

狭义相对论中的质量、能量与对称性

郭汉英

爱因斯坦狭义相对论引起物理学基本原理和基本概念的巨大变革。如果要列举除了相对性原理和光速不变原理之外最重要的变革,同时性的相对性、关于质量与能量的概念及其内在联系,应是首选。

同时性的相对性否定了绝对同时性的观念,突破了牛顿的绝对时间和绝对空间,引起物理学空时观念的巨大变革。然而,正如我们多次指出,并在上一篇文章中再次指出的那样,同时性的相对性,对于与相对性原理相关的不同惯性参考系中对于同一过程的测量是成立的。然而,对于与宇宙学观测相关、必须考虑表征宇宙演化的宇宙时标的过程而言,与演化宇宙共动的参考系就具有优越性。相对于宇宙时标,并不存在这类相对性。事实上,这涉及到我们一再强调,并在上文指出的相对性原理与宇宙学原理的关系问题。

有关质量与能量及其内在联系,狭义相对论不仅带来了有关概念的巨大变革,而且引起了以原子能为代表的一系列巨大的技术进步与革新。著名的质能公式无疑成为一个影响最大、最广为人知的公式。然而,如何理解这个公式?长时间以来,一直存在着混淆。即使在物理学界,至今仍然如此。

应该强调指出,物理量的定义与惯性系及其之间的对称性密切相关。应该如何正确理解质量与能量、如何理解质能公式,必须基于惯性系及其之间的对称性加以分析。

一、质能关系的混淆一直延续至今

美国物理学会在回顾世界物理年的网站“Einstein Year 2005”上,专文写道:“狭义相对论最著名的是公式 $E = mc^2$ ”。“这个方程告诉我们,能量和质量能够相互改变——它们是等价的。”(http://www.einsteinyear.org/facts/special_relativity.htm)

对相对于实验室静止的系统,或许可以说“能量和质量能够相互改变”。然而,一般说来,“能量和质量等价”的提法并不完全正确。不过,这个并非完全正确的公式

$$E = mc^2, \quad (1)$$

却盛誉不断。在世界物理年中,更是如此。

2005年9月,纽约时报发表长文,纪念爱恩斯

坦有关这个公式的短文完成百年。在这篇以《著名公式和你》为题的长文中,这个公式被誉为“现代科学最有意义的标志”。这篇文章的作者,美国哥伦比亚大学物理系的格林(M. Greene)教授,当然是一位专家。他的《宇宙的琴弦》一书相当畅销,并被译为中文。其实著名相对论物理学家潘若斯(R. Penrose)也写道:“按照爱因斯坦最著名的公式 $E = mc^2$,在清楚的意义,质量和能量彼此完全等价。”^①名声更大的相对论物理学家霍金(S. Hawking)也持同样观点。在他全球畅销千万册的《时间简史》一书的开头写道:“有人告诉我,我在书中每写一个方程式,都将使销量减半。于是我决定不写什么方程。不过在书的末尾,我还是写进一个方程,爱因斯坦的著名方程 $E = mc^2$ 。我希望此举不致吓跑一半我的潜在读者”。

事实上,长时间以来,对于这个久负盛名的质能公式一直存在争论。争论的焦点在于是否应该引进“相对论性质量”或者“运动质量” $M = m(v)$,

$$m(v) = m\gamma, \quad \gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}. \quad (2)$$

这里 m 为“质量”,或者“固有质量”。也就是说,在相对论中,质量到底是否随运动速度增加而增大?

很早就有人提出这个问题。比较有影响的是著名物理学家奥昆(L. Okun)于1989年,在著名的《今日物理》(Physics Today)杂志上,撰文专门提出这个问题。他所依据的是大物理学家朗道为首的著名系列教科书之一《场论》中的观点。然而,随即就有专家提出非议,认为多此一举。

奥昆以后又不断发表文章,阐述这个问题。2005年,他在题为《爱因斯坦年中的质量概念》的报告中,再次提出这个问题;并把“相对论性质量”的概念称为“相对论性质量的教学病毒(The pedagogical virus of relativistic mass)”^②。奥昆认为,一般说来,这个公式是不对的;这是具有代表性的观点。奥昆的论证还涉及广义相对论中质量等物理量的定义及其他一系列重要问题。

