



# 急动度概念在混沌理论中的新应用

冯贝叶(H. C. von Baeyer) 著

徐学翔 黄沛天 马善钧 编译 余守宪 校

在物理学术语中, 急动度(jerk) 是最丑陋的单词之一, 斯勒格(slug) 和磅达(pounda) (分别为质量和力的单位) 等一样丑陋的单词, 已被废弃了。其他的, 包括不恰当的新词, 如超电子(selectron)、胶微子(gluino) 和 W 微子(wino) 等一些猜测中的、至今未发现的基本粒子, 或许不会变成常用词汇。但是急动度既未被废弃, 又不是假想的词汇, 很早以前就已用于科学领域。而且目前这一概念已经与理论物理的一些热点问题联系起来。假如因为名称古怪而遭废弃, 那将是一件憾事。《一些简单的混沌急动度函数》和《非线性动力学模型和猝变运动》(两篇都发表在 1997 年第 6 期《美国物理杂志》上) 这样的标题有趣的文章不仅相当重要, 而且生动地说明了科学研究从传统力学到新科学的革命。这种新科学不是仅仅狭隘地与实体运动相关联, 而是与各种变革有关。

## 作为运动学量的急动度

急动度是关于一种特殊运动的力学术语, 即加速度随时间的变化率。这个概念源于伽利略思想。高中物理描述质点运动的主要变量是位置, 通常用  $x$  表示, 从一个已知的定点到研究点的距离用米为单位来量度。在伽利略和牛顿力学中, 位置的几个导出量可以更加精细地描述质点的运动状态。第一个导出量是速度或  $v$ , 定义为位置对时间的变化率, 以  $m/s$  为单位来量度。第二个导出量是加速度或  $a$ , 俗称“加快”, 定义为速度对时间的变化率。加速度用  $m/s^2$  为单位来量度(重力使落体每经过 1 秒, 速度增加  $9.8m/s$ ; 这也说明为什么用麻烦的单位来量度加速度)。急动度或  $j$  是第三个位置导出量, 用来描述加速度本身的变化方式; 是用更笨拙的  $m/s^3$  为单位。借助  $x$ 、 $v$ 、 $a$  和  $j$  这几个量, 科技人员可以将人们日常生活中遇到的大部分运动进行分类。

速度和加速度主要是对运动进行研究, 但急动度的概念与速度和加速度不同, 它在中学和大学的力学课程中都不讲授。早先, 只用位置和速度描述运动, 物理学无法正确解释像苹果落地这样的简单

现象。伽利略意识到速度的变化——加速度, 远比单独的速率重要。把加速度作为力学的重要概念, 为牛顿的著名公式  $F=ma$  铺平了道路。在这个小小的方程中, 质量  $m$  反映质点的内在属性, 而  $F$  是与质点无关的外力, 所产生的运动用加速度  $a$  来描述。牛顿力学被证明是如此的成功, 似乎再也没必要从合乎逻辑的  $x$ 、 $v$  和  $a$  系列再引申出别的量。

事实上, 第一次毫不含糊地把急动度定义为加速度的变化率, 不是因为物理学, 而是因为生理学。很早以前, 人们已经知道, 速度和加速度对物体的影响明显不同。恒定速度, 即使是高速, 对物体也没有影响。飞机上的乘客, 说喷气机以每小时 500 英里(约 800 千米) 的速度运动, 唯一的感受方式是向窗外观看不断掠过的地面景物。但是如果飞机加速, 机上的每个人, 包括飞行员和乘客, 都会突然向后仰。换句话说, 速度看得见, 加速度则能感觉到。1928 年, 工程师麦桥(P. Melchior) 注意到, 根据牛顿公式  $F=ma$ , 一个恒定的加速度, 表明物体受到了一个稳恒力。但是如果这个力突然改变, 人们将感到不舒服, 甚至是疼痛。当一辆小车尾部遭受撞击时, 加速度会突然改变, 小车具有急动度。汽车工程师用急动度作为评判乘客不舒适程度的指标: 按照这一指标, 具有恒定加速度和零急动度的人体, 感觉最舒适。在竞技举重中, 举重运动员进行所有挺举(即让杠铃举过头顶) 时都有急动度。当轮船到达溪谷, 突然减速时, 轮船有急动度, 因为轮船加速度的大小和方向都要改变。总之, 你可以测量位置、看见速度、感觉加速度, 厌恶急动度。

## 急动度概念的泛化

评判雇员财力的首要变量是财富或资金, 用  $x$  来表示。财富的增长率称为工资(美元/小时) 或薪水(美元/年)。假设这个增长率称为  $v$ 。描述劳动者财政福利的一个重要量是涨度  $a$ , 用美元每小时每年或美元每年每年计量。只要  $a$  是恒定的——比如说, 每年工资或薪水的涨度为 3%——完全正常。但是假如定期的涨度突然为零, 或是负的涨度,

