

20 世纪最基本的 3 个方程



纵观世界,大至浩瀚无垠的宇宙,小到构成万物的基本粒子,真是五彩缤纷,万象纷呈。但是,它们都有一定的规律性,可以被逐步认识。最奇妙的是,尽管这些规律各式各样,令人眼花缭乱,然而概括起来都离不开一些最基本的方程,每个方程都只包含极少几个常数,形式简单,却能预言大量现象。

19 世纪,科学家们发现的 3 组最伟大奇妙的方程是,牛顿力学的哈密顿正则方程组、麦克斯韦电磁场方程组、克劳修斯的热力学熵增方程。它们构成经典物理学的基础,也标志着人类当时对机械运动、电磁运动和分子热运动认识的三个高峰。

自 20 世纪初,相对论和量子论的提出,成为近代物理学理论的核心,和上个世纪下半叶乃至本世纪初一些新兴工程技术,包括航天、电子、信息、遥感等技术的理论基础,并把人类对物质世界的探索领域不断地向广袤无垠的宇宙空间和极小的微观尺度开拓,使之成为当前两个公认的科学前沿。另一方面,从 20 世纪 60~70 年代开始,科学家们逐渐开辟了复杂系统这一新的领域,成为当前另一个科学研究的前沿。这类复杂系统可以包括宇观的、微观的和宏观的多种现象,例如星系形成、激光、气象变化等。在这三个方面,我们认为各有一个最伟大、最奇妙、最美丽,也是涵盖最广的方程。它们分别是:

爱因斯在 1916 年提出的广义相对论引力场方程:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1)$$

其中包含引力常数 G , 真空中的光速 c , 时空度规 $g_{\mu\nu}$, 描述时空曲率的黎曼张量 $R_{\mu\nu}$ 和描述物质分布及其运动的物质张量 $T_{\mu\nu}$ 。这个方程说明了宇宙中的时间、空间、物质及其运动四者之间不可分割的密切联系,说明了宇宙的创生、演化和发展。它修改发展了牛顿万有引力定律,可以定量计算、预言牛顿理论无法解释的在引力场中的光线偏折、光谱红移和

王志符 张一方

水星近日点进动等现象。并预言了引力波、黑洞和星际空间中暗物质的存在,乃至宇宙的未来发展方向,从鸿蒙初开的大爆炸或者暴涨起始,是一直膨胀下去,还是膨胀到一定程度后又转而收缩。

狄拉克在 1928 年提出的相对论性的电子方程:

$$[\gamma^\mu(i\hbar\partial_\mu - eA_\mu) + m]\psi = 0, \quad (2)$$

后写为薛定谔方程的形式是:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = [c\alpha(i\hbar\nabla - eA) + \beta mc^2 + e\phi]\psi \quad (3)$$

其中 \hbar 是约化普朗克常数, $A_\mu = (A, \phi)$ 是电磁场四维矢量, γ_μ 、 α 、 β 是 4 阶矩阵, e 是电子电荷, ψ 是电子的狄拉克旋量波函数。由此方程可以自然引入电子的自旋为 1/2, 并成为量子电动力学的主要基础。它实现了相对论和量子论的初步统一, 预言了正电子和反粒子的存在, 从而奠定了反物质世界的理论基础。其中的狄拉克海揭示了真空的丰富内涵。它的发展可以描述包含夸克等在内的费米子和自旋为整数的玻色子。

协同学中的福克-普朗克(Fokker-Planck)方程:

$$\frac{df}{dt} = \frac{d}{dq}(\gamma q f) + \frac{1}{2}Q\frac{d^2f}{dq^2} \quad (4)$$

其中 $-\gamma q = K$ 是漂移系数, Q 是扩散系数, f 是观测量 q 的分布概率。它是 60 年代德国科学家哈肯(Hermann Haken)提出的协同学中的核心方程。由此方程可以导致朗之万方程和反应-扩散方程,并能化为著名的薛定谔方程。它指出一个复杂系统中的各个单元在一定条件下,通过相互协调的自组织行为,可以组成稳定的有序结构。这方程经过变换,可以和协同学中的其他方程联系起来,描述各种振动、相变、激光的产生、化学反应、天体的演化和星系的形成、生物的进化、种群动力学,乃至一个社会系统的兴衰、发展和稳定性,以及城市交通、决策规划等形形色色的复杂现象。

这 3 个方程分别描述当前科学研究的三个方面:宇宙、基本粒子和复杂系统。前两个方程属于物理学,第三个方程超出了物理学的范畴,涵盖了更复杂的自然、生物乃至社会现象。

(王志符 云南民族大学物理系 650031; 张一方 云南大学物理系 650091)