

## 弦论小史(二)

李 淼

我已经用 1/3 篇幅谈了 20 世纪末的两朵乌云，借此说明我们正处在新一轮物理学革命的前夜，当然这种判断非常个人化。人们也许会质疑，飘在我们头顶的暗能量和暗物质这两朵乌云与 19 世纪的两朵乌云完全不同，因为我们面对的是远离地球发生的事，而 19 世纪的两大疑惑是地面上的实验所带来的。这种质疑不无道理，但我们总可以采取一种历史姿态，认为历史不会完全重复自身。

我个人认为，目前我们面对的乌云将带来的革命基本上还是还原论的革命，我们只有将我们基本的还原论理论推进一大步，才有可能理解暗能量和暗物质。所以，这两大问题的解决或多或少将与量子引力理论有关。人们喜欢说，弦论是量子引力理论所有候选者中最有希望的理论，我 10 年前对此坚信不疑。今天我虽然不再敢说弦论有很大把握成为正确的量子引力理论，但客观地说，弦论相较其他理论，还是有很大优势。

具有讽刺意味的是，弦论的发现与引力无关，与量子引力更加无关。整整 40 年前，弦论起源于强相互作用理论。40 年前的粒子物理如同今天的宇宙学一样，充满新鲜的观测数据，而理论则混乱不堪。先是前苏联的朗道学派发现量子电动力学中的“莫斯科之零”（前年出现一部同名电影，与物理无关），使人们认识到作为量子场论，量子电动力学并没有严格的定义。到了 20 世纪 60 年代，越来越多共振态的发现，使本来存在强耦合问题的强相互作用理论变得更加困难，没有希望在场论的框架下得到解决。另一方面，弱相互作用虽然很弱，但人们很早就知道只有所谓树图的计算才是可信的，因为费米的弱相互作用理论不可重整。在我做学生的时候，已经进入 80 年代，中国学者写的量子场论教材还是用费米理论，告诉我们粒子物理是一个怎样没有希望的理论。当然进入 70 年代，强相互作用和弱电相互作用已经完全确立，至少在原理上。

20 世纪 60 年代的关于强相互作用理论的流行

观点是伯克利学派的观点：量子场论应该被彻底抛弃，代之而起的理论框架是散射矩阵理论。只有很少的原理可以被应用，例如相对论不变性原理，散射矩阵的么正性和解析性。以丘（Geoffrey Chew）为首的伯克利学派鼓吹“靴带”理论（bootstrap），认为散射矩阵的几个原理提供了足够线索让我们来解开强相互作用甚至所有相互作用的靴带。到了 60 年代后半叶，人们认为，强子之间的散射既可以用共振态作为中间态来描述，也可以用交换共振态来描述，这两种描述是完全不同的，所以强相互作用应该存在一种对称性，叫做 s 和 t 道对偶性。当很多人怀疑这种对偶性是否真的可以在数学上实现的时候，年轻的威尼采亚诺（Gabriele Veneziano）在 1968 年发表的一个简单的公式，满足这种对偶性，同时满足散射矩阵在树图上的性质。

威尼采亚诺公式很快被别人推广，推广的方向有两个。一个是改变这个公式使其更接近实验，一个是将它推广到多个粒子的散射上。通常，推广已有的公式只需要技术，很多人可以做到这一点，因为技术可以通过正规训练获得。而从新的角度重新表达和理解已有的公式则需要洞察，在众多推广威尼采亚诺公式的人中，只有少数人做到了这一点，如尼尔森（H. B. Nielsen）和南部（Nambu）。他们的理解使后来的发现成为可能，即满足对偶性要求的散射公式其实不能简单地理解为粒子之间的散射，而是弦与弦之间的散射。这种新的理解伴随对一个重要性质的认识，即共形不变性。

