。也就是说,表面活性剂分子像是给液泡穿上了一层“铠甲”,使它变得更加“坚固”。

肥皂泡的相连

肥皂泡遇在一起会怎样?这是一个很有趣的问题。吹两个肥皂泡,把它们凑在一起,注意保持环境的稳定,你会发现,它们互相贴近,但却并不影响。可是一旦有了外部的扰动,甚至是外部存在电荷,都会使它们相连在一起(如图 4)。

看看这里有什么规律吧。试着在两个玻璃板中间吹一些肥皂泡,你会发现总是 3 个肥皂泡聚在一

起,用量角器测量一下,你就会发现,几乎所有肥皂泡的连线过交点的切线的夹角均为 120° 。这一点可用力的平衡来解释。因此,我们就可以把这一规律

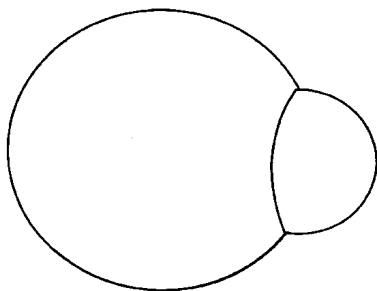


图 4

拓展到无限制的相连肥皂泡中了,较严格的表述是:对于相连的液泡,其中每一条连线上有且仅有 3 个面通过,且这 3 个面过该连线上任意一点的切面的夹角均为 120° 。

试试看,用这条我们自己得到的规律可以推导出什么结论?

看个简单的问题,对于一般的两液泡相连,其相连后的半径分别为 a 、 b ,连面的半径为 c ,如图 5(是对称截面的情形)。运用一些简单的几何知识,我们就可以得到一个很漂亮的关系:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

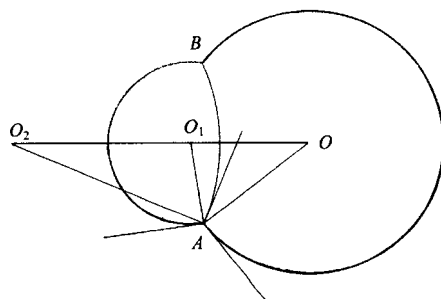


图 5

而且,两泡球心距 $OO_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - ab}$

$$O \text{ 所对应的弧 } AB = 2\arcsin \frac{\sqrt{3}b}{2\sqrt{a^2 + b^2 - ab}}$$

$$O_1 \text{ 所对应的弧 } AB = 2\arcsin \frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{a^2 + b^2 - ab}}$$

$$\text{相连弧 } AB = \frac{2ab}{a-b} \arcsin \left[\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - ab + b^2}}} \right]$$

你也许会疑惑了,为什么每一条连线上总是连着 3 个面?的确,4 个、5 个……都可以平衡,而且运气好的话,你在吹泡时会看到这些现象。但你一定注意到了,它们在出现后很快就变成了 3 个。这说明,系统要能存在,不光要平衡,更要稳定。在对一

例谈“面积”概念在高中物理中的应用

吴敏芳

(宝鸡县天王高级中学 陕西 721305)

在中学物理解题方法中,图像法以其直观、简单独树一帜,颇受喜爱。图像法涉及的图线的斜率、图线与横轴所围的面积,因其具有特定的物理意义,更是经常用到。

一、图像中“面积”的物理意义

$v-t$ 图像

如图1所示,为一直线运动的 $v-t$ 图像,从图像上表明质点的速度随时间 t 而变化的情况。我们计算此直线运动中位移的数值。从 t 到 $t +$

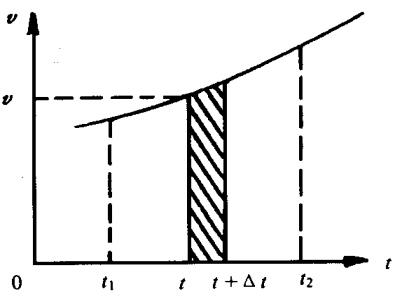


图 1

t ,在一段极短的时间 t 内, v 可视为不变,图中画有阴影的小面积就等于这段时间内的位移 $v \cdot t$,这些简化的模型计算后,你会发现,3 个面聚集的状态具有较小的表面积,即较小的表面能,故而稳定。值得一提的是,上面讲的都是有条件的,在一般的尺度下是能很好地成立的,可你要是拿一个放大镜去看,就会发现肥皂膜是有厚度的,而我们受力分析的对象并不存在,结论也就无从谈起。再进一步放大,我们更会发现,肥皂水在相连肥皂膜中是不断流动的,在相连处会有很高的不确定性,致使相连液柱在极小范围内不断抖动,没有确定的位置,更谈不上夹角。

可是在普通尺度下,我们所发现的规律还是能很好地成立的。这样,依据它我们就可以“创造”一些美丽的图形(如图6),细心一点,我们还可以在自己的吸管下吹出它们。

让我们有关肥皂泡的旅行就用这些美丽的图案画上句号吧。希望读者在读这篇小文章的同时,自己也随手吹几个肥皂泡,你一定会有自己的发现。而这里我要说的是,上面讲的,相对于肥皂泡所包含的内容而言,实在是太微不足道了,可是它们带给了我们怎样的惊奇,打开了一片怎样的未知世界。我们的世界不是缺少美,而是缺少发现美的眼睛。同

样,要计算从 t_1 到 t_2 这段时间内的位移,我们应把每一段极短时间内的位移,从 t_1 到 t_2 累加起来,就得 $v \cdot t$ 。如果取 t 趋近于零,那么, $v \cdot t$ 所趋近的极限值就等于 $v-t$ 图线下 t_1 与 t_2 两纵坐标之间的面积。由此可见,速度对时间的累积——位移,等于速度-时间图像下的面积。如果面积在横轴上方,则位移为正,在横轴下方,则位移为负,总位移为其代数和。

$F-t$ 图像

同理可知,力对时间的累积——冲量,等于力-时间图像下的面积。由牛顿第二定律 $F=ma$ 知,力与加速度成正比,故 $F-t$ 图像与 $a-t$ 图像表示的情况类似,加速度对时间的累积——速度增量,等于加速度-时间图像下的面积。

$F-s$ 图像

力对位移的累积——功,等于力-位移图像下的

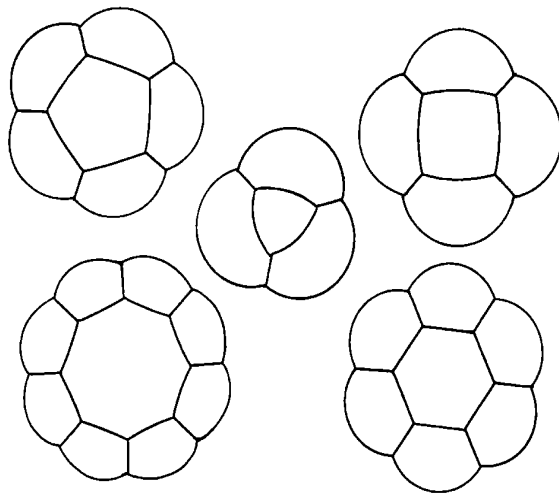


图 6

样,在我们的生活中,不是缺少新知,而是缺少发现新知的决心。

现在,我们似乎更能深刻体味到开尔芬爵士讲的那句话:“请吹一个肥皂泡并观察它,你简直可以终生对它进行研究而不断从中学到物理知识。”