

高斯定理与高斯定律

黄 翔

在目前国内高校所采用的工科大学物理教材中,程守洙、江之永的《普通物理学》(高等教育出版社出版,以下简称教材1)与张三慧的《大学物理学》(清华大学出版社出版,以下简称教材2)使用得较为普遍,涉及的学生人数众多。但两种教材在静电学规律的提法上却有所不同,教材1称为“高斯定理”,而教材2则为“高斯定律”。部分同学虽意识到两种提法不同,但并没有做进一步的思考,认为这只是名称上的不同而已,并无其他深意。其实这两种不同的提法隐含了教材作者对静电场高斯定理(定律)与库仑定律关系的两种不同认识。本文讨论仅限于静电场与静止电荷。

一、历史的发展

在国内七八十年代的代表性教材中,普遍认为库仑定律是静电学基本规律,因而称其为“定律”。而高斯定理只是其推论之一,另一推论是静电场环路定理,两者相加才等于库仑定律,因而称其为高斯“定理”。认为高斯定理与库仑定律完全等价或认为从高斯定理出发可以导出库仑定律的看法是欠妥当的,因为高斯定理并没有反映静电场是有心力场这一特性。实际上,不增附任何条件,如点电荷电场的方向沿径向或具有球对称性等条件,并不能从高斯定理导出库仑定律。库仑定律不但说明电荷间的作用力服从平方反比律,而且说明电荷间的作用力是有心力。因此在静电范围内,库仑定律比高斯定理包含更多的信息。

随着历史的发展,我们对于库仑定律与高斯定理之间关系的认识也有所发展。教材1中指出“高斯定理和库仑定律都是静电场的基本定律,在这里,高斯定理是由库仑定律加场强叠加原理导出的,但两者在物理含义上并不相同。库仑定律把场强和电荷直接联系起来,而高斯定理将场强的通量和某一区域内的电荷联系在一起。”虽然教材1指出高斯定理和库仑定律都是静电场的基本规律,但在提法上仍称其为“高斯定理”,而并未称其为“定律”。

二、目前国内教材的两种观点

教材1中仍称为“高斯定理”,笔者认为有两方面的原因。首先是在历史上国内的主流教材一直称

其为“高斯定理”,因而该教材沿袭了这种习惯性的提法;但更重要的是在“库仑定律与静电场高斯定理是否等价”这个问题上,教材1的回答是否定的,文中指出“单靠高斯定理描述静电场是不完备的,只有和反映静电场的另一定理——静电场的环路定理结合起来,才能完整地描述静电场。”在内容的安排上只介绍了由库仑定律加场强叠加原理导出高斯定理,并未谈到由高斯定理结合空间的各向同性同样可以导出库仑定律。因此,教材1虽然承认库仑定律与高斯定理都是静电场的基本规律,但并未承认其等价性,认为在静电学范围内库仑定律包含了比高斯定理更多的信息,高斯定理与环路定理相加才等于库仑定律,因而称为“高斯定理”。

教材2中则称为“高斯定律”。其中提到,由库仑定律(已暗含了空间的各向同性)和叠加原理可导出高斯定律,而在电场强度定义之后,也可以把“高斯定律”作为基本定律结合空间的各向同性而导出库仑定律来。这说明,对静电场来说库仑定律和高斯定律并不是互相独立的定律,而是用不同形式表示的电场与场源电荷关系的同一客观规律,并明确指出“对于静止电荷的电场,可以说库仑定律与高斯定律二者等价。”

库仑定律指出,两个静止电荷之间作用力的大小与距离的平方成反比,作用力方向为连线方向。由库仑定律及场强叠加原理可导出静电场的高斯定理和环路定理。而从静电场的高斯定理却只能得出电力的平方反比性质,必须借助空间的各向同性才能得到力的方向是连线方向,从而得到库仑定律。由此看来,库仑定律与高斯定理似乎是不等价的。

但是,仔细考察库仑扭秤实验和卡文迪许-麦克斯韦实验,就能发现由实验直接得到的只是电力大小与距离平方成反比。库仑定律中的作用力沿连线方向并非由实验得到,而是根据对称性得到的结论。近代验证库仑定律的实验都只限于讨论平方反比律的精确度,因为电力沿径向的结论是点电荷这一理想模型的必然结果。由于点电荷自身不具有任何特殊方向,也没有内部结构,当它静止在各向同性空间中,所能产生的矢量只能是径向对称的,否则将

