

物体做漂流运动的速度特征

王福谦

(山西师范大学晋东南学院物理系 长治 046011)

关于河水中物体的漂流速度,人们通常认为是和水的流速相等,这一观点也经常出现在一些物理教材中。其实,物体的漂流速度并不等于河水的流速。在河水平面倾斜(实际情形大多如此)的河流中,物体的漂流速度不但与河水平面的倾角及河水和流速有关,而且还由物体的质量、形状等因素决定。准确地分析物体做漂流运动的速度特征,要用到较多的流体力学知识。本文将在引用流体力学的一些结论的基础上,对这一问题近似地进行讨论,虽然这种分析过程显得粗糙了一些,但由于一些近似和简化处理比较符合实际情况,故所得结论能比较准确地描述物体做漂流运动的速度特征。

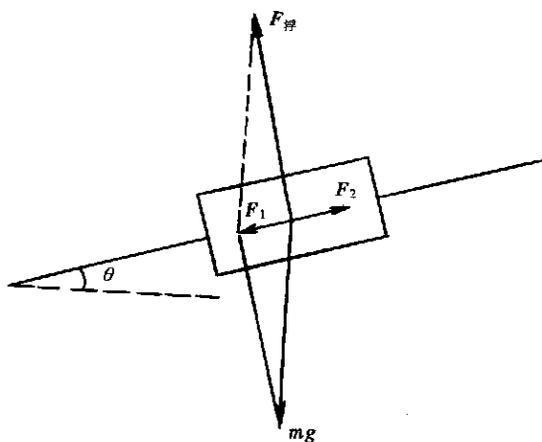


图 1

设质量为 m 的物体漂流于河水平面倾角为 θ 的河流中,河水由于跟河床的摩擦而做匀速运动,速度为 V_0 ,则此时物体除受重力和浮力之外,还要受到河水对它的作用力。重力和浮力的合力为物体沿河水平面的下滑力 F_1 , $F_1 = mg \sin \theta$,如图 1 所示。河水对做漂流运动物体的作用力可分为两部分:一是由于河水(流体)的黏滞性所产生黏滞力 f ,另一是由压力产生的压差力 F_2 。只有对于速度极低的情形(雷诺数小于 1),黏滞力才在这两部分力中起主要作用。一般情况下,压差力起主导作用,并且可用公式表示为 $F_2 = C_D S V r^2 / 2$ 。上式中 C_D 为作用力系数, ρ 为流体的密度, S 表示物体在垂直于流体运动方向的横截面积, V_r 为物体相对于流体的运动

速度。当不同的物体在同一河流中漂流时,我们观察到一些物体的漂流速度相差较大,这说明一般漂流物体的相对漂流速度 V_r 绝不属于极低的情形(否则任一物体的 V 和 V_0 均相差很小,不同物体的漂流速度不会出现较大的差异)。因此,当物体在河水中漂流时,根据流体力学的一般结论并结合物体运动的实际情况,可认为河水对物体的作用力近似为 $F_2 = C_D S V r^2 / 2$ 。上式中的作用力系数 C_D 随物体的形状和倾角而定,即使对于同样形状的物体, C_D 也是雷诺数 Re 的函数,随雷诺数而变化。对于圆柱体,雷诺数小时 ($Re = 1 \sim 1000$ 范围内)阻力系数与雷诺数呈反比例。 $Re = 10^3 \sim 10^5$, C_D 大体是 $1 \sim 1.2$;但是,在 $Re = 5 \times 10^5$ 附近,阻力系数急剧变小,变成 $C_D = 0.3$ 。但若流体的黏滞力与压差力相比较不起主要作用时(此时 Re 较大,流体的流动为湍流), F_2 则比较精确地与 $S V r^2 / 2$ 成正比,即 $C_D = f(Re)$ 的变化不大,取值范围基本确定。例如对于平板大致 $C_D = 2$,长与高为 3:1 的圆柱体 $C_D = 0.4 \sim 0.12$ 。流线型物体 $C_D = 0.1 \sim 0.06$ 。由于船、艇等物体在河水中漂流时所受河水的作用属于上述情形(压差力处于主导地位,本文最后部分也用反证法证明了这一点),因此,从以上讨论可知,河水对物体的作用力 F_2 可近似地表示为 $F_2 = B V r^2$, $B = C_D S / 2$ 亦为一作用力系数,对于给定的物体和流体,其数值近似为一常数(漂流时 V 变化不大, Re 变化范围小, C_D 基本保持不变,而 S 值确定)。需要注意的是,物体的漂流速度不同时, F_2 将对物体产生不同的作用效果:当 $V < V_0$ 时, $V_r = V_0 - V$, F_2 表现为冲击力, $F_2 = B (V_0 - V)^2$,使物体加速运动;当 $V > V_0$ 时, $V_r = V - V_0$, F_2 表现为阻力, $F_2 = - B (V - V_0)^2$,阻碍物体的运动。再者,对于物体在液体自由面上运动的情形,物体还要受到另一种阻力——由物体运动所产生的波系而引起的波阻 f_w ,由于波阻 f_w 实际只与弗罗德数 $Fr = V / \sqrt{gl}$ (V 为物体的速度, l 为长度)有关,所以波阻主要是雷诺数 $Re = V l / \nu$ 的函数。波阻与船、艇等物体的形状和速度有着极其复杂的关系,船体中段的两侧边互相平行

