第 26 届全国中学生物理竞赛中的科学探究问题

丁庆红　王　岳　任秀丽

没有探究，就没有科学。科学探究，是指科学家在研究自然界的科学规律时所进行的科学研究活动。20 世纪 80 年代后，我国和一些发达国家将科学探究作为一种教学方法引入到教学过程中，让学生处于动态、开放、生动、多元的学习环境中，使学生通过类似科学家的探究过程理解科学概念和科学探究的本质，并培养科学探究能力，从而将学习重心从过分强调知识的传承和积累向知识的探索过程转化，使学生从被动接受知识向自主学习转化。

重视科学探究是我国新一轮基础教育改革的核心。科学探究的形式是多种多样的，有提出问题、猜想与假设、制定计划与设计实验、进行实验与收集证据、分析与论证、评估、交流与合作等几个要素。科学探究既是物理课程的重要内容，又是重要教学方式；既是学生学习的学习目标，又是物理学习的重要方法。

随着新课程改革的不断推进，科学探究的理念日益深入人心。我们发现不仅在近几年的高考物理试题中出现了大量的科学探究问题，而且物理竞赛也用越来越多的试题彰显科学探究的理念。

1. 实验误差分析类

“第 26 届全国中学生物理竞赛预赛试卷第 10 题”试分析下面两个实验操作中的误差（或失误）对实验结果的影响。

（i）用“插针法”测量玻璃的折射率时，要先将透明面平行的玻璃砖放置在铺平的白纸上，然后紧贴玻璃砖的两个透明面，分别画出两条直线，在实验中便以这两条直线间的距离作为透明面之间的距离。如果由于操作中的误差，使所画的两条直线间的距离大于玻璃砖两透明面间的实际距离，问这样测得的折射率与实际值相比，是偏大，偏小，还是相同？试给出简要论证。

（ii）在用单摆测量重力加速度 g 时，由于操作失误，致使摆球不在同一竖直平面内运动，而是在一个水平面内作圆周运动，如图 1 所示。这时如果测出摆球作这种运动的周期，仍用单摆的周期公式求出重力加速度，问这样求出的重力加速度与重力加速度的实际值相比，哪个大？试定量比较。

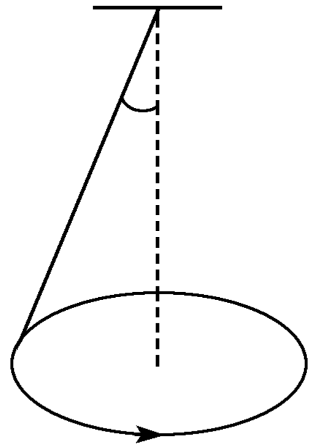

图 1

解析：（i）以两条实线代表在白纸上所画出的直线，以两条虚线代表玻璃砖的两个透明面，根据题意，实线间的距离大于虚线间的距离，如图 2 所示。根据实线位置定出的折射角为 γ，按实际的玻璃砖两透明面的位置即虚线定出的折射角为 γ'，由图知

$$\gamma>\gamma' \qquad (1)$$

由折射定律

$$\sin i=n\sin\gamma, \qquad (2)$$

令入射角 i 相等，当折射角偏大时，测出的折射率将偏小。

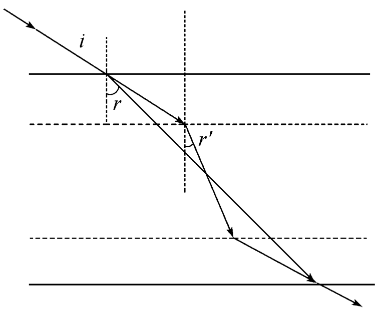

图 2

（ii）以 l 表示摆长，θ 表示摆线与竖直方向的夹角，m 表示摆球的质量，F 表示摆线对摆球的拉力，T 表示摆球作题图所示运动的周期。有

$$F\sin\theta = ml\sin\theta\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2, \qquad (3)$$

$$F\cos\theta = mg, \qquad (4)$$

由（3）、（4）式得

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\theta}{g}}。 \qquad (5)$$

而单摆的周期公式为 $T'=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$。即使在单摆实验中，摆角很小，$\theta<5^{\circ}$，但 $\cos\theta<1$，这表示对于同样的摆长 l，摆球在水平面内作圆周运动的周期 T 小于单摆运动的周期 T'，所以把较小的周期通过(4)式求出的重力加速度的数值将大于 g 的实际值。

