

浅谈数学方法在物理学习中的运用

郭渭平

(天津物资贸易学校理科教研室 300381)

要注意培养学生运用数学工具分析和解决物理问题的能力,这是现行物理教学大纲明确提出的培养目标之一。众所周知:物理和数学的关系密不可分,物理学要依赖数学归纳自己的发现、表达自身的规律;用它来普遍地准确地表达物理量的定义和物理定律;用它从某些一般理论出发推出新的结论;用它进行公式变形,求出那些不能直接度量的物理量;用它做各种计算和解答习题。几乎所有物理的定理、定律都可由数学语言加以科学地、精确地、简洁地表述。对于物理而言,数学不仅是一种计算和计量的工具,它也是进行抽象思维和逻辑思维的工具。

在物理学习中,培养运用数学思想方法解决物理问题的能力主要有两个方面:一是从物理现象与过程的分析中经过概括、抽象等把物理问题转化为数学问题;二是综合运用数学知识正确、迅速地计算物理问题。

一、数学的逻辑方法在物理中的运用

归纳与演绎、分析与综合这些数学中常用的逻辑方法也在研究物理中大显身手。例如,凡通过观察与实验而引入的物理定律一般都采用了归纳法

给一位医学科学家,以求不断得到这种刺激。在这位妇女身上,我们似乎看到了可怜的小白鼠的命运:一只快乐的中枢里埋上导线的小白鼠,自己不停地进行刺激,以至不管多困都拒绝睡觉,多饿也顾不上进食,直到最后困饿而死。

尽管上述案例是实验性的,但对我们的提示是十分重要的。众所周知,现代精神神经外科已在广泛使用脑叶或脑内切断术来治疗癫痫、抑郁症、精神分裂症、极端攻击倾向和暴力性行为,运动员为取得好成绩而服用兴奋剂已成为路人皆知而又屡禁不止的丑闻。所有这些,似乎已使近代科学的一个早期梦想初步变成了现实——用比教育和奖罚等环境因素更为有效的生物物理因素来维持适当的人类心灵和人类行为。为此,近代哲学大师笛卡尔曾提出了一门所谓“心灵物理”,以便于研究获得更为有能力的、更为审慎的人类,我们姑且不讨论这一梦想。在

(即从特殊到一般的方法),像部分电路的欧姆定律、理想气体的3个定律、电阻定律等,都是通过对具体物理现象的观察和对实验结果的讨论,得出概括性的经验公式或一般理论。而“自由落体运动是匀加速直线运动”则是由演绎得出的结论(由一般到特殊)。分析与综合法更是在研究物理问题时惯用的,所谓分析法就是从未知到已知的逻辑推理方式,综合法是把对象的各个部分、各个方面和各种因素联系起来的一种思维方式。

对于一个物理问题的解决过程,实际上就是分析法和综合法的交叉使用,“没有分析就没有综合”。分析和综合是既对立又统一的思维,分析是为了综合,综合必须依据分析,两种方法相互依存,相互渗透,缺一不可。

[例] 如图1所示,两根竖直固定的金属导轨 AB 和 CD , 相距 l , 另外两根水平金属杆 MN 和 EF 可沿导轨无摩擦地滑动, EF 导体放置在水平绝缘平台上,回路 $MNEF$ 置于匀强磁场中,磁场方向如图1所示,磁感应强度为 B 。若导轨 AB 、 CD 的电阻忽略不计,导体 MN 和 EF 的电阻均为 $1/2R$, 质量

现实情况下,这种研究和应用已使得人们的自由和尊严告急。发展下去,连人的言谈、思想、欲望、选择、情感、记忆和想象都可能处于受控和被改之列。这是我们向往的结果吗?谁有权控制和改变别人呢?谁应该受到控制,受到改变呢?人之为人,究竟还有没有一些自然的不可改变的特性呢?我们愿意在这条路上走多远呢?人的价值何在?

评价新技术的真正价值的标准是什么?也就是说,人是价值的主体是自然还是其他?以人道为基础的人类中心主义面对人类新技术的产生,首先考虑到的是科学技术的活动和原理是否对人类有利,抑或是危及人类的生存环境,或是非人性地扭曲了人的传统形象,影响人类的命运。生物物理技术应用于医学,例如参与基因工程、繁殖技术及无性繁殖问题,其成果可能有益也可能有害,问题是我们要树立正确的思想,使新科技在正确的思想指导下为人类所用。

均为 m , 若作用在 MN 杆上的竖直向上的拉力 $F = 2mg$, 使 MN 导体从静止开始向上运动, 当 MN 导体向上的位移刚为 h 时, EF 导体恰开始向上运动, 求这一过程中, 整个电路由于电磁感应而产生的热量

