谈谈测不准关系

阎旭东　别业广

（湖北工学院数理系　武昌　430064）

自 1927 年海森伯首先提出测不准关系，经历了大半个世纪，对它的解释一直有争论。近 30 年来才逐渐取得一致，使之成为量子力学的重要内容。量子力学是现代物理学的理论支柱之一，被广泛地应用于化学、生物学、电子学及高新技术等许多领域。在大学物理中讲授测不准关系等量子力学初步知识，对帮助学生认识和分析微观粒子运动规律是很有必要的。

如何抓住测不准关系的教学要点？我们通过多年的教学实践，总结为两点：一是从测不准关系 $\Delta X\Delta P\geqslant\hbar/2$ 的建立来说明它的实质；二是从测不准关系的应用来验证它的实质。

一、微观粒子波粒二象性是测不准关系建立的实验基础

我们可以以两个不同方面的例子来说明。一是从粒子（电子）的波动性，二是从波（光）的粒子性。

关于粒子的波动性，现行的大学物理教材都是通过电子单缝衍射实验加以阐述的。

一束动量为 P 的电子通过宽为 ΔX 的单缝后发生衍射，而在屏上形成衍射条纹。对一个电子来说，它是从宽为 ΔX 的缝中通过的，因此它在 X 方向上的位置不确定量为 ΔX；忽略次级极大，认为电子都落在中央亮纹内，在 X 方向有 θ 角偏转，表明电子通过缝时在 X 方向的动量不确定量为 $\Delta P_X=P\sin\theta$，第一级暗纹中心的角位置由下式决定：$\Delta X\sin\theta=\lambda$，根据德布罗意公式 $\lambda=\dfrac{h}{P}$ 得 $\sin\theta=\dfrac{h}{P\Delta X}$，则动量不确定量为 $\Delta P_X=\dfrac{h}{\Delta X}$，考虑到衍射条纹的次级极大，可得 $\Delta X\Delta P_X\geqslant h$，这就是不确定关系。

关于波的粒子性，1923 年康普顿及后来的吴有训进行的 X 射线通过物质时的散射实验，不仅有力地证明了波（光）具有粒子性，而且还证明了光子和微观粒子的相互作用过程也是严格地遵守动量守恒定律和能量守恒定律的。

根据光子理论，X 射线的散射是单个光子和单个电子发生弹性碰撞的结果。由于光子在空间至少要展开德布罗意波长 λ 的范围，在测定它与电子碰撞位置时的不准确度也就至少在 λ 的范围内。这就是说，如果用 ΔX 来表示电子位置的不准确度，那么，ΔX 总是要不小于光子的波长 λ，即 $\Delta X\geqslant\lambda$。在碰撞时，光子将动量传给电子，所传递动量的大小取决于碰撞是正碰还是斜碰。一般来说，传给电子的动量不可能大于光子原有的动量，电子在碰撞后动量的不准确度 ΔP 约等于光子的动量 P，则 $\Delta X\Delta P\geqslant\lambda P$；再考虑到德布罗意关系式 $P=h/\lambda$，则有 $\Delta X\Delta P\geqslant h$。海森伯对这一近似关系式进行了更仔细地数学分析后，发现 $\Delta X\Delta P\geqslant\hbar/2$，$\hbar=h/2\pi=1.0545887\times10^{-34}\,\mathrm{J\cdot S}$。

以上分析清楚地表明，有了微观粒子的波粒二象性，就有测不准关系，反之亦然。因此，测不准关系的实质就是微观粒子波粒二象性，或者说，测不准关系的表达式是微观粒子波粒二象性最集中的数学概括。

二、应用测不准关系，可以得出微观粒子不同于宏观物体的一些特性

例 1：微观粒子具有零点能

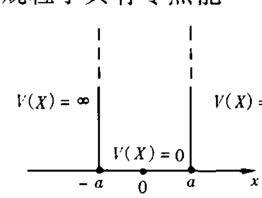

图 1

如果一个微观粒子在有限空间内运动（粒子处于束缚态），则最小动能不为零，这就是零点能（与宏观物体不同，宏观物体最小动能可以为零）。微观粒子这一特性可以用波粒二象性来解释。因为静止的波是没有意义的，所以完全静止的微观粒子状态也是没有意义的。