2. 制订计划与设计实验类

“第 26 届全国中学生物理竞赛预赛试卷第 11 题”现有以下器材：电流表一只（量程适当，内阻可忽略不计，带有按钮开关 K_1，按下按钮，电流表与电路接通，有电流通过电流表，电流表显出一定的读数），阻值已知为 R 的固定电阻一个，阻值未知的待测电阻 R_x 一个，直流电源一个（电动势 ε 和内阻 r 待测），单刀双掷开关 K 一个，接线用的导线若干。

试设计一个实验电路，用它既能测量直流电源的电动势 ε 和内阻 r，又能测量待测电阻的阻值 R_x（注意：此电路接好后，在测量过程中不许再拆开，只许操作开关，读取数据）。具体要求：

（i）画出所设计的电路图；（ii）写出测量 ε、r 和 R_x 主要的实验步骤；（iii）导出用已知量和实验中测量出的量表示的 ε、r 和 R_x 的表达式。

解析：解法 1

(i)电路如图 3 所示，

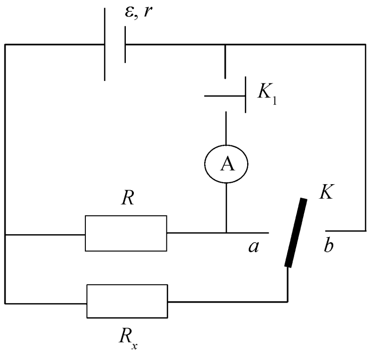

图 3

(ii) 实验步骤：

(1)将单向双掷开关 K 置于空位，按所设计的电路图接线；

(2)按下电流表上的按钮开关 K_1，读出电流表的示数 I_1；

(3)将 K 打向左侧与 a 接通，读出电流表的示数 I_2；

(4)将 K 打向右侧与 b 接通，读出电流表的示数 I_3。

(iii)由欧姆定律有

$$\varepsilon=I_1R+I_1r\,,\tag{1}$$

$$\varepsilon=I_2r+I_2\frac{RR_x}{R+R_x}\,,\tag{2}$$

$$I_3R=\left(\frac{\varepsilon}{\dfrac{RR_x}{R+R_x}+r}-I_3\right)R_x\,。\tag{3}$$

解以上三式得

$$\varepsilon=\frac{(I_2-I_3)I_1R}{I_2-I_1}\,,\tag{4}$$

$$r=\frac{(I_1-I_3)R}{I_2-I_1}\,,\tag{5}$$

$$R_x=\frac{I_3R}{I_2-I_3}\,。\tag{6}$$

解法 2

(i)电路如图 4 所示。

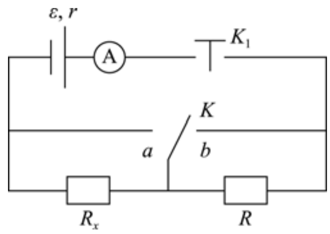

图 4

(ii)实验步骤：

(1)将单向双掷开关 K 置于空位，按所设计的电路图接线；

(2)按下电流表上的按钮开关 K_1，读出电流表的示数 I_1；

(3)将 K 打向左侧与 a 接通，读出电流表的示数 I_2；

(4)将 K 打向右侧与 b 接通，读出电流表的示数 I_3。

(iii)由欧姆定律有

$$\varepsilon=I_1(R+R_x+r)\,,\tag{1}$$

$$\varepsilon=I_2(R+r)\,,\tag{2}$$

$$\varepsilon=I_3(R_x+r)\,。\tag{3}$$

解以上三式得

$$\varepsilon=\frac{I_1I_3R}{I_3-I_1}\,,\tag{4}$$

$$r=\frac{I_1I_2+I_1I_3-I_2I_3}{I_2(I_3-I_1)}R\,,\tag{5}$$

$$R_x=\frac{I_3(I_2-I_1)}{I_2(I_3-I_1)}R\,。\tag{6}$$

3. 分析与论证类