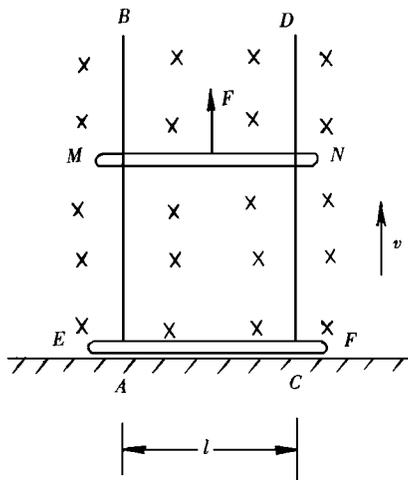


图 1

Q 为多少。

分析: 欲求这一过程中电路产生的热量 Q , 有两个途径, 一是应用焦耳定律 $Q = I^2 Rt$, 二是以两导体为研究对象, 从能的转化与守恒的角度求解, 但第一条途径行不通, 因为 MN 杆在变力的作用下做变加速切割磁力线运动, 则在 MN 两端的感应电动势 ε 也随速度的改变而改变, 相应的感应电流 i 也是一个变量, 所以无法用焦耳定律, 那么由第二条途径可得 $W_F = Q + \Delta E_P + \Delta E_K$ 式中 $W_F = 2mgh$ 为外力 F 所做的功, 其大小等于系统在这一过程中所获得的总能量; ΔE_P 为系统重力势能的增量, 由于 EF 导体在这一过程中始终静止, ΔE_P 大小等于 MN 导体重力势能的增加, 即 $\Delta E_P = mgh$; ΔE_K 为系统动能的增量, 由于 EF 导体始终静止, 故 ΔE_K 大小等于 MN 导体动能的增加, 即 $\Delta E_K = 1/2mv^2$ (v 为未知量)。现在的问题是欲求 Q , 必须求出 MN 导体的末速度 v ; 而 v 又由 MN 在末态对应的瞬时感应电动势 $\varepsilon = Blv$ 决定, 这时电路中的瞬时感应电流值 $i = Blv/R$, 在两个导体上的安培力的大小均为 $F_{安} = Bil$ 。欲求 i 又必须求出 $F_{安}$, 由于此瞬间 EF 导体恰由静止向上运动, 表明其受到的瞬时安培力竖直向上且大小与重力相等, 即满足 $F_{安} = mg$, 据此可求得 $F_{安}$ 。上述分析过程是从未知引导到已知; 由所求过渡到所给, 从而探求出问题的求解途径。这个分析过程可简要表示如下:

$$Q + \Delta E_P + \Delta E_K = W_F \rightarrow \left. \begin{array}{l} W_F = 2mgh \\ \Delta E_P = mgh \\ \Delta E_K = \frac{1}{2}mv^2 \end{array} \right\} \text{已确定}$$

$$\varepsilon = Blv \rightarrow i = \varepsilon/R \rightarrow F_{安} = Bil \rightarrow F_{安} = mg。$$

循着刚才已经探明的途径, 从已知到未知, 从所给到所求递推上去, 最后由能量守恒定律求出这一过程中电路产生的热量:

$$Q = W_F - \Delta E_K - \Delta E_P = mgh - m(mgR)^2/2(Bl)^4。$$

二、利用方程求解物理问题

解物理方程的过程实际上是对有关物理现象的发生、发展以及存在或消失进行分析的过程, 这对于培养学生运用数学语言描述物理问题的能力是至关重要的。从物理的角度说, 求解方程的一般步骤是: 选取研究对象; 明确物理过程; 列出包含已知量与未知量的方程; 求解答案。

[例] 如图 2 所示, 小球 A 周长为 l 的细绳拴住绕竖直轴作匀速转动, 细绳悬点离转轴的距离为 r , 若此时细绳与竖直方向的夹角为 θ , 求小球转动的周期 T 。

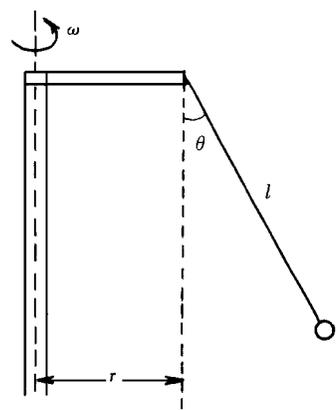


图 2

选对象: 以小球为研究对象; 明过程: 设小球质量为 m , 做匀速转动时其轨道平面为水平面, 圆心在竖直轴上, 转动半径为 $r' = r + l\sin\theta$, 重力 mg 与拉力的合力提供小球作匀速圆周运动的向心力 $F_{向}$, 方向沿水平方向指向中心轴, 列方程解得:

$$T = 2\pi \sqrt{(r + l\sin\theta)/g\cos\theta}。$$

值得注意的是, 有些物理问题在列方程时似乎显得条件不足, 这就需要对题中所给的已知条件加以充分利用, 注意题中的关键字、句, 挖掘出隐含的已知条件, 寻找出潜藏的等量关系。

