

任意形状带电导体表面的场强

黄 毓 洋

(石家庄陆军学院 石家庄 050083)

一、导体表面的实际场强

静电平衡状态下任意形状带电导体的电荷一定分布在导体表面,实际的电荷层厚度不可能为零。带电导体表面的场强,是对电荷层外表面而言的。用高斯定理求解导体表面的场强时,要么承认电荷层有厚度,考察点可以贴着导体表面,也可以在导体外并无限接近表面;要么把电荷层当作厚度为零的面电荷,则考察点必须在导体外并无限接近导体表面。这两种思维方式都是为了过考察点做平行于表面的高斯面时,把考察点附近区域的电荷置于高斯面内,二者对求解导体表面的实际场强是等价的。当考察点处电荷面密度为 σ ,可得该处表面场强大小 $E = \sigma / \epsilon_0$,方向垂直于该处的表面(电性为正时向外,为负时向内)。以上思维方式和结果被我们所熟知,这里主要为下面议题做准备。

二、把电荷层当作厚度为零的面电荷时,导体表面的场强

对于带电导体,如果认为电荷层是厚度为零的面电荷,而考察其场强,是脱离实际的,属于一种“非常”的思维方式,同时高斯定理也无法适用。然而作为纯理论的探讨和解题基本功的训练,这种模式也是可取的。

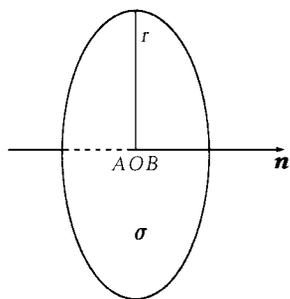


图1 放大的圆O示意图

利用导体表面内、外场强现成的结论及场强叠加原理,不难得出结果。现考察导体表面任意点O的场强,先做以下工作。1. 设该处电荷面密度为

(电性要计及)。2. 以O为圆心,以r为半径在导体表面作小圆,并使r与导体线度相比为无穷小,从而圆O上的电量与导体总电量相比也为无穷小。3. 过点O作表面的法线,向外为正向,法线上的单位矢量记为n。4. 在法线上,于点O内侧和外侧分别取A、B两点,令AO、OB与r相比为高阶无穷小。

设导体上的全部电荷在A、O、B三点产生的场强分别为 E_A 、 E_O 、 E_B ,其中, E_A 和 E_B 为已知, $E_A = 0$ (导体内部场强为零), $E_B = \sigma / \epsilon_0$ (见上述), E_O 为所求对象:设圆O上的电荷独立存在时,在A、O、B三点产生的场强分别为 E_{A1} 、 E_{O1} 、 E_{B1} ;设除去圆O后,导体其余部分的电荷独立存在时,在A、O、B三点产生的场强分别为 E_{A2} 、 E_{O2} 、 E_{B2} 。由场强叠加原理,显然有

$$E_A = E_{A1} + E_{A2} \quad (1)$$

$$E_O = E_{O1} + E_{O2} \quad (2)$$

$$E_B = E_{B1} + E_{B2} \quad (3)$$

由于AO、OB与r相比为高阶无穷小,这种相对性,使得 E_{A1} 、 E_{B1} 相当于无限大均匀带电平面附近点的场强,运用高斯定理并参照法线方向,易得 $E_{A1} = -\sigma / (2\epsilon_0)$, $E_{B2} = \sigma / (2\epsilon_0)$;由对称性, $E_{O1} = 0$ 。

由式(1)、(3), $E_{A2} = E_A - E_{A1} = 0 - [-\sigma / (2\epsilon_0)] = \sigma / (2\epsilon_0)$, $E_{B2} = E_B - E_{B1} = \sigma / \epsilon_0 - \sigma / (2\epsilon_0) = \sigma / (2\epsilon_0)$ 。除去圆O后,导体其余部分的电荷独立存在时,在O点附近产生的场强,因该处已无电荷便不发生突变(可以连续变化),且距离为无穷小的A、B两点的场强 $E_{A2} = E_{B2} = \sigma / (2\epsilon_0)$,根据数学中连续和极限的概念,它们的中点O的场强也应为 $E_{O2} = \sigma / (2\epsilon_0)$ 。最后,由式(2), $E_O = E_{O1} + E_{O2} = 0 + \sigma / (2\epsilon_0) = \sigma / (2\epsilon_0)$,即点O处场强大小 $E_O = \sigma / (2\epsilon_0)$,电性为正时方向垂直表面向外,为负时垂直表面向内。