熵与感冒

沈亦红

（宝鸡文理学院物理系　陕西　721007）

“熵”(Entropy)这一概念原本是热力学物理中的概念,“它表示系统中微观粒子无规则运动混乱程度的量度”,也可以说熵表示系统的无序程度。熵越大越无序(disorder),熵越小越有序(order)。熵现在已被广泛的用于社会、生态环境、生命、医学和信息控制等领域。熵增加原理告诉我们,一个封闭系统当内部发生不可逆过程时,它的熵就会增加,增加到一定值——熵极大时系统就会处于平衡状态。对于生命系统来说即死亡。因为人的生长是单向的自发不可逆过程,如果生命体是一个孤立系统,其熵一定增加,所以生命系统必须是一个开放系统,与外界进行物质和能量的交换,生命体一面不断向体外排熵,一面又从外界汲取低熵物质以形成“负熵”流。生命之所以能存在就在于从环境中不断得到“负熵”,保证有机体系统熵不变或减少 $\Delta s \leqslant 0$,即维持有机体一定的正常秩序(非平衡状态)。玻尔兹曼曾说过:“生物为了生存而作的一般斗争既不是为了物质、也不是为了能量,而是为了熵而斗争。”可见熵在生命中的重要性。熵的引入使生命科学变成一门带有物理色彩的崭新的定量科学。

一、生物体的熵变过程

生物体是一个“耗散结构”,生命体系统要正常生长,维持要求系统熵不增加,即保持一定的秩序。而生命体的新陈代谢不断有熵产生,同时在消耗着负熵使得系统熵在增加。为了维护熵不变,机体要向外排出高熵并吸收低熵。“有机体是依赖负熵为生的”这就是生命的热力学基础。负熵的来源有两类:一类是“有序来自无序”即有机体吸收外界无序经过加工变为自身有序,这就是所谓“加工成序”如氧气。另一类是“有序来自有序”即将从外界获得的秩序进行同化变成自身的秩序,这就是所谓“同化成序 ”如,碳水化合物、液态水等。有机体生成过程就

例如粒子处于对称的一维无限深方势阱,粒子的势能为:$V(X) = \begin{cases} 0 & 0 < X < a \\ \infty & X \geqslant a \text{ 和 } X \leqslant -a \end{cases}$ 取标准偏差 $\overline{(\Delta X)^2} = \overline{(X-\bar{X})^2} = \overline{X^2} - 2\overline{X\bar{X}} + \bar{X}^2 = \overline{X^2} - \bar{X}^2$

同理 $\overline{(\Delta P)^2} = \overline{P^2} - \bar{P}^2$

因为势阱是对称的,粒子向左运动与向右运动的机会相同,于是 $\bar{X} = 0, \bar{P} = 0, \overline{(\Delta X)^2} = \overline{X^2} \approx a^2$(取近似值,因为我们只对数量级感兴趣),$\overline{(\Delta P)^2} = \overline{P^2}$。据测不准关系得:

$$\overline{(\Delta X)^2} \cdot \overline{(\Delta P)^2} \geqslant \hbar^2/4 \qquad \overline{P^2} \geqslant \hbar^2/4a^2$$

$$\overline{E_n} = \overline{P^2}/2m \geqslant \hbar^2/8ma^2 > 0$$

即粒子平均动能(即零点能)大于零。

例 2:氢原子处于基态最稳定

氢原子核对电子的库仑吸引能(电势能)为 $U = -Ke^2/r$,从表达式来看,电子运动半径 r 越小,电势能 U 越低,电子运动越稳定,似乎氢原子能量没有下限。但通过测不准关系分析发现,氢原子能量有下限即有基态能量,在基态氢原子最稳定。

设氢原子系统能量为 E,则有

$E = \overline{P^2}/2m - Ke^2/r$(取电子在 $r = \infty$ 处 $U_\infty = 0$)

若取位置测不准量的数量级 $\overline{\Delta X} \approx r$,根据测不准关系,$\overline{(\Delta P)^2} = \overline{P^2} \geqslant \hbar^2/r^2$(可认为电子动量的平均值 $\bar{P}$ 为零)

于是 $E = \dfrac{\hbar^2}{2mr^2} - \dfrac{Ke^2}{r^2}$

设 E 取最小值时,电子半径为 r_m,对于稳定运动,$\mathrm{d}E/\mathrm{d}r = 0$,由此求出 r_m 和 E_m 为

$$r_m = \hbar^2/Ke^2m = 0.529\text{Å}$$

$$E_m = -\frac{K^2e^4m}{2\hbar^2} = -13.6\text{eV}$$

r_m 实际上就是第一玻尔轨道半径,E_m 就是氢原子基态能量。这也与量子力学严格计算的结果一致。

通过测不准关系,我们还可以估算微观世界物质结构不同层次的能量标尺,可以鉴定原子核内无电子等等。