那么,能量和质量到底是否等价?如果一般说来,这个公式不正确,问题出在哪里?正确的公式

又是什么？

我们将指出，从惯性系之间的对称性、及其与守恒律的关系来看，奥昆的论证是有道理的；然而却并不完全。那么，比较完全的论证是什么？又会导致什么结果？

其实，在狭义相对论中，相对性原理即惯性原理以及相应的对称性，即庞加莱 (Poincaré) 对称性，即包括齐次洛伦兹 (Lorentz) 变换和空时平移变换的庞加莱变换，是定义物理量和引进物理规律的基准。对于相对论性的场论和粒子物理，惯性系之间的庞加莱变换作为物理依据这一点非常清楚。质量是庞加莱变换下的不变量，而能量则是能量-动量 4-矢量的零分量，一般说来，二者当然并不相等。仅仅在静止系中，静止能量与质量二者才相差光速 c 的平方，即

$$E_0 = mc^2. \quad (3)$$

正如奥昆等指出，这才是正确的公式。

著名物理学家惠勒 (J. Wheeler) 等支持奥昆的观点，并指出：“‘相对论性质量’的概念会导致误解，这是为什么我们不采用它的原因。首先，这把质量这一名称既用于一 4-矢量的大小，又用于一敦 4-矢量的时间分量这两个完全不同的概念。而且，这会导致把物体随着速度或者动量增加的能量增加，与该物体内部结构的某些改变联系起来。实际上，能量随速度的增加不是来源于物体本身，而是源于空时自身的几何性质”。^③

这无疑是正确的，然而，也同样没有引起物理学界的足够重视。

几年前，美国斯坦福大学的一位教授专门就这个问题在网上发表文章 (G. Oas, *On the Abuse and Use of Relativistic Mass*, physics/0504110)，对于专业文献、教科书，以及科普读物中，有关这个问题的两种观点进行了统计，结果是二者不相上下，甚至引进运动质量还居多。看来，极其混乱。

二、相对性原理和爱因斯坦公式

在经典物理学中，什么是定义物理量和引进物理规律的基准？如何通过实验和观测来确定这些基准？这是非常简单，而又非常重要和基本的问题。

对于经典物理学中，与空间时间以及其中物质和运动直接相关物理量的定义和物理规律的描述，说到底是以惯性观测者、惯性运动和惯性系为基础的相对性原理这些要素为基准的；至少对于在引力

相互作用可以不考虑的情形是这样。在量子物理中同样如此。事实上，对于这些要素的基准作用，在牛顿力学和狭义相对论中都非常突出。可以把这些要素一并称为“惯性原理”。然而，如何通过实验和观测来确定惯性原理，按照爱因斯坦的观点，却存在着确定惯性系的“循环论证”^④。对于爱因斯坦的相对论体系，的确如此。能否避免？如何避免？我们以后还要专门分析。

早在 17 世纪，伽利略就以在平稳行驶大船舱内无法断定大船动静为例，支持哥白尼学说；论述后来以他命名的相对性原理的要点。

牛顿力学满足伽利略相对性原理，在惯性系之间的伽利略变换下不变。麦克斯韦电磁学没有伽利略变换下的不变性，与伽利略相对性原理冲突。在洛伦兹等工作的基础上，庞加莱和爱因斯坦先后把相对性原理从牛顿力学推广到电磁理论，各自建立理论，问题才得以解决。新的相对性原理要求力学和电磁学定律在惯性系之间的洛伦兹变换下不变。爱因斯坦还强调光速与光源运动速度无关的光速不变原理，并据此论证同时性的相对性。

考虑惯性系 $S(x)$ 和惯性系 $S'(x')$ 之间最简单的洛伦兹变换：假定这两个惯性系之间以速度 v 沿 x 轴相对运动。于是，这两个系统之间的变换为最简单的齐次洛伦兹变换

$$\begin{aligned} t' &= (t + vx/c^2)\gamma, & x' &= (x + vt/c^2)\gamma, \\ y' &= y, & z' &= z. \end{aligned} \quad (4)$$

