

神奇的鞭鞘效应探秘

张怀华

舞鞭是一项神奇的民间体育项目,能强健体格,愉悦心情,祛病防身,深受广大人民群众喜爱(如图1)。舞鞭既有武术的功底,也有杂耍的敏捷,运动量大、技巧性高、爆发力强。舞者右手握鞭,手臂高扬于头上,手、臂、头、腰和腿随着鞭子的飞舞而自然扭动,自如随意,姿态优雅。长鞭如出海蛟龙,惊飞九天,在空中盘旋飞舞,突然长鞭反向回抽,有力地划出一道弦线,随后如爆竹般的声音就会在耳边炸响。一支柔软的鞭子怎么就能发出如此爆裂的声响呢?



图1 舞鞭

原来这是鞭鞘效应的缘故。在鞭子运动过程中,鞭鞘部分的运动速度大得惊人,甚至可以远远超过声音的传播速度。鞭鞘对空气的扰动以音速向四周传播。当鞭鞘以亚音速运动时,扰动传播速度比鞭鞘运动速度大,扰动无法集中,这时空气中的流速、温度、密度和压强等物理量的分布是连续的;当鞭鞘以超音速运动时,由于鞭鞘对空气剧烈压缩做功,使鞭鞘前面靠近鞭鞘的空气质量高于远离鞭鞘的空气质量,因为音速随着温度的升高而增大,所以靠近鞭鞘的波速大于远离鞭鞘的波速,致使靠近鞭鞘的波追上了远离鞭鞘的波,在扰动的波阵面前沿处堆积而叠加增强,结果就相当于鞭鞘前面的空气受到鞭鞘突跃式的压缩,形成集中的强烈扰动,称为冲击波。冲击波在空气中传播时,空气的流速、温度、密度和压强会发生突变,产生可闻的爆响。鉴于很多文献对这一问题的探讨,都是从微分方程出发,不便于中学师生的阅读和理解,本文将运用简单的高中物理学知识,对这一过程做定量分析。

假设鞭子是均质、不可伸长的软绳,线密度为

ρ 。鞭子在被甩开的初始时刻 t_0 , 折为 ABC 形状(图2)。

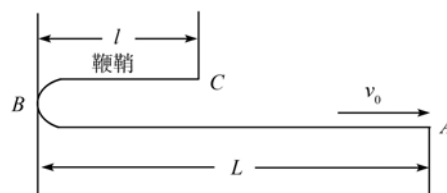


图2 鞭子示意图

鞭身长度为 L , 鞭鞘长度为 l , 在 AB 段, 其初速度向右, 大小为 v_0 , 在 BC 段, 其速度为零。

若鞭子甩开后某时刻 t , 鞭身的长度为 $L+l-l'$ 、速度大小为 v_1 、方向向右, 鞭鞘的长度为 l' 、速度大小为 v_2 、方向向左。以鞭子整体为研究对象, 忽略空气阻力和内部摩擦, 由机械能守恒定律可得

$$\frac{1}{2}L\rho v_0^2 = \frac{1}{2}(L+l-l')\rho v_1^2 + \frac{1}{2}l'\rho v_2^2, \quad (1)$$

由动量守恒定律可得

$$L\rho v_0 = (L+l-l')\rho v_1 - l'\rho v_2, \quad (2)$$

由(1)、(2)两式可得, 鞭鞘的速度为

$$v_2 = \frac{-L \pm \sqrt{(L+l)^2 - \frac{l}{l'}(L+l)}}{l+l} v_0, \quad (3)$$

考虑到鞭鞘速度的大小不能为负值, 则(3)式可写为

$$v_2 = \frac{-L + \sqrt{(L+l)^2 - \frac{l}{l'}(L+l)}}{l+l} v_0, \quad (4)$$

由(4)式可知, 当 $l' \rightarrow 0$ 时, $v_2 \rightarrow \infty$ 。

可见, 在一定的甩鞭速度下 ($v_0 > 0$), 当鞭子末端的长度 l' 逐渐趋近于 0 时, 鞭子末端的速度 v_2 将逐渐趋近于无穷大!

在实际情况下, 考虑到空气阻力作用和鞭子内部的摩擦损失, 鞭子末端的速度不可能达到无穷大, 但超过声速是轻而易举的。在甩鞭子时, 用力越大, 鞭身运动的速度越大, 超音速运动的鞭鞘就越长, 冲击波就越持久, 强度也就越大。鞭鞘末端速度在超过声速时能激发冲击波, 是甩鞭子能听到爆响的真正原因。

(河南省焦作市第十一中学 454000)