“第 26 届全国中学生物理竞赛预赛试卷第 15 题”图 5 中 M_1 和 M_2 是绝热气缸中的两个活塞，用轻质刚性细杆连接，活塞与气缸壁的接触是光滑的、不漏气的，M_1 是导热的，M_2 是绝热的，且 M_2 的横截面积是 M_1 的 2 倍。M_1 把一定质量的气体封闭在气缸的 L_1 部分，M_1 和 M_2 把一定质量的气体封闭在气缸的 L_2 部分，M_2 的右侧为大气，大气的压强 P_0

是恒定的。K 是加热 L_2 中气体用的电热丝。初始时，两个活塞和气体都处在平衡状态，分别以 V_{10} 和 V_{20} 表示 L_1 和 L_2 中气体的体积。现通过 K 对气体缓慢加热一段时间后停止加热，让气体重新达到平衡态，这时，活塞未被气缸壁挡住。加热后与加热前比，L_1 和 L_2 中气体的压强是增大了、减小了还是未变？要求进行定量论证。

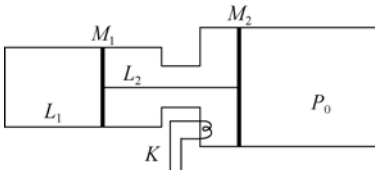

图 5

解析：解法 1

用 n_1 和 n_2 分别表示 L_1 和 L_2 中气体的摩尔数，P_1、P_2 和 V_1、V_2 分别表示 L_1 和 L_2 中气体处在平衡态时的压强和体积，T 表示气体的温度（因为 M_1 是导热的，两部分气体的温度相等），由理想气体状态方程有

$$p_1V_1=n_1RT, \tag{1}$$

$$P_2V_2=n_2RT。 \tag{2}$$

式中 R 为普适气体常量。若以两个活塞和轻杆构成的系统为研究对象，处在平衡状态时有

$$p_1S_1-p_2S_1+p_2S_2-p_0S_2=0。 \tag{3}$$

已知 $S_2=2S_1$， （4）

由（3）、（4）式得 $p_1+p_2=2p_0$。 （5）

由（1）、（2）、（5）三式得

$$p_1=\frac{2\dfrac{n_1}{n_2}p_0V_2}{V_1+\dfrac{n_1}{n_2}V_2}。 \tag{6}$$

若（6）式中的 V_1、V_2 是加热后 L_1 和 L_2 中气体的体积，则 p_1 就是加热后 L_1 中气体的压强。加热前 L_1 中气体的压强则为

$$p_{10}=\frac{2\dfrac{n_1}{n_2}p_0V_{20}}{V_{10}+\dfrac{n_1}{n_2}V_{20}}。 \tag{7}$$

设加热后，L_1 中气体体积的增加量为ΔV_1，L_2 中气体体积的增加量为ΔV_2，因连接两活塞的杆是刚性的，活塞 M_2 的横截面积是 M_1 的 2 倍，故有

$$\Delta V_1=\Delta V_2=\Delta V。 \tag{8}$$

加热后，L_1 和 L_2 中气体的体积都是增大的，即 $\Delta V>0$ [若$\Delta V<0$，即加热后，活塞是向左移动的，则大气将对封闭在气缸中的气体做功，电热丝又对气体加热，根据热力学第一定律，气体的内能增加，温度将上升，而体积是减小的，故 L_1 和 L_2 中气体的压强 p_1 和 p_2 都将增大，这违反力学平衡条件（5）式]。于是有

$$V_1=V_{10}+\Delta V, \tag{9}$$

$$V_2=V_{20}+\Delta V。 \tag{10}$$

由（6）、（7）、（9）、（10）四式得

$$p_1-p_{10}=\frac{2\dfrac{n_1}{n_2}p_0(V_{10}-V_{20})\Delta V}{[V_{10}+\Delta V+\dfrac{n_1}{n_2}(V_{20}+\Delta V)](V_{10}+\dfrac{n_1}{n_2}V_{20})}。 \tag{11}$$