显然，如果可以把光速看成无限大 ($c \rightarrow \infty$)，则 $\gamma \rightarrow 1$ ，那就回到最简单的伽利略变换

$$t' = t, \quad x' = x + vt, \quad y' = y, \quad z' = z. \quad (5)$$

按照相对论，粒子的能量 E 和动量 p 的三个分量，在这样两个相对运动的惯性系中，也满足上述最简单的齐次洛伦兹变换。只要把 (t, x, y, z) 代换为 (E, p_x, p_y, p_z) 即可。

容易看出，上述变换下，固有时 $\tau^2 := t^2 - c^{-2}(x^2 + y^2 + z^2)$ 是不变的。对于最一般的洛伦兹变换或庞加莱变换，同样如此。这个公式的微分形式就是闵可夫斯基空时的线元。

相应地，在最简单的齐次洛伦兹变换下，下面的重要公式

$$E^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)c^2 = m^2c^4 \quad (6)$$

也是不变的。这表明，质量 m 在不同惯性系之间的

变换下是不变量，这是称之为粒子的“固有质量”即质量的原因。我们称这个公式为爱因斯坦能量-动量-质量公式，或者简称爱因斯坦公式。

事实上，这个公式在一般的庞加莱变换下同样成立。其实，在上述最简单的齐次洛伦兹变换中，只有一个参数，即沿 x 轴的相对运动速度 v 。一般齐次洛伦兹变换则具有 6 个参数（不同相对速度和不同空间坐标轴的取向）。不仅如此，不同惯性系之间，还可以有变换空间坐标和时间坐标原点的平移变换；因此，惯性系之间最一般的变换是具有 10 个参数的变换，称为非齐次洛伦兹变换，即庞加莱变换。也就是说，在狭义相对论中，惯性坐标系之间的庞加莱变换为 10 个参数的变换：

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = (x^\nu - a^\nu) L_\nu^\mu, \quad L_\nu^\mu \in SO(1,3), \quad \mu, \nu = 0, \dots, 3 \quad (7)$$

其中， $(x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$ 。所有的变换矩阵 (L_ν^μ) 构成齐次洛伦兹群 $SO(1,3)$ 。上述变换的非齐次部分为空时坐标的平移，即把事件 $A(a^\mu)$ 平移到惯性系的原点 $O(o^\mu)$ ，平移变换构成平移群。庞加莱群 $ISO(1,3)$ 洛伦兹群和平移群的半直乘。

如上所述，闵可夫斯基线元和爱因斯坦公式不仅在齐次洛伦兹变换下不变，而且在平移变换下也不变。事实上，对于一般形式的庞加莱变换，固有时、线元和质量都是不变量。然而，能量和动量却不是不变量。在闵可夫斯基空时中，它们构成 4-动量。能量为 4-动量的零分量，其他分量为 3-动量。利用 4-动量，爱因斯坦公式可以非常简洁的形式表达。

重要的是，这些物理量作为守恒量与对称性有密切关系。例如，能量守恒和动量守恒与平移不变性有直接关系。对于质量为 m 的粒子，能量 E 是在时间平移变换下的守恒量，3-动量是在三维空间平移下的守恒量。而在齐次洛伦兹变换下的守恒量则是角动量和推进（boost）。

显然，作为在一般变换下的不变量的质量 m 和作为在时间平移变换下的守恒量，4-动量零分量的能量 E ，二者一般是不等价的。仅仅在静止参考系中，由于 3-动量为零，如果此时的能量称为静止能量并记为 E_0 ，那么，静止能量与质量才满足“质能关系”（3）。事实上，这个公式不过是爱因斯坦公式（6）在静止系中的特殊形式。