员工可能不会安心工作(当然,为召集特别的庆典而消费,突然出现负的涨度将是破坏性的)。涨度的变化类似于急动度,因此也用  $j$  表示。这样,  $x$ 、 $v$ 、 $a$  和  $j$  (分别为资金、工资、涨度、急动度) 这些量可以如实地描绘一个人的财政状况。

在一定情况下,由急动度引起的运动是无序的,物理学家称之为混沌。近些年来,混沌被十分细致地研究着。某种机制的结果表明,系统未来的运动高度依赖于初始状态。考虑一个弹子,受各种力的推拉,沿着崎岖不平的槽运动。这些力包括重力、空气阻力和与槽表面的摩擦力,悬挂于槽上的桨轮的推动力,以及其他可以想象到的力。假设在槽内某点,以适当的初始速度释放弹子,比如说 5 秒后,弹子运动到其他位置,且具有不同速度。接下来,稍微改变一点点初始位置和速度,5 秒后再观察弹子位置和速度,如果结果与前者很接近,那么这种运动是有序的、无混沌的。然而,若两次结果相去甚远,以致无法看出明显关系,运动对初始条件非常敏感,那么这种运动就是混沌的。混沌运动原则上可以预报,但实际上无法计算,最终结果可能是无法预知的巨大变化。

为了可靠地了解系统的行为,必须用难以达到的精度确定初始条件和中途的位置和速度。滚轮内钢珠的运动路径就是混沌的,明天的天气也是混沌的。现代混沌理论的研究者把大量精力和智慧倾注于区分哪些力导致混沌,哪些力不导致混沌。例如事实证明,槽中运动的弹子,仅受重力作用,不管槽有多崎岖不平,都无法产生混沌。但是,许多其他力却可以。

1987 年的最畅销书——格莱克(J. Gleick)的《混沌》,记述了新科学的诞生,文章由蝴蝶效应(混沌行为的原型)作为故事的开头。1960 年,美国麻省理工学院的气象学家劳伦兹(E. N. Lorenz)建立了一个模拟天气变化的裸模型。在组成现代真实模型的大量数据处理中,他的玩具模型最终仅用 3 个变量,和其他相当简单的公式联系在一起。令劳伦兹惊奇的是,这些看上去挺单纯的方程的解显示其对初始条件相当敏感。当他在抽象的三维空间绘制变量随时间演化的图形时,发现了神秘的图像——看上去像一只蝴蝶的翅膀。在格莱克的书中,这个图像被放在一系列彩色图片的最前面。顺便提一下,蝴蝶效应这个术语,也用来传递这样一个思想:

因为天气是混沌的,如格莱克在书中所说的蝴蝶效应,“今天在北京有一只蝴蝶煽动翅膀,就可能引起下个月纽约一场风暴的效应”。

劳伦兹发现蝴蝶效应已有 35 年,它的物理实质也被深入理解,但仍然还有很多问题需要了解。为提取更详细的模型本质,劳伦兹的 3 个方程被试着简化成含有急动度的方程。1996 年,澳大利亚格里菲大学的物理学家哥特里卜(H. P. Gottlieb)提出这样的问题:“什么是给出混沌的最简单的急动度函数?”这类问题(清新、重要、而又可能被求解的问题)鼓舞了物理学家和数学家,1997 年 6 月,德国奥格斯堡大学的物理学家林兹(S. J. Linz)做出了回应。他在论文《非线性动力学模型和猝变运动》中,通过一系列数学步骤,将劳伦兹的三变量模型重构成单变量方程,这个变量  $x$  (普通的未知数)是随时间变化的。令人惊讶的是,方程不仅含有  $v$ 、 $a$  项,甚至还含有  $a$  的变化率。著名的术语——蝴蝶效应至少在劳伦兹的感觉上经过特殊的变形后,成为类似于一维的猝变运动(即用一个自变量的三阶微分方程描写的运动)。威斯康星大学的物理学家斯普若特(J. C. Sprott)也在标题醒目的《一些简单的混沌急动度函数》一文中发现了哥特里卜的问题。但斯普若特采取了不同的处理方法:通过计算机研究  $x$ 、 $v$ 、 $a$  和  $j$  的百万次组合,挑出认为较简单的方程。他发现这类方程中的  $j + 2.05a - v^2 + x = 0$  中,一旦神秘因子 2.05 变化的误差范围小到 2%,混沌就消失了。

### 人类智慧的升华

斯普若特的计算机研究,有力地证明了传统牛顿力学与现代动力学的区别。20 世纪 60 年代,当我还是一个研究生时,物理学的各个分支都是根据牛顿所建立的模式来讲授。从一些基本的方程(牛顿运动定律、麦克斯韦的 4 个电磁学方程、流体定律、量子力学薛定谔方程)出发,定律都是凭直觉经过多次尝试才成功发现的。接下来就是求解方程,寻找适合特定物理条件的表达式。就广泛意义来说,这个物理学方法论使用时间长达 3 个世纪。另一方面,斯普若特从反方向进行物理研究。他首先要知道解是混沌的,然后再寻找描写它们的方程。他的成功例子,一般包括不比含  $x$ 、 $v$ 、 $a$  和  $j$  四个简单术语更多的各种组合,可以没有牛顿公式  $F = ma$  这种基本情况。它们更像劳伦兹所研究的简化模

