

“顶”风帆船的动力之源

俞仁春

顺风扬帆、乘风破浪,风对船帆的压力是推动帆船前进的动力。可是,如果遇上了逆风,帆船还能依靠风的力量前进吗?帆船能不能“顶”风破浪呢?回答是肯定的。加拿大帆船运动员普林斯就是“顶”风破浪的高手,在狂风暴雨的恶劣天气中,他硬是驾驶着心爱的轻便小帆船,“顶”狂风、破恶浪,创造出平均速度为每小时 225 千米的好成绩。

逆风帆船前进的动力

帆船怎样在逆风中获得动力呢?如图 1 所示,先让我们来做一个小实验。把一个三角板放在光滑的水平面上(或在三角板下垂直放几只圆柱形的铅笔),用两个指头轻轻地扶住三角板(注意不要用力),用另一只手的指头向前去推三角板,如图 1 中的 F 所示,力 F 会对三角板的斜面产生一个压力作用,如图 2 所示的分力 F' ,分力 F' 又会产生一个向后推的分力 F_1 ,正是这个分力推动三角板向后运动,手指头向前推,而三角板却往后退。

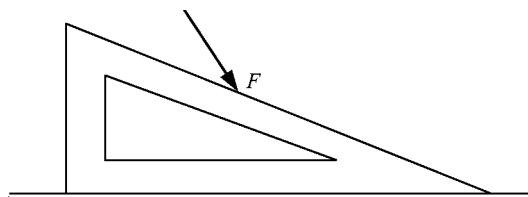


图 1

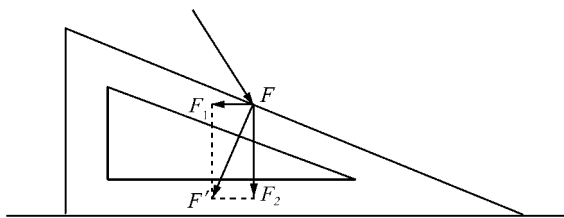


图 2

帆船遇到逆风的时候,它的受力情况同上面小实验中的三角板非常相似,只要操纵得当就能从逆风中获得前进的动力,“顶”风破浪,照样能高速前进。在逆风中行船,关键在于随时随地都要有效地控制好船身、巧妙地使用风帆,避免让风垂直地吹向帆面。如果有一股强劲的顶头风从正前方吹来,我们就要顺势将船头和帆面拨到两个不同的方向上,避免和逆风正向接触,让它斜向吹到风帆的一侧。利用风力的分力为船提供动力。



从图 3 可以清楚地看出帆船的动力来源。由于帆面比较光滑,风力 N 给帆面的作用与 N 的作用几乎相同,而 N 对船的作用又可分解为沿龙骨线方向的分力 N_1 和垂直于龙骨线方向的分力 N_2 。 N_1 作用推动帆船沿龙骨线向前运动。船体结构的因素造成水对船体横向(与龙骨线垂直的方向)的阻力 $f_{\text{水}}$ 较大;同时 $f_{\text{水}}$ 的大小还与船体的质量有关,质量越大, $f_{\text{水}}$ 也越大。 N_2 基本上与 $f_{\text{水}}$ 平衡,即使不能平衡,它们的合力造成的船体横向偏移也较小,可以忽略不计。

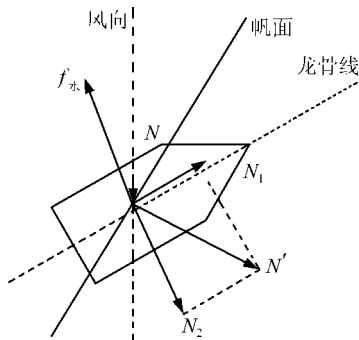


图 3

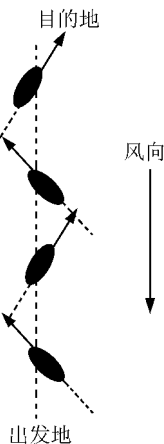


图 4

从以上分析可看出,“顶”风破浪的帆船,实际上并不是和风向在一条直线上面对面地蛮“顶”,而是偏过船头跟风的方向成一个锐角,巧妙地从逆风中获得前进的动力。当然,这样的“顶”风航行,船头会偏离原来的航向。如果一直朝一个方向行驶,船就不能到达目的地。实际上,逆风中的帆船一般总是 S 形迂回前进,如图 4 所示。当船偏左航行了一段路程后,再将船头和帆偏向右前方。这时风仍然斜吹到帆上,照样为帆船提供前进的动力。这样,帆船就沿 S 形路线“顶”风破浪,可顺利到达目的地。

如何从逆风中获得最大的动力

只要帆船的船头与逆风之间成锐角、帆面在风向与龙骨线之间,帆船就能从逆风中获得动力。但它们之间的角度多大,才能使帆船速度最快呢?