其实，在物理实验中，也是这样。在牛顿力学中，与能量相应的是功，而与质量相应的是力除以

加速度。在本质上，这一点从牛顿力学到相对论并没有改变，何况当把光速 c 当成无限大时，相对论力学回到牛顿力学。

三、误解的由来和奥昆的论证

如上所述，对于一个质量为 m 的粒子，在相对于这个粒子的静止惯性系中，静止能量和质量之间关系的公式（3）成立，这是爱因斯坦公式（6）在粒子静止系中的特殊形式。其实，这是爱因斯坦最重要的发现之一，即静止粒子具有能量，其能量与质量之间的关系由这个公式表述。奥昆明确地强调了这一点。

那么，误解是怎么产生的呢？

关于质能公式的误解来源于所谓“运动质量”或者“相对论性质量”的引进。奥昆对于这个问题的论证具有代表性。他的论证就是从上面惯性系之间洛伦兹变换的最简单形式（4）出发的。

考虑从相对于质量为 m 的粒子静止系 $S(x)$ （其中 3-动量为零），到沿 x 轴方向上具有速度 v 的运动系 $S'(x')$ 之间，最简单的洛伦兹变换（4），由能量和动量的变换公式可以得到，在运动系中该粒子的能量和动量为

$$E = E_0 \gamma, \quad p_x = mv \gamma, \quad p_y = 0, \quad p_z = 0. \quad (8)$$

如果这时把静止能量与质量的关系来表述静止能量，再引进所谓“相对论性质量”或者“运动质量”，即公式（2），于是就有

$$E = mc^2 \gamma, \quad E = m(v)c^2, \quad m(v) := m \gamma. \quad (9)$$

这样，就“得到”了著名的公式（1）于是，“固有质量”即质量 m 也就称之为“静止质量”。

由此可见，所谓最著名的公式（1）就是这样得到的。其中， m 是所谓的“相对论质量”或者“运动质量”。然而，引进“相对论性质量”或者“运动质量” $m = m(v)$ 的代价，不过是混淆了质量在不同惯性系的洛伦兹变换下的不变性。

在相对论刚刚建立的早期，这种混淆相当普遍。把一个牛顿力学中的物理量乘上因子 γ 作为相对论的推广，甚至成为“时尚”。这种混淆可以追溯到爱因斯坦。早在关于相对论的第一篇论文中，他曾引进带电粒子在运动系中的“纵质量”和“横质量”的观念。其实，这些观念洛伦兹就运用过。同年，在题为《物体的惯性同它所含的能量有关吗》的著名论文中，爱因斯坦这样来总结他的工作：“物体的质量是它所含能量的量度；如果能量改变了 L ，那么质量也就相应地改变 $L/9 \times 10^{20} \dots$ ”。这就是著

名公式的来由。不过，爱因斯坦在这里强调的是质量和能量的改变量。

在《物理学的进化》一书中，爱因斯坦和英费尔德写道：“经典物理学介绍了两种物质，即质与能。第一种有重力，而第二种是没有重力的。在经典物理学中我们有两个守恒定律，一个是对于质的，另一个是对于能的。我们已经问过，现代物理学是否还保持着两种物质和两个守恒定律的观点。答案是：不对。根据相对论，质量与能之间没有重要的区别。能具有质量而质量代表着能量。现在只用一个守恒定律，即质量-能量守恒定律，而不用两个守恒定律了。这种新的观点在物理学的进一步发展中已证明是很成功的”。

还可以列举出爱因斯坦类似的有关论述。甚至通过互联网，还可以听到爱因斯坦类似论述的录音：“根据狭义相对论，质量和能量是同一件事的两种不同的表现……这个概念对于通常看法者是不熟悉的。进而，方程 $E = mc^2$ ，能量等于质量乘以光速的平方，表明极小量的质量可以转化为极大量的能量，反之亦然。按照这个公式，质量和能量事实上是等价的” (<http://www.aip.org/history/einstein/voice1.htm>)。

不过，爱因斯坦也曾注意到这个问题，他在1948年给 L. Barnett 的信中写道：“对于一个运动物体引进质量 $M = m/(1-v^2/c^2)^{1/2}$ 不妥，对此不能给出清楚的定义。除了‘静止质量’ m 之外，不引进其他质量概念更为妥当。代之以引进 M ，仅提及运动物体动量和能量的表达式为好”^⑤。但是，他并没有正式予以澄清，在一些场合仍然重复以前的观点。