传统粒子的相互作用通过费曼的努力有一个非常直观的表达，就是任何复杂的相互作用可以用图来分类。给定一个图，图中的线代表一个粒子的运动轨迹，线与线的交点代表粒子之间的局域相互作用。例如，如果我们看到三条线交于一点，如果其中两条线代表的粒子是相同的，另一条是不同的粒子，我们可以说是一个粒子辐射出另一个粒子。如果三条线都不同，那么一个粒子在辐射出另一个粒子后变成了第三种粒子。在 20 世纪 60 年代末，人们发现，满足对偶性的散射振幅同样也可以用类似费曼的办法来分类，不同于粒子的是，现在一根弦

不是简单地辐射出另一根弦,而是通过弦的断裂和弦与弦的端点的链接发生相互作用。这些相互作用同样可以用图表示,有趣的是,这些图比费曼图要简单多了。例如,给定弦的个数,只存在一个树图,一个单圈图,等等。这些图是在时空中画出的两维面。

共形不变性指的是这些两维面拉伸的不变性。认识这个不变性走了很长的、看起来还挺曲折的路。这是物理学发展的特点,最后看起来简单的性质有一个演变历史,在演变过程中,这个性质在不同时期表现为不同东西。到了 70 年代中期,人们对共形不变性的本质已经认识得很清楚了。但共形不变性在弦论中起到的原理性的作用还是要等到 80 年代中期才会体现出来。

弦论发展的第一个阶段是 1968~1974 年,很多计算散射振幅的微扰论技术就是这个时期发展出来的。威尼采亚诺公式被南部等人发现是描述四个开弦态的散射振幅,这个公式被维拉索罗 (M. A. Virasoro) 所推广,后来发现,维拉索罗公式描述的是四个闭弦的散射振幅。所有这些工作都被推广到含有多个开弦和多个闭弦的散射过程中去。在纯技术层面上,当时人们关心的有两个问题。第一个问题是既然这些振幅其实是弦与弦之间的散射,那么所有弦态的散射振幅是否满足散射矩阵的原理,如么正性?这个要求并不简单,很快人们就发现这个要求导致弦的最简单的态是快子,即这种态的质量平方是负的。当时研究这些所谓对偶共振模型的人觉得 $\pi$ 介子就应该是那个最简单的态,质量平方是负的这个事实引起了很大困扰。另一个问题是如何将已知的散射振幅推广到圈图,因为不论是威尼采亚诺公式还是维拉索罗公式描述的都是共振态或弦态的树图效应。将这些公式推广到单圈图后,就像最近夏皮罗 (Joel Shapiro) 回忆的那样,单圈的散射振幅被发现没有场论中通常遇到的发散,所以弦论有很好的紫外性质。

当时已经知道弦论避开通常紫外发散的数学原因,就是史温格 (J. Schwinger) 参数取值范围不同于粒子单圈图中的取值范围。粗略地说,史温格参数对应的是在圈上跑动粒子的本征时,当然它的解释在弦论中要复杂些,因为除本征时外,弦的世界面还有形状,所以史温格参数是一个复数,这个复数的取值范围不能是整个复平面,在那个时期,这个要求来自于散射振幅的自洽性。到了 80 年代,

人们发现其实来自于单圈图作为两维面的对称性质。

单圈图在闭弦中就是一个环面,环面有两个方向,对应两个圆。我们可以取其中一个圆对应于闭弦,另一个圆对应闭弦跑动的轨迹:在时空中一个封闭的轨迹。如果这个轨迹很小,弦在时空中运动的范围就很小,所以当第二个圆变得越来越小时,这个时候环面描述的是一个高能过程,因为海森堡测不准原理告诉我们小距离就是高能量。在粒子的费曼图中,这个极限往往带来紫外发散。