由（11）式可知，若加热前 $V_{10}=V_{20}$，则 $p_1=p_{10}$，即加热后 p_1 不变，由（5）式知 p_2 亦不变；若加热前 $V_{10}<V_{20}$，则 $p_1<p_{10}$，即加热后 P_1 必减小，由（5）式知 P_2 必增大；若加热前 $V_{10}>V_{20}$，则 $p_1>p_{10}$，即加热后 p_1 必增大，由（5）式知 p_2 必减小。

解法 2

设加热前 L_1 和 L_2 中气体的压强和体积分别为 p_{10}、p_{20} 和 V_{10}、V_{20}，以 p_1、p_2 和 V_1、V_2 分别表示加热后 L_1 和 L_2 中气体的压强和体积，由于 M_1 是导热的，加热前 L_1 和 L_2 中气体的温度是相等的，设为 T_0，加热后 L_1 和 L_2 中气体的温度也相等，设为 T。因加热前、后两个活塞和轻杆构成的系统都处在力学平衡状态，注意到 $S_2=2S_1$，力学平衡条件分别为

$$p_{10}+p_{20}=2p_0, \tag{1}$$

$$p_1+p_2=2p_0。 \tag{2}$$

由（1）、（2）两式得

$$p_1-p_{10}=-(p_2-p_{20})。 \tag{3}$$

根据理想气体状态方程，对 L_1 中的气体有

$$\frac{p_1V_1}{p_{10}V_{10}}=\frac{T}{T_0}, \tag{4}$$

对 L_2 中的气体有

$$\frac{p_2V_2}{p_{20}V_{20}}=\frac{T}{T_0}。 \tag{5}$$

由（4）、（5）两式得

$$\frac{p_1V_1}{p_{10}V_{10}}=\frac{p_2V_2}{p_{20}V_{20}}。 \tag{6}$$

（6）式可改写成

$$\left(1+\frac{p_1-p_{10}}{p_{10}}\right)\left(1+\frac{V_1-V_{10}}{V_{10}}\right)=\left(1+\frac{p_2-p_{20}}{p_{20}}\right)\left(1+\frac{V_2-V_{20}}{V_{20}}\right) \tag{7}$$

因连接两活塞的杆是刚性的，活塞 M_2 的横截面积是 M_1 的 2 倍，故有

$$V_1-V_{10}=V_2-V_{20} \qquad (8)$$

把（3）、（8）式代入（7）式得

$$\left(1+\frac{p_1-p_{10}}{p_{10}}\right)\left(1+\frac{V_1-V_{10}}{V_{10}}\right)=\left(1-\frac{p_1-p_{10}}{p_{20}}\right)\left(1+\frac{V_1-V_{10}}{V_{20}}\right)。 \qquad (9)$$

若 $V_{10}=V_{20}$，则由（9）式得 $p_1=p_{10}$，即若加热前，L_1 中气体的体积等于 L_2 中气体的体积，则加热后 L_1 中气体的压强不变，由（2）式可知加热后 L_2 中气体的压强亦不变。

若 $V_{10}<V_{20}$，则由（9）式得 $p_1< p_{10}$，即若加热前，L_1 中气体的体积小于 L_2 中气体的体积，则加热后 L_1 中气体的压强必减小，由（2）式可知加热后 L_2 中气体的压强必增大。

若 $V_{10}>V_{20}$，则由（9）式得 $p_1> p_{10}$，即若加热前， L_1 中气体的体积大于 L_2 中气体的体积，则加热后 L_1 中气体的压强必增大，由（2）式可知加热后 L_2 中气体的压强必减小。