的船,主要在头、尾和它们与平行中段相接的两个“肩部”位置上,产生4组波系。这些波系彼此互相干扰,而且只要稍微改变船体的形状,就会在某些速度范围内大大影响船体所产生的波系和由此引起的船的波阻力。特别是若在船头装一个在水面下、形状像梨而向前鼓出的凸包,可以使船体实际上几乎产生不起波浪来。对于这里所讨论的物体漂浮于水面顺流而下,我们可以改变物体的形状,使其运动时所形成的波浪较小,从而受很小的波阻。即使对于一般形状的物体,在漂流的实际情形中我们也几乎观察不到由于物体运动所形成的较大的波浪。为了便于讨论,在这里我们忽略波阻对漂流运动的影响。综上所述,则由牛顿第二定律可得物体运动的微分方程为 $mdv/dt = mgsin + F_2$

$$mdv/dt = mgsin \pm BVr^2 \quad (1)$$

若假设在物体做漂流运动的任一时刻 t , $V < V_0$, 则 F_2 表现为冲击力: $F_2 = B(V_0 - V)^2$, (1) 式的具体形式变为

$$mdv/dt = mgsin + B(V_0 - V)^2 \quad (2)$$

设运动的初始条件为 $V|_{t=0} = V_0$, 解(2)式得

$$V = V_0 + \sqrt{mgsin/B} \cdot tg \sqrt{Bgsin/m}t \quad (3)$$

由(3)式可看出,当 $Bgsin/mt = \pm k + \frac{1}{2}$

($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) 时, 即 $t = \frac{k + 1/2}{Bgsin/m}$
 因 $t > 0$, 舍去 $-(k + 1/2)$ 时, $V = V_0 + \sqrt{mgsin/B} \cdot tg \sqrt{Bgsin/m}t$, 这一结论

显然是不可思议的,也与实际情况明显不符。所以我们所作的关于物体的漂流速度 V 小于水的流速 V_0 的假设是不正确的。但若 $V > V_0$, 则方程(1)变为 $mdv/dt = mgsin - BVr^2$, $V > V_0$ 和 $mdv/dt = mgsin - BVr^2$ 两者自相矛盾,故物体在做漂流运动时,漂流速度 V 大于水的流速 V_0 。

在实际情形中,对于物体在做漂流运动的某时刻 t , 由以上讨论可知 $V > V_0$, 则 F_2 在该时刻表现为阻力, $F_2 = -B(V - V_0)^2$, 则由牛顿第二定律得物体做漂流运动的微分方程为

$$mdv/dt = mgsin - BVr^2$$

$$mdv/dt = mgsin - B(V_0 - V)^2 \quad (4)$$

设运动的初始条件为 $V|_{t=0} = V_0$, 解(4)式得

$$V = V_0 + \left[\frac{e^{\sqrt{2Bgsin/m}t} - 1}{e^{\sqrt{2Bgsin/m}t} + 1} \right] \cdot \sqrt{mgsin/B} \quad (5)$$

