

# 从熵、信息熵到自组织

王西明

(咸阳师范学院物理系 陕西 712000)

为了在一定条件下确定一个热力学过程进行的方向,1864年法国物理学家克劳修斯在《热之唯动说》一书中,首次提出一个物理量和新的态函数——熵。他发现:如果一个物体的绝对温度为 $T$ ,给该物体加热 $Q$ ,该物体增加的熵为 $S = Q/T$ 。 $S$ 表示吸进热量之后,物体的熵 $S_2$ 与吸进热量之前的熵 $S_1$ 之差,或表示成 $S = S_2 - S_1$ 。如用积分表示,则有

$$S_2 - S_1 = \int_{x_0}^x \frac{dQ}{T}$$

同样,如从该物体取出热量 $Q$ ,则该物体的熵就减少 $S$ 。

若有两个物体,一物体温度 $T_1$ 较高,另一物体温度 $T_2$ 较低,让两者接触,就有热量 $Q$ 从温度较高的物体流向温度较低的物体,那么温度较高的物体所减少的熵为: $-Q/T_1$ ,而温度较低的物体所增加的熵为: $Q/T_2$ ,两物体的总熵变化为

$$S_{\text{总}} = -\frac{Q}{T_1} + \frac{Q}{T_2}$$

由于 $T_1 > T_2$ ,所以 $\frac{Q}{T_1} < \frac{Q}{T_2}$

即: $S_{\text{总}} = -\frac{Q}{T_1} + \frac{Q}{T_2} > 0$ 为正值。

相反,如果热量 $Q$ 从低温物体流向高温物体,那么,低温物体的熵就会减少 $Q/T_2$ ,即 $-Q/T_2$ ,而高温物体的熵就会增加 $Q/T_1$ 。此时,两物体的总熵为:

$$S_{\text{总}} = \frac{Q}{T_1} - \frac{Q}{T_2}$$

由于 $T_1 > T_2$ ,所以 $\frac{Q}{T_1} < \frac{Q}{T_2}$

即 $S_{\text{总}} = \frac{Q}{T_1} - \frac{Q}{T_2} < 0$ 为负值。

熵很好地表明了热力学过程所进行的方向。

尽管克劳修斯对熵作了严格的数学推导,但很多科学家对它仍感到很抽象。1872年玻尔兹曼在研究气体分子运动过程中,对熵提出了微观解释,即 $S = k \ln W$ 。后经普朗克、吉布斯进一步研究,解释更为明确。他们认为:在由大量粒子(原子、分子)构成的系统中,熵就表示粒子之间无规则的排列程度,或者说,表示系统的紊乱程度,系统越“乱”,熵就越大;

系统越有序,熵就越小。控制论的创始人维纳也说过:“一个系统的熵就是它的无组织程度的度量。”熵增加原理还表明,对于一个孤立子封闭系统,熵总是增加的,即系统总是由有序向无序进行着。

熵函数的出现,使热力学第二定律的定量表述更加准确,微观概念更加清晰,对热学乃至整个物理学的发展都起到了很大的推动作用。

玻尔兹曼对熵作微观解释的同时,还把熵和信息联系起来,提出“熵是一个系统失去了的‘信息’的度量。”他的这一提法,为信息熵的产生提供了思想前提。20世纪40年代,随着雷达、无线电通讯和电子计算机、自动控制相继出现和发展以及防空系统的需要,许多科学家和技术工作者在各自的岗位上,对信息问题进行了大量的研究。1948年申农发表了著名的论文“通信的数学理论”,1949年又发表了另一篇论文“在噪声中的通信”。当时,申农在贝尔电话公司工作,他为了解决信息的编码问题,同时为了提高通信系统的效率和可靠性,需要在研究过程中对信息进行数学处理,这就要求舍弃通信系统中消息的具体内容,把信源发生的信息仅仅看做一个抽象的量。同时,由于通信的对象——信息具有随机性的特点,因此申农把用于物理学中的数学统计方法移植到通信领域,从而提出了信息熵的数学公式,从量的方面来描述信息的传输和提取问题,并提出信息量的概念。申农的这两篇论文确立了现代信息理论的基础,它是把熵理论引入到其他学科首次取得成功的典范,而申农也成为信息理论的奠基人。

设某一事件 $X$ ,其试验结果是不确定的,有多种可能性,可记之为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ,相应的概率为 $P$ ,记之为 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ 。

采用对数作为不定性的度量,则 $x_1$ 可能结果的不定性的量为 $-p(x_1) \log p(x_1)$ , $x_2$ 为 $-p(x_2) \log p(x_2)$ , $\dots$ 一直到 $-p(x_n) \log p(x_n)$ ,而整个事件 $X$ 的不定性的量则是它们的和,用 $H(x)$ 表示,即

$$H(X) = -\sum p(x_i) \log p(x_i)$$

申农指出“量 $H = -\sum p_i \log p_i$ ,在信息论中起着重要作用,它作为信息、选择和不确定性的度量。 $H$ 的公式与统计力学的所谓熵的公式是一样的。”

