

棒球棒上的“甜点”

徐高峰 金芳洲



棒球是一项世界性的体育项目，其高度的观赏性和竞技性令世人为之倾倒。同时棒球运动中还有一种有趣的现象——“甜点”效应。棒球击球手们通常会有这样的体会，当球撞击在棒球棒上一个特定的小区域时，击球效果最好，球飞得又快又远。棒球运动员们亲切地把这个小区域叫做“甜点”，也就是最佳击球点，在“甜点”上击球效果最佳的现象就是“甜点”效应。控制击球点在最佳击球点附近是棒球击球手的一项极为重要的技术。为什么会存在这样的现象，“甜点”又在球棒上的哪个位置呢？下面就用一个简单的物理模型来解释这个有趣的现象。

首先，给“甜点”下一个明确的物理定义。“甜点”是棒球棒上一个特殊的点，当碰撞前球和球棒的速度一定时，在这个点上击球，球弹出去的速度最大。

然后，忽略一些次要因素，建立起球与球棒碰撞的物理模型。球与棒碰撞时，球的速度通常很大，可以达到几十米每秒；碰撞时间极短，通常小于 1 毫秒。可以想象碰撞是非常激烈的，打出全垒打时，全场球迷都可以听到那清脆悦耳的撞击声。事实上，碰撞过程中球与棒之间的作用力可达上万牛顿，在这样大的力作用下球会发生显著的形变，球内部的挤压和摩擦消耗大量的能量，把球与棒的动能转化为热能。而球棒则较为坚硬，形变很小。这样，就可以作出模型假设：球棒是一个刚体，在碰撞过程中不发生形变；球视为一个弹性体，然而内部有摩擦；球与棒的碰撞是非弹性碰撞；由于碰撞时间很短，手握棒的力相对于撞击力很小，比撞击力小 3 个数量级，予以忽略。所以，碰撞过程可视为一个绕轴转动的自由刚体棒与球发生的非弹性碰撞。为使求解更方便，不妨设碰撞发生在水平面内，而且碰撞前球的速度恰好垂直于棒。这就是球与球棒碰撞的简化物理模型，如图 1 所示。

接下来，利用力学规律给出碰撞方程并求解。下面的处理方法参考了美国学者 H.Brody 的工作。

由于球与球棒碰撞作用时间极短，作用力很大，所以碰撞过程中球与棒组成的系统服从动量守恒定律和角动量守恒定律。为方便起见，以球棒质心的碰前速度为参照建立参考系；并作正负号约定：绕质心顺时针旋转为转动

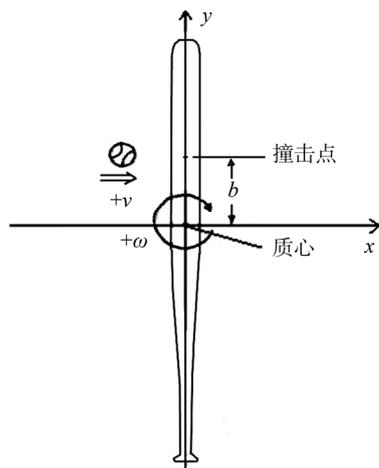


图 1 球与球棒碰撞模型示意图

动的正向，以球的初速度为平动的正向，如图 1 所示。设球的质量为 m ，碰撞前速度为 v_i ，碰撞后速度为 v_f 。球棒的质量为 M ，对质心的转动惯量为 I ，质心的碰前速度为参考值零，碰后速度为 V_f ，球棒相对质心转动的碰前角速度为 ω_i ，碰后角速度为 ω_f 。可以得到下面两个方程：

$$m \cdot v_i = m \cdot v_f + M \cdot V_f, \quad (1)$$

$$b \cdot m \cdot v_i + I \cdot \omega_i = b \cdot m \cdot v_f + I \cdot \omega_f. \quad (2)$$

为定量描述球的非弹性属性，也就是球在碰撞过程中消耗动能产生热能的大小，需要使用恢复系数这一物理量。两个物体碰撞的恢复系数定义为：

$$\text{恢复系数} = \frac{\text{碰撞后的相对远离速度}}{\text{碰撞前的相对接近速度}},$$

恢复系数是一个 0 到 1 之间的数，它反映了碰撞物体的弹性性质的好差。弹性越好，碰撞过程中的热损耗就越小，恢复系数就越大。例如理想弹性体发生完全弹性碰撞，恢复系数等于 1。设球的恢复系数为 e ，在球与棒碰撞过程中，按照恢复系数的定义有：

$$e = \frac{V_f + \omega_f \cdot b - v_f}{v_i - \omega_i \cdot b}. \quad (3)$$

求解这三个方程，就可以得出球弹出时的速度：

$$V_f = v_i - \frac{(1+e) \cdot (v_i - \omega_i \cdot b)}{1 + m/M + (m \cdot b^2 / I)}. \quad (4)$$