由(5)式可知,当 $t \rightarrow \infty$ 时,根号前的因子趋于1,

$$V \rightarrow V_m = V_0 + \sqrt{mgsin/B}$$

$$= V_0 + \sqrt{2mgsin/C_D S}$$

V_m 为物体漂流速度的极限,称为收尾速度。事实上,当物体所经历的时间 t 不很长时,物体的漂流速度 V 已和收尾速度 V_m 相当接近。例如,对于漂流在河水水平面倾角为 5° , 水中垂直于水流方向横截面积为 $1m^2$ 的质量为 100 千克的流线形物体,取该流线形物体的作用力系数 $C_D = 0.1$ (2), 则 $B = C_D S/2 = 0.1 \times 1.0 \times 10^3 \times 1/2 = 50$ (kg/m), 将此数据代入(5)式,则通过计算便知该物体由初始 V_0 开始运动只需要经过 2 秒钟,速度便增大为 $V = V_0 + 0.8635 \sqrt{mgsin/B} = V_0 + 1.1286m/s$; 若其经历时间增加到 5 秒钟,则速度便增加为 $V = V_0 + 0.9866 \sqrt{mgsin/B} = V_0 + 1.2895m/s$ 。上述两速度在大小上均与收尾速度 $V_m = V_0 + 1.3070m/s$ 比较接近。若又在上例中将河水水平面倾角增大到 10° , 而其他条件保持不变,则也由(5)式计算便可知,漂流物体由初数 V_0 开始运动同样经过 2 秒钟,速度便增大为 $V = V_0 + 0.9513 \sqrt{mgsin/B} = V_0 + 1.7550m/s$; 再将其经历时间增加到 5 秒钟,则速度便增加为 $V = V_0 + 0.9998 \sqrt{mgsin/B} = V_0 + 1.8445m/s$ 。上述两速度在大小上均与收尾速度 $V_m = V_0 + 1.8449m/s$ 相差甚微。如果在上述两例中将物体的质量 m 减小或将系数 B 增大, V 接近 V_m 所需的时间将会更短。因此,对于在河水中漂流的物体,可以认为在开始运动一段不太长的时间后,物体便基本上收尾速度运动。且物体的质量越小(大),物体的漂流速度接近收尾速度所需的时间越短(长);河水平面的倾角、物体在垂直于河水流动方向的横截面积越小(大),物体的速度接近收尾速度所需的时间越长(短)。

由以上分析过程并结合其所得的物体漂流收尾速度公式 $V_m = V_0 + \sqrt{mgsin/B}$ 可知,物体做漂流运动的收尾速度具有以下特征:一是 $V_m > V_0$, 即物体的漂流速度大于水的流速,对于任一给定物体,河水平面的倾角 θ 越大, V_m 和 V_0 的差值越大;二是 $V_m \propto \sqrt{m}$, 说明当河水平面倾角及物体在垂直于其运动方向的横截面积(其数值决定系数 B 的大小)一定时,物体的质量越大,它的收尾速度也越大。事实也是如此,我们看到两艘相同型号但轻重不同的船(或载人多少不同的两个相同竹筏)在水中漂流时,较重的运动得快一些。这是因为当河水平面倾

斜时,两艘船(或竹筏)的漂流速度都比水的流速大,而质量较大的船(或竹筏)的漂流速度更大的缘故。

另外,有的文章中认为,物体在河水中漂流时,所受水的作用力以黏滞为主,这一观点不但与流体力学的有关规律及实验结论相悖,而且由此得出的结论也与实际情况不符。下面我们来讨论这一问题。由流体力学知识可知:黏滞力 f 和物体相对于流体的运动速度 V_r 、流体的黏滞系数 η 以及物体的线度 l 成正比。此力可表示为 $f = C_1 \eta V_r$, C_1 为作用力系数,其大小随物体的形状而定,对于形状一定的物体,系数 C_1 为一常数。若物体漂流时所受阻力以黏滞力为(黏滞力在这里不可能成为冲击力,否则合力不为零且沿物体运动方向,产生加速度, v 随着 t 不断增大,和实际情形不符),而压差力可以忽略不计的话,对于 $v > V_0$ 的情形(v 恒小于 V_0 的情形不可能出现,否则黏滞力将成为冲击力),由牛顿第二定律可得物体运动微分方程为

