

应该界定黑洞的“最大半径”和“最小半径”

李永兵

(灌云县杨集中学 江苏 222221)

有关黑洞的习题在近几年的复习资料中经常出现,通过题中给出的一些有关物理量来估算黑洞的“最大半径”。那么什么是黑洞?一颗内部燃烧尽了的大质量恒星由于自身的引力作用,外壳不断向中心坍塌缩小,最后就会形成致密的黑洞。黑洞是宇宙中的实体微粒,它们的体积趋向于零,而密度几乎是无穷大,由于具有强大的引力,物体只要靠近这个微粒,就会被强大的引力吸入,连光也不能幸免。也就是说,没有任何信号能够从黑洞的作用范围内传出,人类无法看到里面的情形——对于观测者来说,那就是漆黑一片——这也是黑洞名字的由来。既然如此,那么衡量黑洞的大小只能用其作用范围(即“视界”)的“半径”来表示。不同资料对黑洞“最大半径”的说法是不一致的,造成在解题中产生混乱。下面先来看同一道习题在不同的资料中所给出的解答。

题1(资料1):黑洞是爱因斯坦的广义相对论中预言的一种特殊天体,它的密度极大,对周围的物质(包括光)有极强的吸引力。根据爱因斯坦理论,光子是有质量的,光子到达黑洞的表面时也将被吸入,最多恰能绕黑洞表面做圆周运动。根据天文观察,银河系中心可能有一个黑洞,距该黑洞 $6.0 \times 10^{12} \text{m}$ 远的星体正以 $2.0 \times 10^6 \text{m/s}$ 的速度绕它旋转,据此估算该黑洞的最大半径 R 为多大?(光速为 $3 \times 10^8 \text{m/s}$)

在资料1的教师用书263页上给出了如下的解答:

$$GMm/R^2 = mc^2/r,$$

$$GM = c^2 R, \text{ 所以 } R = GM/c^2,$$

$$\text{又 } GM/r^2 = v^2/r,$$

$$GM = v^2 r, \text{ 则 } R = v^2 r/c^2 = 2.7 \times 10^8 \text{m}$$

(笔者对此解答作如下说明:式是设想某个光子恰好能绕黑洞以半径 R 作匀速圆周运动,而式是针对距黑洞 $6.0 \times 10^{12} \text{m}$ 远的星体绕黑洞作匀速圆周运动列出的。)

题2(资料2):1997年8月26日在日本举行的国际天文学大会上,德国的Mzxplanck学会的一个研究小组宣布了他们的研究成果:银河系的中心可能存在一个大黑洞,他们的根据是用口径为3.5m的天文望远镜对猎户座中位于银河系中心附近的星体进行近6年观测所得的数据。他们发现,距银河系中心约60亿千米的星体正以 $2.0 \times 10^3 \text{km/s}$ 的速度

围绕银河系中心旋转。根据上面的数据,试通过计算确认如果银河系中心确实存在黑洞的话,其最大半径为多少?(提示:按经典力学,质量为 M 的黑洞,其黑洞半径 $R < 2GM/c^2$, c 是真空中光速, $c = 3.0 \times 10^8 \text{m/s}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$)

该资料中给出了如下的答案:

星体绕银河系旋转时有: $GMm/r^2 = mv^2/r$, 即银河系中心的质量 $M = v^2 r/G$, 因此,黑洞半径 $R < 2GM/c^2 = 2v^2 r/c^2$, 其中 $r = 6.0 \times 10^{12} \text{m}$, $v = 2.0 \times 10^6 \text{m/s}$, 解得: $R < 5.3 \times 10^8 \text{m}$, 即如果银河系中心存在黑洞的话,该黑洞半径小于 $5.3 \times 10^8 \text{m}$ 。

题1、题2实际上是一道题,但这两种资料所给的结果却是不相同,题2的结果是题1的两倍。从上述两题解的过程可以看出:题1中的“最大半径”是设想光子恰好能以该半径绕黑洞中心作匀速圆周运动;而题2中的“最大半径”是设想光子绕黑洞中心以该半径作圆周运动时还能逃逸出去,这一半径表达式在高一课本110页的阅读材料《黑洞》中已给出。那么,究竟哪一种结果才是黑洞作用范围的“最大半径”呢?题1中给出的是光子恰好能绕黑洞中心作匀速圆周运动,这样的条件不能保证光子能逃逸出黑洞。题2中给出的是光子绕黑洞中心作圆周运动时还能逃逸出去的临界状态,表达式的推导要引入引力势能 $E_p = -GMm/r^2$ 。在高一课本中为了避免引力势能的引入,用人造卫星脱离地球的速度等于其第一宇宙速度的 $\sqrt{2}$ 倍即 $v = \sqrt{2GM/R}$ 作类比的,设想某天体的质量非常大、半径非常小,则其脱离速度有可能超过光速,即 $v = \sqrt{2GM/R} > c$, 这种天体就是黑洞,得 $R < 2GM/c^2$ 。

鉴于不同资料对黑洞“最大半径”所下“定义”的混乱,笔者认为有必要对其进行界定。设想光子恰好能绕黑洞中心作匀速圆周运动所对应的半径定义为黑洞作用范围的“最小半径”,即 $R_{\min} = GM/c^2$; 而设想光子绕黑洞中心作圆周运动时恰好还能逃逸出去所对应的半径定义为作用范围的“最大半径”,即 $R_{\max} = 2GM/c^2$ 。其中 G 为万有引力常量, M 为黑洞的质量, c 为真空中的光速。上述是笔者个人的观点,不妥之处,敬请批评斧正。