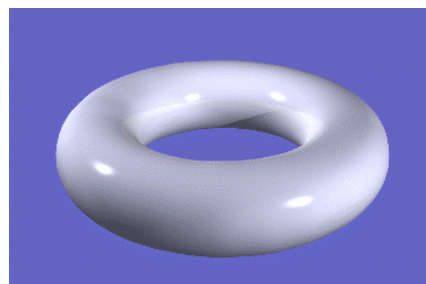


图 1 单圈图:环面

世界面的共形不变性可以用来将这个环面放大,放大之后,我们可以认为第二个圆对应于弦,而原来的第一个圆对应于弦在时空中运动的轨迹,这个轨迹在应用共形不变性之后变得很大,这是一个红外过程。所以,共形不变性使原来的紫外过程变成红外过程,如果红外过程没有发散,那么紫外发散也就不存在。这是弦论紫外性质比粒子理论紫外性质好的根本原因。

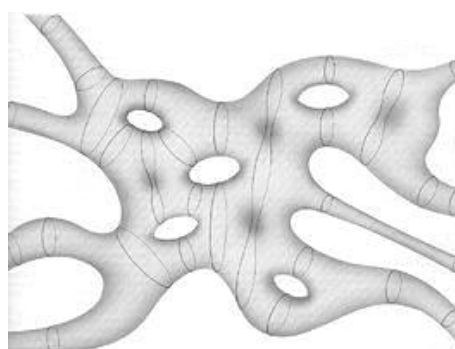


图 2 描述弦相互作用的高圈图

由于纯粹的技术原因,弦论即使到今天也没有被严格证明是有限的,因为在计算高圈图的时候,涉及到的史温格参数以及世界面上的费米场带来的参数太复杂。但在简单的时空背景下,如 10 维时空,弦论的许多其他性质要求弦论的微扰振幅是有限的。例如,当弦论在时空中含有性质相同的两个超对称时,弦论有所谓的强弱对偶-强耦合的理论等

价于同一个理论在弱耦合情形，这种对偶的成立条件当然包含有限性。

最早的对偶共振模型只含有时空中的整数自旋的态。例如那个质量平方是负的快子，自旋为零，所以大家认为可以用来描述 $\pi$ 介子。弦论中的其他弦态同样对应于时空中自旋为整数的“粒子”，这里，当我们说粒子时，指的是他们的时空量子数和粒子一样，包括能量、动量和自旋。当然，任何时空量子数个数有限的态表面上看都和粒子一样，这是威格纳（Wigner）定理所决定的。

在弦论发展的第一个阶段，为了避免快子，也为了引入时空中的自旋为半整数的态，雷蒙（P. Ramond）、纳吾（A. Neveu）和施瓦兹（J. Schwarz）分别在世界面上引进费米场。要知道，世界面上的变量完全对应于单个弦态的性质，这和粒子很类似。我们描述粒子时，在粒子运动起来的世界线上引入“标量场”，一个标量场其实就是一个时空维度，世界线上的某一点上的所有标量场的取值决定了该点在时空中的位置。同样，弦的世界面上一点的标量场也决定了该点在时空中的取值。那么，费米场会带来什么？简单的解释就是我们引进了费米“时空维度”，这样的维度当然和真正的时空维度不一样，但确实带来了新的自由度。我们也可以在粒子的世界线上引入费米场，费米场的量子化带来狄拉克矩阵，所以世界线上的费米场使描述自旋为半整数的粒子成为可能。雷蒙当初引入世界面上的费米场同样是为了引入时空中自旋为半整数的弦态。

在弦论的最初6年间，人们没有意识到弦论可以用来描述引力，尽管弦论含有任意高的自旋态。物理学史和人类活动的其他历史一样，在每个固定的阶段，我们只看到我们想看到的。那个时候，弦论的发展可以说完全是被实验所驱动，所有努力都是和描述强相互作用有关，包括在两维世界面上发现超对称：有了标量场和费米场，使世界面上的超对称成为可能。两维超对称只是一个附带的发现，大家关心的是如何使得 $\pi$ 介子的质量更接近实验数值，如何描述自旋为半整数的共振态。