$$m dv/dt = mg \sin \alpha - C_1 \eta V_r$$

$$m dv/dt = mg \sin \alpha - A V_r$$

$A = C_1 \eta l$, 对于给定的物体和流体其值为常数,所以

$$m dv/dt = mg \sin \alpha - A(V - V_0) \quad (6)$$

设 $V|_{t=0} = V_0$, 解(6)式得

$$V = V_0 + \frac{1}{A} mg \sin \alpha (1 - e^{-\frac{A}{m} t}) \quad (7)$$

由(7)式可知,当 $t \rightarrow \infty$ 时, $V = V_m = V_0 + mg \sin \alpha / A$, V_m 表示物体漂流时的收尾速度。在实际情形中,如前文所述,我们看到的是物体在开始漂流运动后不久,就基本上以收尾速度运动,其速度大小和收尾速度相差不大。但对于(7)式,当时间 t 相当长时,由该式计算所得 v 的数值和 V_m 仍相差很大。例如,对于漂流在河水中的木球,它所受的黏滞力可用斯托克斯定律表示为 $f = k[6 \eta R(V - V_0)]$, 式中的 η 为水的黏滞系数, R 为木球的半径, k 是由于木球有部分露出水面而引入的系数。若木球的半径 $R = 1\text{m}$, 密度 $\rho = 0.5 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, 代入有关数据可得系数 $A = 6 \eta k = 9.4248 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$, 当 $t = 10^5$ 秒时, $e^{-\frac{A}{m} t} = 0.6376$, 将此数据代入(7)式,可知此时物体的漂流速度 v 和 V_m 的值仍相距甚远。再者,由公式 $V_m = V_0 + mg \sin \alpha / A$ 计算所得的收尾速度的数值也大到不可思议的程度。例如,对于 R 、数据

如上所述的木球,设河水平面倾角 $\alpha = 5^\circ$, 将以上数据代入公式 $V_m = V_0 + mg \sin \alpha / A$, 可得木球的收尾速度 $V_m = V_0 + 1.899 \times 10^5 \text{m/s} = 1.899 \times 10^5 \text{m/s}$ 。这些结果均与实际情况明显不符。因此,物体在河水中漂流时所受水的作用力是以压差阻力为主,物体做漂流运动收尾速度的特征可用公式 $V = V_0 + \sqrt{mg \sin \alpha / B}$ 来表示。

科苑快讯

高能物理所和生物物理所密切合作,生物大分子晶体学 MAD 实验首次获得成功

据高能物理所简报报道,高能所北京同步辐射装置(BSRF)上的生物大分子晶体学实验站在冼鼎昌院士的主持与领导下自2003年6月正式向用户开放后,在其上取得了SARS病毒蛋白质大分子结构等一系列重要成果。最近,该实验站超越应用单波长MR或MIR的传统方法,安装调试好进行多波长异常衍射(MAD)实验的设施,并向用户开放。“十一”期间,BSRF开始了新一轮的专用光运行。为了满足国内生物界用户的强烈需求,BEPC和BSRF精心调试,与生物物理所饶子和研究组密切合作,成功地进行了MAD实验,首次利用我国自己的实验设备获得整套MAD衍射数据,实现了我国在此关键研究领域的零的突破。

10月9日,生物物理所饶子和所长的课题组在BSRF生物大分子晶体学实验站进行了人源MASA(甲基转移酶)蛋白质晶体结构测定。该蛋白质含有387个残基,5个硒代甲硫氨酸。通过MAD实验获得3种波长的高分辨衍射数据($1.7 \times 10^{-8} \text{cm}$),经过处理得到全部5个硒原子的位置,其占有率高于80%,温度因子约20%。由MAD相位合成的电子密度图,可清晰地显示出残基侧链。实验结果的精确度已达到国际先进水平。

MAD实验是当今世界上生物大分子结构测试研究的主流手段,它对同步辐射光束线的能量准确性、能量分辨率及稳定性等都有很高的要求。过去由于缺乏这种手段,我国科学家必须到国外的同步辐射中心去做MAD实验。本次实验的成功标志着BSRF生物大分子晶体结构测定已具备国际先进的完备的实验条件,将为我国生物大分子晶体结构研究的发展提供关键的、强大的研究工具。