现代物理知识

对信息的度量采用什么名称,申农曾征求过著名数学家冯·诺依曼的意见,诺依曼建议他采用熵。我们现在知道,一个系统有序程度越高,则熵就越小,所含的信息量就越大,反之,无序程度越高,则熵就越大,信息量就越小。信息和熵是互补的,信息就是负熵,这也是  $H(x)$  公式中负号的意义。

随着许多科学家的加盟,对信息熵的研究越来越深入,1968年贝里斯和高艾斯在统一考虑信息的量和质(即信息的有效性)的基础上,首先提出对信息的量和质进行统一的量度,提出了“有效分布”函数  $U$ ,将申农的公式扩展为:

$$I(P, U) = -U \sum P_i \log P_i = -UH,$$

$I(P, U)$  表示有效信息,它是不考虑有效性熵函数的  $U$  倍。

信息熵及有效信息熵的发展对通信科学及相关科学的发展起到了强有力的推动作用。由信息论发展起来的信息科学在诸多领域里得到了应用。

早在1944年量子力学的创始人之一薛定谔就在《什么是生命》一书指出:“生命组织如何避免衰退?显然,需通过饮食、呼吸和吸收,技术上的术语叫新陈代谢,即需要物质的交流,而与之相对应的则是从环境中取得‘负熵’。”薛定谔当时纯粹是从物理熵的角度来谈生命现象的,他并没有注意到信息熵的概念,但他的观点对自组织的研究产生了很大的影响,“负熵”较成功地解释了20世纪60年代以来出现的自组织的现象。

什么是自组织?自组织过程是指具有一定功能的非线性的多体系统在离开平衡态时从无序变成规则或不规则的序的过程。有一定功能的非线性的多体系统离开平衡态经自组织可能出现两类序,一为规则的序,另一为混沌。

对规则的序的研究,最具代表性的就是由普里高津所创立的“耗散结构”理论和哈肯所创立的“协同学”理论。

普里高津的布鲁塞尔学派建立了一套非平衡的热力学,旨在给出在什么条件下方可发生自组织。他们研究这一命题时作了3条基本假设,其中最重要的是第一条“局域平衡假设”,即认为系统可分成许多子系统,即使系统处于非平衡态,亦可将平衡态下引入的熵的概念以及有关平衡态的热力学方程应用于该子系。这样的系统被称做理想系统。在这个假设下,该学派从理论上得出当系统离开平衡态有限距离时,无序状态可能失稳;并在系统内不可避免

的涨落的驱动下,从不稳定的无序跃向稳定的有序。

由于将局域平衡假设应用于非平衡系统有其局限性,所以人们正在探索抛开局域平衡假设建立非平衡的熵概念和热力学。这方面的研究尚处于不断深化和发展的过程中。

对于生命系统的研究,普里高津根据“负熵”概念写出了熵的平衡方程,即  $ds = d_i s + d_e s$ ,其中  $ds$  表示系统熵的增量, $d_i s$  为系统内不可逆过程导致的熵产生, $d_e s$  即负熵,普里高津称之为“熵流”。当系统不断地从环境中获取物质和能量,这些物质和能量给系统带来负熵,结果使整个系统的有序性的增加大于无序性的增加,新的结构和新的组织就能自发地形成,这种远离平衡态的系统称为耗散结构。

继耗散结构之后,70年代哈肯从研究激光入手来研究自组织,创立了一门新的协同学理论。这与耗散结构理论一样,也研究一个系统如何能够自发地产生一定的有序结构。它以信息论、控制论、突变论等一些现代科学理论的新成果为基础,并吸取了耗散结构理论的许多成功之处,进一步揭示了各种系统和现象中从无序到有序转变的共同规律。

协同学继耗散结构理论之后更进一步指出,一个系统从无序到有序转化的关键并不在于热力平衡还是不平衡,也不在于离开平衡态有多远,而在于只要是一个由大量子系统构成的系统,在一定条件下,它的子系统之间通过非线性的相互作用就能够产生协同现象和相干效应,形成一定功能的自组织结构,表现出新的有序状态。协同理论也有它的局限性,正在进一步发展之中。

混沌现象主要是研究非线多体系的演化如何经过对称性破缺的单一变得多种多样,从简单变得复杂。它也是耗散结构理论和协同学理论的发展和深入,目前有许多科学家在从事这方面的研究。然而,由于自组织现象的复杂性,一个关于自组织的热力学理论尚未完全建立起来。