型,虽然它们有重要区别。正如劳伦兹的天气模型那样,斯普若特方程甚至与具体现象没有丝毫联系,眼下它们也是为模拟寻找某种模型——只是为物理学领域提供了各种可能的选择。

但是,斯普若特的方法并不只是空洞的数学演算。更确切地说,证明物理科学的抽象化达到了一个新的高度。在现代物理学诞生以前,大约1600年,运动的研究集中于物体(比如行星、下落的雨滴或炮弹)的实际路径特征。例如火星轨道,最初用圆来描述,接着又认为是小圆绕着大圆旋转,最后认为是椭圆。牛顿放弃绘制轨道方法,偏爱解数学方程——支配物理学达3个世纪的一种抽象的研究方式。现代动力学(包括力学,但又超越力学)与方程的一般属性相关,没有强调方程是在某些基本意义上的“真实”。物理学家发现世界的复杂性竟如此难以置信——有确切解的方程非常稀罕,以致他们开始想到“模拟”自然,目的是再现一般的定性趋势,比如有序性或混沌,而不是实际运动的精确细节。

物理学原来研究热点的降温,并不意味着理解自然的雄心减弱。相反,它反映了向一种更宽泛的世界观的回归。亚里士多德认为,“运动”这个词意味着万物变化——从水果成熟、潮水涨落到生老病死。正是牛顿在描述位置变化中的成功,才使力学专注于运动。最后,便集中赋予“运动”术语的现行含义。斯普若特构造的各种模型用于描述力的影响下的系统演化:沙堆斜面崩落的形成、股票市场的急剧涨落、城市的交通模型,这些影响系统的力只有部分被理解。现代动力学,可以根据严格的数学方程,力求寻找发现各种现象之间的关系。在这个抽象的更高层次上,动力学已经指向经典的亚里士多德的终极目标——企图理解万物变化。在混沌科学中,运用猝变运动的斯普若特分析法只是第一步,这只是更艰巨的事业中的一部分。与此同时,自然界各种模式的研究指引着寻找方程解的模式,这些方程解的模式最终会使人理解方程的内在本质。已故物理学家费恩曼(R. Feynman)以他惯常的看法提出:下一个伟大的人类智慧觉醒的年代将可能产生一种理解方程“质的”内容的方法;现今我们不能看到薛定谔方程是包含或是不包含对青蛙、音乐作曲家或伦理学之类问题的描写;我们不能说在它之外需要不需要上帝;并且不管怎么说,我们完全可以坚持独立的见解。

在这种启示下,急动度概念的历史,即牛顿方程“质的”内容的戏剧性变化——就像被人遗弃的“破布”变成了受人追捧的“财宝”:急动度从开始时的倍受冷落和模糊荒谬的术语,到在人类智慧的升华中赢得一个受到尊重的位置。

(本文译自 *The Sciences*, 1998, 38(1), 12~14; 徐学翔、黄沛天、马善钧, 南昌市江西师范大学物理与通信电子学院 330022; 余守宪, 北京交通大学理学院 100044)

## 科苑快讯

### 致癌的镉

冶炼锌,可能会使镉元素泄漏到周围的环境中,镉是一种常见的工业污染物。据发表在《柳叶刀肿瘤学》(*Lancet Oncology*)杂志上的一篇研究论文,生活在含镉的环境中会增加患癌症的风险。比利时东北部有3个锌冶炼厂,研究者登记调查了其中一个冶炼厂附近的521位居民,并与473位其他地区的居民做了对照。他们发现,冶炼厂附近居民患肺癌的风险比其他地区居民高出3倍。研究结果还表明,泌尿系统中镉含量加倍,会使患各种癌症的风险增加30%、患肺癌的风险增加70%。国际癌症研究机构(International Agency on Cancer Research)最近已将镉列为致癌物。

(高凌云编译自 *Environmental Science & Technology*, 2006年第6期)

### 微类星体发出极高能伽马射线喷流

微类星体是具有两股相似射电喷流的双星系统,它们与类星体的射电喷流类似,只是规模要小一些。喷流的射线来源于强磁场中以相对论速度运动的粒子,不过目前对这些喷流的成分却知之甚少。西班牙、德国、意大利、阿根廷、芬兰、瑞典、英国和亚美尼亚的几位科学家在《科学》杂志上介绍,他们用MAGIC望远镜(Major Atmospheric Gamma-ray Imaging Cherenkov telescope)观察了从微类星体发出的高能伽马射线(大于100GeV)每月变化情况。对比伽马射线与无线电波、X射线的变化状态表明,伽马射线峰值的出现时间不是在两颗星距离最近的时候,这说明喷发过程中两颗星的轨道被巨大作用力所调节。进一步的分析表明这是轻子转化的过程,而不是重子转化的过程。

(高凌云译自 *Science*, 2006年6月23日号)