[例] 如图 3 所示, $U_{AB} = 9V, I_1 = 2A, R_2 = 2\Omega$,

R_3 的功率 $P_3=15\text{W}$, 求 R_1 。

分析与解: 据欧姆定律, 欲求 R_1 则应知道 R_1 两端的电压 U_1 和流过 R_1 的电流 I_1 , 而 U_1 未直接给出, 但可由并联电路的特点列出一元二次方程并解得: $R_1=3(\Omega)$, $R_1=-1/2(\Omega)$ (不合题意, 舍去)。在解题过程中, 由于找到了潜藏的等量关系 $I_1=I_2$, $I_2=R_1$ 并进而得出 $I=2+R_1$ 的关系, 使问题迎刃而解。

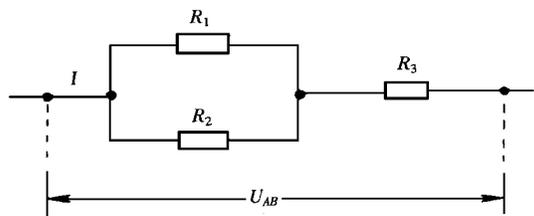


图 3

此外, 若遇到某些较复杂的物理现象和过程, 往往采用联立方程组的方法, 把较复杂的问题分解为几个简单的过程, 再把这些简单的过程综合起来考虑求出答案, 这充分体现了化整为零和集零为整的思想。

综上所述, 运用数学方程式解决物理问题, 既要具体的物理过程合理地融于数学表达式中, 又要对数学表达式赋予正确的、特定的物理内容, 从而使物理和数学达到和谐完美的统一。

三、函数知识在物理中的应用

函数思想是一种基本的数学思想, 它渗透到一切自然科学、社会科学的研究领域, 在分析、讨论、描述物理量变化规律的时候, 它的作用更是功不可没。

在实际问题中, 我们往往根据某个物理过程中各有关物理量的依赖关系, 建立函数关系式, 描绘出清晰的函数图像, 利用函数的定义域、性质等讨论物理函数的局部特性或局部与整体的关系, 加深对物理现象和物理规律的认识。

[例] 已知电源电压为 E , 内阻为 r , 问负载电阻 R 多大时, 输出功率最大? (负载与电源匹配问题)

此题牵涉到二次函数的极值问题, 可由不同的途径求解。根据题意, E 、 r 为已知常数, 负载电阻 R 是可变的, 据全电路欧姆定律解得, 当 $R=r$ 时, $P_{\text{出}}=P_m=E^2/4r$ 。此题也可以用微分法求解。

由此可见, 我们可以利用分式的性质求最大值或最小值; 也可以利用令函数的微商等于零求极值问题; 还可利用不等式求极值; 利用三角函数的性质

求最大值、最小值等。

图像和数学解析式却能反映物理过程的变化规律, 但图像比公式直观, 处理有些问题显得简洁巧妙, 多数情况下, 是图像和公式两者结合起来解决问题, 彼此互补, 相得益彰。

[例] 一物体置于水平面上, 受一水平恒力 F 作用沿水平面做匀变速直线运动, 其加速度 a 随拉力 F 变化的图线如图 4 所示, 试由图线求出物体的质量 m 及物体与水平面的滑动摩擦系数 μ (g 取 10m/s^2)

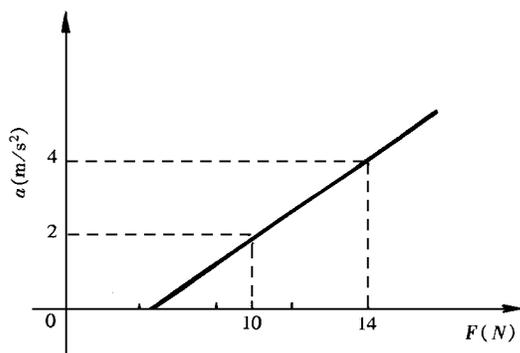


图 4

从图像可以看出, $F_1=14\text{N}$ 时, $a_1=4\text{m/s}^2$, $F_2=10\text{N}$ 时, $a_2=2\text{m/s}^2$, 物体与水平面的滑动摩擦力不变, N 为水平面支持力, $f=\mu N=\mu mg$, 由牛顿第二定律可得: $m(F_1-F_2)/(a_1-a_2)=2(\text{kg})$, $\mu=(F_1-ma_1)/mg=0.3$ 。

物理中的每一个函数的图像, 都有它特定的深刻的物理意义。因此, 用图像分析问题, 首先要在明确物理意义的前提下, 结合题中具体描述的物理过程去正确地寻找各物理量之间的联系。

用来解决物理问题的数学方法除上述例举之外, 还有许多却融合在具体的解题过程中诸如比例的方法(求电阻分配、功率分配、单摆的周期等问题); 几何的方法(将数与形、抽象思维与形象思维结合起来讨论光学、静力学、动力学、交流电等方面的问题); 矢量运算的方法。至于哪些涉及变量变化率的问题, 则要借助于极限、微商的方法(如人造卫星的运行、自由落体的运动、轴的放射、以及电流的变化等)。

“数学终于成为物理学家的思想工具”。劳厄的这个观点已被越来越多的人理解和接受。让我们乘数学之舟, 在物理的海洋中扬帆远航。