

# 巧妙估算，求解“不可能”问题

张涛 赵亚兵

费米是 1938 年诺贝尔物理学奖获得者，他不仅是一位天才的科学家，也是一位善于启发人的教育家。费米提出这样一种处理难题的思维方式：你听到一个问题，可你对问题的答案丝毫都不知道，你肯定会认为所提供的信息或已知条件太少了，因而无法解决它；但是这个问题被分解成几个次级问题，每个问题不用求教专家或书本都能解答时，你就接近于得到准确的答案了。这类处理问题的思维方式就是费米思维，这类问题就是费米问题，即在信息不完整的情况下，凭借对对象事物的深刻理解和洞察，科学地作出一些假设使得问题得以简化，复杂的程度得以降低，从而得到符合或接近实际的估计。

美国物理教师协会 (AAPT) 的会刊《物理教师》从 2007 年就开始开辟“费米问题”专栏，刊登问题面向全国征集答案。下面介绍其中的几个问题及其解答供大家参考。

问题 (1) 填满一间卧室大约需要多少粒爆米花？要是一座演讲厅呢？

这里我们需要估算两条信息：爆米花朵大小的平均值和卧室（演讲厅）大小的平均值。一般的玉米爆米花朵长约 1~2cm，体积大约为  $5\text{ cm}^3$ ，一般的卧室约 4 m 长 5 m 宽 2.5 m 高，也就是说卧室的容积为  $50\text{ m}^3$  或  $5 \times 10^7\text{ cm}^3$ ，这就意味着我们需要



$10^7$  粒爆米花来填充，如果你要是一秒数一个的话大约需要 4 个月才能数完。

演讲厅显然比卧室要大得多了，以容纳 100 人的演讲厅为例，座位间距约 1m，排间距约 1.5m，这样坐席区域的面积大约  $150\text{ m}^2$ ，总面积约  $200\text{ m}^2$ ，演讲厅的平均高度约 5m，这样就得到它的容积约  $1000\text{ m}^3$  或  $10^9\text{ cm}^3$ 。因此演讲厅的容

积是卧室的 20 倍，可以容纳  $2 \times 10^8$  粒爆米花，和美国的人口数差不多！

问题 (2) 加菲猫在一个月內脱落的毛的总长度会是多少呢？

当然，即使你对加菲猫很友好也不要指望它能来帮助你。

我们可以假设在正常情况下，猫毛生长的总长度等于脱落的总长度（这个结果当然应该是受季节影响，但是应该可以达到一年内的平均水平）。这样就需要估算一下加菲猫毛的总数量和猫毛生长的速度。猫毛的总数量应为猫毛的面密度乘以猫咪的表面积，而猫毛的面密度则等于猫毛线密度的平方。还是依照惯例，我们限定上下边界后取其几何平均值，猫毛的线密度应该是每毫米多于 1 根少于 10 根，取其几何平均值为 3 根每毫米，这样我们就得到了猫毛的面密度为 10 根每平方毫米或者是 1000 根每平方厘米。



按题意，第  $N$  滴带电液滴会在下落到离 A 板距离为  $H$  ( $H < d_1$ ) 时，速度为零，此时液滴所在位置的电势为

$$U'_H = \frac{H}{d_1} U', \quad (10)$$

由能量守恒得

$$qU'_H = mg(h+H). \quad (11)$$

由 (1) (2) (4) (5) (9) (10) 式得

$$H = \frac{mghS(1+d_1/d_2)}{4\pi kq^2(N-1) - mgS(1+d_1/d_2)}. \quad (12)$$

评分参考：本题 14 分。(3) 式 2 分，(4) (5) (6) (7) 式各 1 分，(8) 式 3 分，(9) 式 1 分，(11) (12) 式各 2 分。

(程嗣，北京教育学院东城分院物理室 100009；程首宪，湖北省宜昌市三峡高中物理组)