早期相对论的混淆却并没有清除，反而一直延续至今。原因之一，或许是由于爱因斯坦上述表述，他自己以及后人并没有引起足够的重视吧。早期相对论研究中出现的许多其他混淆也有类似情形。

四、奥昆的论证不完全和空时平移不变性的重要性

奥昆认为，质量的概念只有一个，即牛顿力学中的质量。相对论中的质量与牛顿力学中的质量是一样的。这对于质量不为零的情形，可以这样讲。不过，在相对论中，质量的含义具有新的内容。而对于质量为零（例如光的情形）问题却不那么简单。况且，在牛顿力学中根本没有这个概念。

而且，奥昆所有关于质量，以及引进“相对论性质量”或者“运动质量”会引起混乱等的论证，都仅仅基于齐次洛伦兹群 $SO(1,3)$ 的变换。在早

期相对论的文献中，往往都是这样。这是因为，在齐次洛伦兹变换中就包含光速 c ，并具有与伽利略变换所不同的依赖于速度的性质；而狭义相对论中的空间和时间平移变换与在牛顿力学中的变换类似。尽管如此，空时平移变换仍然起着非常重要的作用。我们在前面指出，在狭义相对论中，一般说来，惯性坐标系之间的庞加莱变换为 10 个参数的变换。可以证明，闵可夫斯基线元和爱因斯坦公式 (7) 不仅在齐次洛伦兹变换下不变，而且，在空时平移变换下也不变。不仅如此，空时平移不变性与动量和能量的定义与守恒。如前所述，对于质量为 m 的粒子，其能量 E 和 3-动量共同构成一个 4-矢量，他们分别是在时间平移变换下的守恒量，和在三维空间平移下的守恒量；而在（齐次）洛伦兹变换下的守恒量则是角动量和推进。

应该指出，尽管在早期关于狭义相对论的论述中，往往只考虑齐次洛伦兹变换，那是为了简单并突出同时性的定义等与牛顿力学和伽利略变换的差异。其实，包括时空平移的庞加莱变换，以及物理量和物理规律在庞加莱变换下的变换性质和不变性，是定义物理量和引进物理规律的基准。

对于场论和粒子物理，特别是对于质量为零的电磁场和光子，庞加莱群的作用更为重要。

著名物理学家维格纳 (E. Wigner) 指出，对于场论和粒子物理来说，基本对称性不是齐次洛伦兹群，而是庞加莱群。对于庞加莱对称性的分析给出对于自旋性质的真实理解。他发现，质量和自旋是两个表征在庞加莱群下不变系统的两个性质。对于 $m > 0$ ，即 4-动量为类时的情形，自旋又对应于作为齐次洛伦兹群的子群的空间转动群 $SU(2)$ 。而对于 $m = 0$ 时，自旋不再由 $SU(2)$ 描述。事实上，这是为什么自旋为 1 的光子只有两个极化，而没有极化为 0 分量的理论上的原因。

事实上，在场论和粒子物理中，“基本场”或“基本粒子”是按照庞加莱群的不可约表示来分类的；这些不可约表示又按照庞加莱群的两个卡西米算子的本征值（质量 m 和自旋 s ）来标记。重要的是，这两个卡西米算子都与空时平移算子密不可分。

分析相对论中的质量和能量等问题，当然不能忽视广义相对论中的有关问题。奥昆不仅论述了狭义相对论中的质量问题，同时也论证了广义相对论中的质量问题。他正确指出，在牛顿极限下，广义

相对论中的质量回到牛顿力学中的质量。但是，这当然也是不够的。

那么，在广义相对论中，对于粒子或者物质场是如何定义质量和能量等物理量，又是如何引进物理规律的呢？对于包含引力场在内的系统又如何定义这些物理量？这不得不从广义相对论的基本原理及其对称性出发。在广义相对论中，由于没有局域空时平移对称性，质量、能量和动量等物理量定义对称性的依据，是局域的 $GL(4, \mathbb{R})$ 或是作为其子群的局域齐次洛伦兹群 $SO(1,3)$ 。然而，这与狭义相对论并不完全等价。