“第 26 届全国中学生物理竞赛预赛试卷第 16 题”一个质量为 m_1 的废弃人造地球卫星在离地面 h=800km 高空作圆周运动，在某处和一个质量为 $m_2=m_1/9$ 的太空碎片发生迎头正碰，碰撞时间极短，碰后二者结合成一个物体并作椭圆运动。碰撞前太空碎片作椭圆运动，椭圆轨道的半长轴为 7500km，其轨道和卫星轨道在同一平面内。已知质量为 m 的物体绕地球作椭圆运动时，其总能量即动能与引力势能之和 $E=-G\dfrac{Mm}{2a}$，式中 G 是引力常量，M 是地球的质量，a 为椭圆轨道的半长轴．设地球是半径 R=6371km 的质量均匀分布的球体，不计空气阻力。

（i）试定量论证碰后二者结合成的物体会不会落到地球上．（ii）如果此事件是发生在北极上空（地心和北极的连线方向上），碰后二者结合成的物体与地球相碰处的纬度是多少？

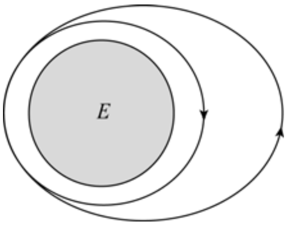

图 6

解析：（i）图 6 为卫星和碎片运行轨道的示意图。以 v_1 表示碰撞前卫星作圆周运动的速度，以 M 表示地球 E 的质量，根据万有引力定律和牛顿定律有

$$G\frac{Mm_1}{(R+h)^2}=m_1\frac{v_1^2}{R+h}, \qquad (1)$$

式中 G 是引力常量．由（1）式得 $v_1=\sqrt{\dfrac{GM}{R+h}}=\sqrt{\dfrac{R}{R+h}}\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$。 （2）

以 v_2 表示刚要碰撞时太空碎片的速度，因为与卫星发生碰撞时，碎片到地心的距离等于卫星到地心的距离，根据题意，太空碎片作椭圆运动的总能量

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2-G\frac{Mm_2}{R+h}=-G\frac{Mm_2}{2a}, \qquad (3)$$

式中 a 为椭圆轨道的半长轴。由（3）式得

$$v_2=\sqrt{\frac{2GM}{R+h}-\frac{GM}{a}}=\sqrt{\frac{2R}{R+h}-\frac{R}{a}}\sqrt{\frac{GM}{R}}。 \qquad (4)$$

卫星和碎片碰撞过程中动量守恒，有

$$m_1v_1-m_2v_2=(m_1+m_2)v。 \qquad (5)$$

这里 v 是碰后二者结合成的物体（简称结合物）的速度。由（5）式得

$$v=\frac{m_1v_1-m_2v_2}{m_1+m_2}。 \qquad (6)$$

由（2）、（4）、（6）三式并代入有关数据得

$$v=0.7520\sqrt{\frac{GM}{R}}。 \qquad (7)$$

结合物能否撞上地球，要看其轨道（椭圆）的近地点到地心的距离 $r_{\min}$，如果 $r_{\min}<R$，则结合物就撞上地球。为此我们先来求结合物轨道的半长轴 a'。结合物的总能量

$$-G\frac{M(m_1+m_2)}{2a'}=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2-G\frac{M(m_1+m_2)}{R+h}。 \qquad (8)$$