早期弦论中最著名的发现，或者毋宁说最让人不快的发现，是时空维度不能任意，特别是，不能等于4。现在最流行的证明是只有当弦论的时空维度等于26（纯粹玻色弦），或者10的时候（超弦），弦论才有狭义相对论的不变性。但最初导致发现玻

色弦必须在26维时空中运动的原因与洛伦兹不变性无关。洛甫雷斯（C. Lovelace）在研究开弦的单圈图时，发现了一个割线奇异点，这和么正性矛盾，为了将这个割线奇异点变成单极点，时空维度必须是26。这个时候，这个单极点对应于一个闭弦态。所以，人们很早就知道了没有一个仅含开弦的理论，因为闭弦态总会作为中间态出现。这个理由当然很形式。一个更加直观的理由是，如果一个开弦可以在中间的任何一点断开形成两个开弦，那么一个开弦的两个端点当然会连接起来形成一个闭弦。

弦论的发展在任何一个时期都充满让后来人觉得难以把握的细节，上面谈到的就是一个例子。西谚说的“魔鬼在于细节”，讲的就是这个意思。后来的教科书总是循着逻辑展开，其实逻辑发展的每一步在真实的历史上都会涉及曲折的故事。最近流行回忆弦论发展的第一阶段的历史，这很自然，因为40年前对弦论做出贡献的人在那时一般都还很年轻，现在则是已经退休或临到退休了，正是适合做回忆的年纪。

1973年，非阿贝尔规范场论被发现具有渐近自由的特性，就是说，当能量很高时，相互作用变得越来越弱。换句话说，当带有色荷的粒子的距离很近时，耦合常数就很小，这和当时在SLAC的实验数据吻合。所以，量子色动力学很快取代了对偶模型成为强相互作用理论，并且和弱电的规范理论合流，逐渐演变成今天的粒子标准模型。这是为什么对大多数人来说，对偶模型发展到1974年就嘎然而止了。

然而1974年却是一个认识飞跃发生的年头。美国的谢尔克（J. Scherk）和施瓦兹，日本的米谷民明（T. Yoneya），几乎同时指出对偶模型其实还可以用来作为量子引力理论，可能米谷民明的发现还要自旋为2的态是无质量的，这和引力子的性质一样。

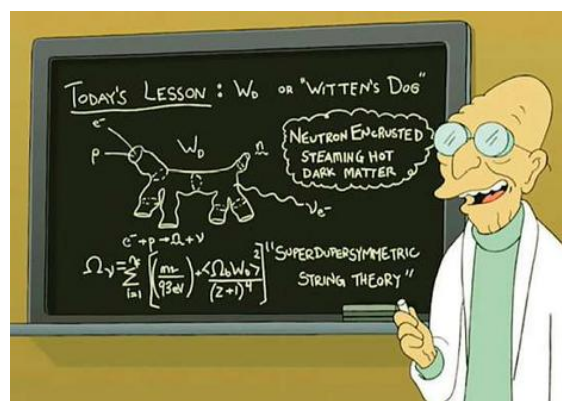


图3

不但如此，这些人还证明了，自旋为 2 的态的相互作用形式在低能极限下和爱因斯坦的理论完全一样。所以，虽然量子色动力学取代了弦论成为强相互作用理论，我们现在却可以将弦论看成量子引力理论。在某种意义上，这是一个更大的成就，因为量子引力理论是一个比强相互作用更加困难的理论。

在 1974~1984 年期间，只有少数几个人在坚持研究弦论，包括上面提到的谢尔克和施瓦兹，还有一个是施瓦兹的合作者格林 (M. Green)。那时，即使是米谷民明，也开始转向研究量子色动力学。不过，米谷民明研究的是量子色动力学困难的那部分——非微扰量子色动力学。可以说，量子引力和量子色动力学中的色禁闭问题是高能物理中的两大理论难题。在那个弦论被主流所遗忘的 10 年间，格林和施瓦兹做出了很多重要发现，如发现了超对称弦论，发现了 10 维超弦在低能极限下产生超引力和超对称规范理论。到了 1984 年，他们又做出了最大的发现，在含有开弦和闭弦的超弦理论中，当规范群是固定的两种群时—— $SO(32)$ ,  $E_8 \times E_8$ ，理论没有量子反常，也就是说，理论在微扰层次上是自洽的。这个发现直接导致了 1985 年的弦论第一次革命。