为什么这样说？应该如何解决？这需要首先对广义相对论的基本原理进行分析。我们曾经在其他文章中分析过这些问题，并将进一步对此进行分析。至于对于包含引力场在内的系统又如何定义物理量，涉及的问题更多。在一定条件下正能量定理的证明，是一个突出成就。然而，这过于专门，也超出了本文的范围。

结语

回顾历史，爱因斯坦在 1905 年提出狭义相对论，在 1915 年基本上完成了他的广义相对论，在 1917 年开创相对论宇宙学。这些伟业，都是物理学认识到对称性在物理中的重要性之前。然而，著名的表征对称性与守恒量关系的诺特 (Noether) 定理是在 1918 年发表的，维格纳关于庞家莱群的重要工作则发表于 1939 年；至于对称性在物理中的广泛运用是在量子力学和量子场论建立以后的事情。我们当然不能苛求前人，包括上个世纪最伟大的物理学家，狭义相对论的主要建立者和广义相对论的奠基人爱因斯坦。

重要的是，我们应该了解物理学正是在这样不断地发展着，应该不断认识和澄清前人、包括奠基

人的某些含混表述，而非拘泥于权威的言论和叙述。

现在，宇宙尺度上的观测数据分析表明，宇宙是暗的：暗物质和暗能量或宇宙常数，起着极其重要的主导作用，通常物质仅占百分之几，其中包括星体所占的千分之几；我们的宇宙在加速膨胀，并不渐近于平坦的闵可夫斯基时空，却可能是宇宙学常数为正，4-维常曲率的德西特时空。

这些观测数据的分析，基于爱因斯坦场方程和宇宙学原理。然而，对于这些分析结果，以爱因斯坦相对论为代表的物理理论和宇宙论极为棘手；爱因斯坦相对论面临全面挑战。

事实上，问题的实质在于，什么是物理量的定义和物理规律引进的基准？如果不清楚在宇观大尺度上，什么是定义物理量和引进物理规律的基准；如果狭义相对论和广义相对论在这个根本问题上并不完全协调；又如何依据爱因斯坦相对论面对精确宇宙学的挑战呢？我们曾一再指出，相对性原理和宇宙学原理之间的关系就是这些问题的一个体现。这个问题不仅在相对论体系中并没有解决，而且，加速膨胀的暗宇宙再次把这个问题尖锐地提出来。

我们一再强调，这些问题必须认真对待。以后，我们还会回到这些问题，分析一条可能解决问题的重要途径：把相对性原理推广到常曲率的德希特时空，进而局域化，并与宇宙学原理相联系。

(北京市中国科学院理论物理研究所 100080)

① Penrose, *The Road to Reality. A complete guide to the laws of the universe*, A. Knopf, New York, 2004, p.434.

② L. B. Okun, *The concept of mass in the Einstein year*, hep-ph/0602037.

③ E. F. Taylor and J. A. Wheeler, *Spacetime Physics*, 2nd edition, Freeman Press, 1992.

④ 爱因斯坦,《相对论的意义》,上海科技教育出版社,2005.

⑤ A. Einstein, *A letter to Lincoln Barnett*, 19 June 1948.

封面照片说明

这是铷元素的原子结构图,2006年10月美国劳伦斯-利弗莫尔实验室与俄罗斯联合原子核研究所的科研人员,通过设在俄罗斯杜布纳的U400回旋加速器,用高速钙离子轰击处于旋转状态的铷,成功得到了3个118号超重元素的原子。科研人员通过观察该元素原子的衰变链过程,证实了这一新超重元素的存在。该元素只存在约0.9毫秒,就迅速衰变为原子量较小的其他元素。

(李博文)

封底照片说明

这是由公安部上海消防研究所、上海交通大学研制的消防侦察机器人,该机器人安装了超声波测距、辐射热、倾斜仪、倾角、GPS、有毒可燃气体侦检仪等多种设备,采用数字信号、通讯和地理信息处理系统,提高了机器人的环境感知能力,使机器人能够记忆路径、自主避障和沿原路径返回。目前该机器人已经装备我国消防部队。

(李博文)