代入有关数据得　a'=5259km。 （9）

结合物轨道的近地点到地心的距离

$$r_{\min}=2a'-(R+h)=3347\text{km}<R。 \qquad (10)$$

据此可以判断，结合物最后要撞上地球。

（ii）解法 1

在极坐标中讨论。取极坐标，坐标原点在地心处，极轴由北极指向南极，如图 7 所示。碰撞点在

北极上空，是椭圆轨道的远地点，结合物轨道的椭圆方程

$r=\dfrac{p}{1+e\cos\theta}$。　（11）

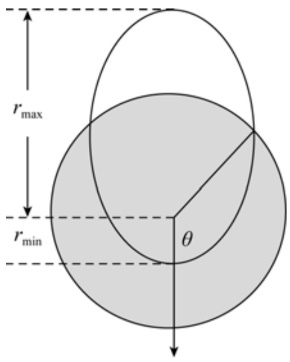

图 7

式中 e 是偏心率，p 是椭圆的半正焦弦，远地点到地心的距离

$r_{max}=R+h$。　（12）

由解析几何有

$$e=\frac{r_{max}-r_{min}}{2a'}(=0.3635)。\qquad (13)$$

在轨道的近地点，$r=r_{min}$，$\theta=0$，由（11）式得

$$p=r_{min}(1+e)(=4563\text{km})\qquad (14)$$

或有　$p=r_{max}(1-e)$。　（15）

在结合物撞击地球处；$r=R$，由（11）式有

$$R=\frac{p}{1+e\cos\theta}\qquad (16)$$

或 $\cos\theta=\dfrac{p-R}{eR}$。（17）

代入有关数据可得

$\cos\theta=-0.7807$，　（18）

$\theta=141.32°$。　（19）

这是在北纬 51.32°。

解法 2

在直角坐标中讨论。取直角坐标系，以椭圆的对称中心为坐标原点 O，x 轴通过近地点和远地点并由远地点指向近地点，如图 8 所示。结合物轨道的椭圆方程是

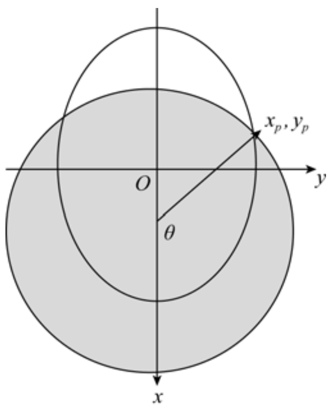

图 8

$$\frac{x^2}{a'^2}+\frac{y^2}{b'^2}=1，\qquad (20)$$

式中 a'、b' 分别为结合物椭圆轨道的半长轴和半短轴．远地点到地心的距离 $r_{max}=R+h$。　（21）

根据解析几何，若 c 为地心与坐标原点间的距离，

$$c=r_{max}-a'\ (=1912\text{km})，\qquad (22)$$

而　$b'=\sqrt{a'^2-c^2}$。　（23）

注意到 a' 由（9）式给出，得 $b'=4899\text{km}$。（24）

结合物撞击地面处是结合物的椭圆轨道与地面的交点，设该处的坐标为 x_p 和 y_p，则有

$$x_p=R\cos\theta+c，\qquad (25)$$

$$y_p=R\sin\theta。\qquad (26)$$

式中 θ 为从地心指向撞击点的矢经与 x 方向的夹角。因撞击点在结合物的轨道上，将（24）、（25）式代入轨道方程（20）式，经整理得

$$R^2(b'^2-a'^2)\cos^2\theta+2b'^2cR\cos\theta-a'^2b'^2+a'^2R^2=0\ 。\qquad (27)$$

引入以下符号并代入有关数据得

$\alpha=R^2(b'^2-a'^2)$即$\alpha=-1484\times10^{11}\text{km}$，

$\beta=2b'^2cR$ 即$\beta=5846\times10^{11}\text{km}$，

$\gamma=b'^2c^2-a'^2b'^2+a'^2R^2$ 即$\gamma=5465\times10^{11}\text{km}$。

代入（27）式得　$\alpha\cos^2\theta+\beta\cos\theta+\gamma=0$，（28）

解得　$\cos\theta=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\beta^2-4\alpha\gamma}}{2\alpha}$。　（29）

舍掉不合理的答案，得　$\cos\theta=-0.7807$，$\theta=141.32°$。

这是在北纬 51.32°。

（丁庆红，北京教育学院石景山分院　100043；王岳　任秀丽，北京市第九中学　100041）