静电场的艺术魅力

刘耀康

人类总是试图解释千变万化、瑰丽多彩、奥妙无穷的自然界,因而产生了科学。科学从诞生的那一刻起就具有了美学价值——内在美和外在美。科学的内在美是:从简洁的定理、定律、公式出发,利用数学深刻、统一、和谐地解释各种自然现象,全面而正确地认识自然规律;科学的外在美是:根据这些简洁的定理、定律、公式绘制出赏心悦目的形体、图形,令人心旷神怡、遐思无限……深刻体会到符合自然规律的美是最有魅力的。物理学正是展现科学外在美的典型学科之一。这里先展示一些具有艺术魅力的图片,然后再介绍这些图片的内容和绘制方法。

一、一组美丽的图形

这些图形美丽而优雅、匀称而和谐,有的像盛开的花朵、有的像成熟的果实、有的像节肢动物,有的像三星堆的面具,似乎承载着数千年前的神秘信息;令人产生神奇联想。经过仔细观察,可能又觉得似曾相识——不错,这是静电学中的图形,只不过对不同物理量的数值赋予了渐变的灰度颜色。图 1~ 图

4 是电场线:图 1 是一对等量、同号点电荷的电场线,图 2 是电偶极子的电场线,图 3、图 4 分别是电量之比为 1: ± 3 的点电荷对的电场线。其余的都是点电荷系统的等势面,只是电荷个数与电量不同:图 5、图 6 是电量之比分别为 $\pm 1: 1$ 的点电荷对的等势面,图 7 是电量之比为 1: 3 的电荷对的等势面;图 8、图 9 是 3 个等量电荷的等势面,图 8 中的电荷是 2 正 1 负,图 9 是 3 个正电荷,图 10、图 11 是两对电偶极子在同一条直线上按顺序、反序、电荷等距排列的等势面,图 12 是 4 个等量同号电荷放在正方形顶点上的等势面;图 13、图 14 是位于一个正方形顶点上的两对电偶极子电荷的等势面,图 13 的排列方式是对角线上的电荷同号,图 14 是对角线上的电荷异号;图 15~ 图 18 是等量的正、负电荷各 4 个按不同方式排列的等势面,图 15 中左边和正下方 4 个是正电荷、其余 4 个是负电荷,图 16 中的相邻电荷都为异号,图 17 的电荷两两同号分成 4 组、各组电荷异号相邻排列,图 18 右上角 3 个与左下角 1 个都是正

违背因果律。因此,将电力沿径向纳入库仑定律并当成是库仑得到的实验结果是不合适的,库仑定律描述的对象是点电荷之间的作用,因此点电荷是前提,所谓的“库仑定律比高斯定理包含更多的信息”其实是来自点电荷的模型而非实验。

由此可见,两点电荷间作用力沿连线方向,或者说点电荷的场沿径向都是对称性原理的结果。而静电场的环路定理即静电场的无旋性,则是电力沿径向的必然结果。因此,静电场的高斯定律与库仑定律的实质都是电力与距离平方成反比,两者是等价的。电力沿径向以及由此得到的环路定理都是点电荷模型及空间各向同性的必然结果。

三、形成不同观点的根本原因

如果将两点电荷间作用力沿连线方向作为库仑的实验结果而纳入库仑定律,自然会得到高斯定理加对称性原理等于库仑定律的结论,那么,高斯定理就与库仑定律不等价。

如果认为点电荷间作用力沿连线方向是对称性原理的结果,那么库仑定律和高斯定律的实质都是

电力大小与距离平方成反比,二者等价。

综上所述,两种不同观点的根本原因在于,把由对称性得到的结论或者说将对称性原理本身置于不同的地位、不同的层次。第一种观点将其作为库仑定律的一部分,而第二种观点则将其置于库仑定律以及高斯定律之上,认为它是更高层次的法则,库仑定律与高斯定律都应该遵循它,而不可能包含它。

赵凯华先生指出,自然界的规律是分层次的,正像一个国家,宪法是最高层次的法律;下面每个部门可以有自己的具体法规,但不能与宪法相悖,不应与上一层次的法规相抵触。物理学家孜孜以求的,主要是那些适用性更广泛的基本规律,如牛顿定律、麦克斯韦方程组等,而凌驾于这些基本规律之上的,还有更高层次的法则,对称性原理就是如此。因此,对称性原理是凌驾于库仑定律和高斯定律之上的,是更高层次的法则,它规定了库仑定律中的力只能取连线方向,把此结论纳入库仑实验的结果是不合适的。因此,第二种观点更为恰当、更体现本质。

(安徽省合肥工业大学理学院 230009)

现代物理知识