现在把猫咪看成是长约 50 厘米的圆柱体(这并不需要征得加菲猫的同意),其直径约为 15 厘米(为了便于计算,半径取 8 厘米), $\pi$ 的值近似取为 3,则这意味着猫咪的表面积为:

$$A=2\pi rL=6\times 8\times 50=3\times 10^3\text{cm}^2.$$

(这里加菲猫早就已经宣布它就可以代表所有的猫咪了。)于是得到猫毛的总数量为:

$$N=1000\times 3\times 1000=3000000=3\times 10^6\text{根}.$$

当然也可以通过另外的方法,如果你记得人的头发大约有  $8\times 10^4$  根,考虑到需要乘以 3 到 5 倍的相对表面积和乘以 3 到 6 倍的相对面密度,可以得到猫毛的数量约为  $10^6$  根。

这个结论和前面的估算结果是比较接近的。

现在我们来估算一下每根毛发的生长速度。这里至少可以有两种方法,你应该记得宠物理发师多久就给猫咪理一次发,或者直接使用人的头发的生长速度。人的头发每月大约生长 1 到 2 厘米,假定猫咪的毛发以同样的速度生长,则猫毛每月生长的总长度约为  $3\times 10^6$  厘米,约合每月 30 千米长。

好了加菲,现在去找找我们的扫帚在哪里吧!

问题(3) 小布什政府在 2008 年秋季提出的一揽子财政救助计划金额高达 7000 亿。如果这些钱以黄金形式发放,则需要的黄金约有多重?如果把把这些黄金做成一个大金球它的半径将是几米?

首先要估算一下黄金的价格,使用现在的黄金

价格是不合适的,在过去的几十年里,黄金的价格波动在 100 美元每盎司(金衡制)到 1000 美元每盎司之间,如果我们取其几何平均值 300 美元每盎司,则需要  $2\times 10^9$  盎司或  $6\times 10^{10}$  克(30 克每盎司)。(需要注意的是金衡制的 1 盎司比常衡制的 1 盎司重约 10%,因为常衡制中 1 盎司=28.350 克,16 盎司为 1 磅,而金衡制中 1 盎司=31.1035 克,1 金衡磅只有 12 盎司,也就是说 1 盎司黄金重于 1 盎司羽毛,但 1 磅羽毛却重于 1 磅黄金!有意思吧?)

这些黄金的质量为  $6\times 10^7$  千克或  $6\times 10^4$  吨,数量如此巨大携带非常困难啊!其实即使是 1 000 亿美元的零头也是多得不得了。

为了得到这些黄金的体积,我们首先要估算(或直接由 Google 得到)其密度。黄金的密度要比水的密度大的多(大于水密度的 1 倍小于水密度的 100 倍),取其值为 10 克每立方厘米(真实数值是 19.3 克每立方厘米)。于是价值 7000 亿美元的黄金体积为  $6\times 10^9$  立方厘米或  $6\times 10^3$  立方米(或者是  $3\times 10^3$  立方米,如果使用正确的密度),由于  $V=(4/3)\pi r^3$ ,所以  $r=\sqrt[3]{V/4}=10\text{m}$ 。

也就是说这个价值 7000 亿美元的大金球的半径是 10 米长,有 20 米高,这大约是六层楼的高度!按照维基百科的说法,这将是迄今为止人们开采的黄金总量的 20%~30%!

(山东省邹平第一中学 256200)



## 科苑快讯

### 最新研究认为月球无水

根据美国新墨西哥大学(University of New Mexico)夏普(Zachary Sharp)博士研究小组对月岩标本的最新研究,月球其实是一个无水的世界,他们已将论文发表于 8 月 6 日的《科学快讯》(Science Express)。

他们利用气体源质谱仪测量月岩中的氯同位素组成,以检测其中的含水量,并同时选取地球岩石以及陨石等多个样本与之比较。氯是一种亲水元素,可以作为及其敏感的氢含量水平指示剂。测量结果表明,月岩所含的氯同位素范围要比在地球和其他陨石中的氯同位素高出 25 倍。如果月岩最初的氢含量与那些地球岩石些许相似的话,那么就不可能有如此多的氯同位素,他们估计月球的含水量仅为地球的  $1/104\sim 1/105$ 。

不过对于他们的研究结果,不少同行仍有质疑,认为还需更多检测才能确定。夏普小组计划以同样技术检测火星内部含水量。



从月球远观地球

(高凌云编译自 2010 年 8 月 6 日澳大利亚广播公司科技新闻)