观察这个表达式，可以看出球的碰后速度是撞击点到球棒质心的距离 b 的函数，也就是说在其他条件一定的情况下，球的碰后速度由撞击点的位置决定。而且由函数形式可以看出 v_f 有一个极大值点，这个点就是我们所要寻找的“甜点”。将 v_f 对 b 求导，再令 $\frac{dv_f}{db}=0$ ，就能得到球的弹出速度 v_f 的最大值点也就是“甜点”的位置。最终得出“甜点”到球棒质心的距离：

$$b = \frac{v_i}{\omega_i} + \sqrt{\left(\frac{v_i}{\omega_i}\right)^2 + I \frac{m+M}{m \cdot M}} \quad (5)$$

所以，“甜点”位置不仅取决于球和球棒本身的性质，还与碰撞时球与棒的速度比有关。为了获得一个直观的认识，下面给出棒球与棒球棒的实际参数，看看“甜点”的位置大致在什么地方，同时比较球与棒的不同速度比对“甜点”位置的影响。表 1 是相关物理量的实际值。

表 1

物理量	量值	单位
球的质量 m	0.15	kg
球棒的质量 M	0.84	kg
球棒的转动惯量 I	0.047	kg·m ²
球棒的长度	0.8	m

根据公式 (5) 作出了球棒的碰前角速度恒为 -15rad/s (球棒对质心做逆时针转动) 时，“甜点”位置随棒球的碰前速度的变化关系曲线，并在纵轴上作出棒球球棒的简图以便对照，如图 2 所示。

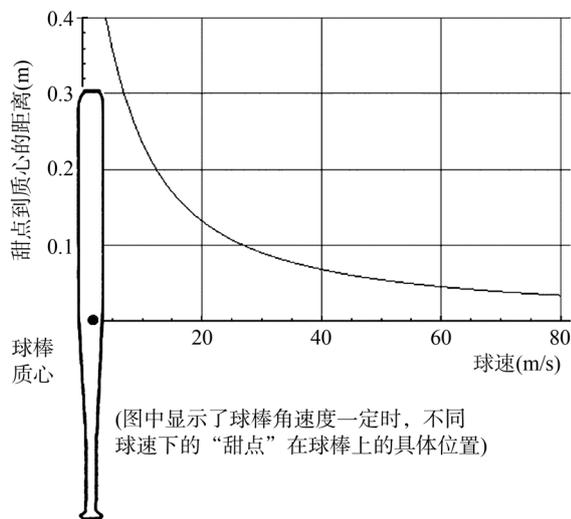


图 2 不同球速对应的甜点位置直观图

观察图 2 可知，球速越大，“甜点”到质心距离就越小。由此，在理论上建议击球手在击球时，应根据球速来选定击球点的位置。当球速较大时，应将击球点控制在更靠近质心的位置；而当球速较小时，则应使击球点落在距质心较远的位置，以获得最佳的打击效果。

通过上述物理模型及计算，我们得出结论：球棒打击迎面飞来的棒球时，必然存在一个特殊点，在这个点上撞击时球被击出去的速度是最大的，这就是“甜点”。“甜点”的位置不仅与棒球和棒球棒的本身性质参数有关，还与碰撞时棒球与球棒转动的速度比有关，其规律为球速与球棒转速的速度比越大，“甜点”就越靠近质心。事实上，由于上述论证过程不涉及相撞的物体具体形状，因此这个结论对任何的长条形转动物体与非转动物体发生碰撞的情形都是适用的。以上模型的结果与实验大体上是一致的。另外，一些有经验的击球手也表示，当球飞过来的速度比较大时，如果作适当调整使撞击点落在距质心较远的位置，击球效果会更好，球飞出去的距离比较远。更加精细的模型要求将球棒的振动考虑在内，但这涉及求解球棒的波动方程，问题就变得十分复杂了。目前这方面的研究正在进行，尚未取得公认的解决方法。

这样，我们通过忽略次要因素，得到了球与球棒碰撞过程的一个简化的物理模型，由此解释了“甜点”效应，并给出了“甜点”位置的一般表达式。最后，利用这个表达式，对球员控制击球点的技术给出了一定的理论指导。

(西安西北大学物理系 710069)