最速降线的挑战

吴佩莹

一、问题的起源与挑战的提出

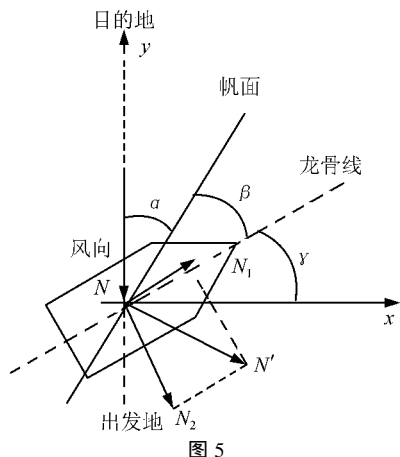
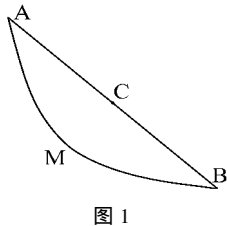
意大利科学家伽利略在 1630 年提出一个分析力学的基本问题:“一个质点在重力作用下,从一个给定点到不在它垂直下方的另一点,如果不计摩擦力,问沿什么曲线滑下所需时间最短”,这就是科学史上著名的最速降线问题的起源。8 年后,也就是 1638 年,伽利略经过仔细研究得出了一个答案,他在著作《论两种新科学》中认为此线是圆弧。尽管这个答案并不正确,但是却为问题的解决指明了方向。

1696 年 6 月,瑞士数学家、物理学家约翰·伯努利(Johann Bernoulli, 1667~1748)在《教师学报》(Acta Eruditorum)上再次就最速降线问题向全欧洲提出挑战。约翰提出的挑战很精彩,他设想有不同高度且不在垂直线上的两点 A 和 B,连接这两个点,可以做出无限多的不同曲线,从直线、弧线到其他任意曲线。现在设想有一个球沿着一条曲线从 A 点滚向较低的 B 点。当然,球滚完全程所需要的时间取决于曲线的形状。挑战是,找出一条曲线 AMB,使球沿这条曲线滚完全程所用的时间最短。他称这条曲线为“最速降线”(brachistochrone),由希腊语中的“最短”(brochistos)和“时间”(chronos)两个词合

成。为确保无人误解这道难题,约翰又重复了一遍:“在连接已知两点的无限多的曲线中……选择一条曲线,如果用一根细管或细槽代替这条曲线,把一个小球放入细管或细槽中,放手让它滚动,那么,小球将以最短的时间从一点滚向另一点”。

显然,人们的第一个猜想是连接 A、B 两点作直线 AB。但是,约翰对试图采用这一过于简单化的方法提出了警告:“……不要草率地作出判断,虽然直线 AB 的确是连接 A、B 两点的最短线路,但它却不是所用时间最短的路线。而曲线 AMB 则是大家所熟知的一条曲线。如果在年底之前还没有其他人能够发现这一曲线,我将公布这条曲线的名称”。

我们稍微分析一下,就可知直线 AB 并不是所用时间最短的路线。设 C 是 AB 的中点(图 1),且假定质点在 A 点的初速为零,由机械能守恒定律可知,质点速度与下降高度的平方根成正比,质点在沿直线滑行的过程中,将以较小的速度走完 AC、以较大的速度走完 CB 这两段相等的路程,这当然是不合算的。合理的安排是,在下降的初



从图 5 可知, N_1 在 y 轴上的分力 N_y 越大, 风就越快地推动帆船, 现分析如下。 $N \sin \alpha$, $N_1 = N \sin \beta$, $N_y = N \sin \gamma$, 所以 $N_y = N \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$ 。 N 由风决定, 在 $0 \sim \pi/2$ 之间, α , β , γ 越大, 则 N_y 越大; $\alpha + \beta + \gamma = \pi/2$ 时, $N_y = N \sin(\pi/2 - \beta - \gamma)$

$\sin \beta \sin \gamma$; 所以 N_y 的最大值为一个条件极大值问题。极大值在 $\partial N_y / \partial \alpha = \partial N_y / \partial \beta = 0$ 时, 可得

$$-N \sin(\beta + \gamma) \sin \beta \sin \gamma + N \cos(\beta + \gamma) \cos \beta \sin \gamma = 0, \quad (1)$$

$$-N \sin(\beta + \gamma) \sin \beta \sin \gamma + N \cos(\beta + \gamma) \sin \beta \cos \gamma = 0. \quad (2)$$

α 、 β 、 γ 在极大值时都不为 0, 否则 $N_y = N \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma = 0$ 。由 ① ② 两式可化为

$$-\sin(\beta + \gamma) \sin \beta + \cos(\beta + \gamma) \cos \beta = 0, \quad (3)$$

$$-\sin(\beta + \gamma) \sin \gamma + \cos(\beta + \gamma) \cos \gamma = 0. \quad (4)$$

由 ③ ④ 得 $\tan(\beta + \gamma) = \cot \beta = \cot \gamma$ 。故 $\beta = \gamma$, 代入 ③ 式得 $\sin 2\beta \sin \beta = \cos 2\beta \cos \beta$, $\tan 2\beta \tan \beta = 1$, 解得 $\tan^2 \beta = 1/3$, $\tan \beta = \sqrt{3}/3$, 故 $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 30^\circ$, $\alpha = 30^\circ$ 。

总之, 当 $\beta = \gamma = \alpha = 30^\circ$ 时, N_y 具有最大值, 即保持船头与逆风成 60° , 且帆面恰在船头和逆风的角平分线上, 帆船就能从逆风中获得最大动力, 从而最快到达目的地。(浙江义乌苏溪中学 322009)