现在回过头来看看，1984~1985 年的三项引发弦论第一次革命的工作，另外两项在当时也许起到了历史作用，其深刻程度，应该比不上发现弦论是自洽的量子理论的工作。这另外两项工作分别是，霍洛维茨 (G. Horowitz) 等人用卡拉比-丘 (Calabi-Yau) 流形紧致化得到看上去比较接近真实世界的规范群，格罗斯 (D. Gross) 等人构造了所谓的杂化弦。

前面提到，超弦理论只有在 10 维时空才是自洽的。要过渡到 4 维时空，我们就得将其中 6 维空间变成一个微观的紧致流形，而卡拉比-丘流形就是这样一种流形，且具备一个特点，能够将一个 10 维时空中的超对称破缺成 4 维时空中的超对称。过渡到 4 维时空之后，剩下的无质量场与具体的卡拉比-丘流形有关。后面我们要谈到，其实卡拉比-丘流形紧致化只是做了第一步，要得到和现实世界接近的模型，还有几步要走，并且这些步骤是否是严格正确的也存在争论。至于格罗斯等人构造的两种杂化弦，当然是几种弦中的重要两种，即使 1985 年没有被构造出来，相信很快也会被构造出来。

卡拉比-丘流形紧致化起到的历史作用就是鼓励很多人投入弦论研究，认为弦论不仅是一个自洽

的量子引力理论，还和标准粒子模型很近。在 1985 年之后的两三年，用类似紧致化的方式研究弦论的唯象文章很多，现在看来，这些文章虽然不是一无是处，但离真正的唯象还很远。杂化弦起到的历史作用和紧致化类似，因为杂化弦在 10 维时空中只有一个超对称，紧致化到 4 维也可以只有一个超对称，而所谓的 II 型闭弦就做不到这一点，至少在那个时候人们以为做不到这一点。杂化弦的另一个作用是将人们带出 1984 年以前的弦论的思维定势，因为人们开始认识到共形不变性才是弦论的一个工作原理 (working principle)，这样就可以构造出很多不同的弦论模型。

共形不变性是 1984 年之后弦论研究的一个核心。我们前面说过，这种不变性不是时空中的对称性，而是弦运动起来的世界面上的对称性。非常令人惊讶的是，如果我们在世界面上要求共形不变性，那么时空中的场就不能是任意的。弦在时空中运动的时候，和这些场有耦合，这些耦合反映到世界面上就是给出不同世界面上的场论。如果我们要求这个二维场论是共形不变的，那么时空中的场必须满足一些微分方程，在低能极限下（或者场的缓变极限下），这些微分方程就是场的运动方程。例如，时空中的几何（即度规），在两维面上的场论中决定标量场的运动学部分，共形不变性要求时空度规满足爱因斯坦场方程！所以，共形不变性成了弦论一次革命后的研究主题，这种研究热潮带来了几个研究领域的融合和交互影响——弦论、二维统计模型，可积系统。所以，如果我们事后为弦论是否是正确理论进行争论时，不能忘记弦论带来的对其他领域的影响。

弦论一次革命的核心内容在 1 年左右的时间内已被完成，在后来的漫漫 10 年中，可以说人们做的只是后续技术性工作。作为研究生，我在 1985 年夏天到意大利德里亚斯特市郊的国际理论物理中心参加夏季讲习班，那个讲习班就是关于弦论的，见到了当时呼风唤雨的大人物，也看到了很多在国内不易看到的预印本。不过，我虽然能够及时得到这些信息，却不能很快走到主流中游泳，原因很简单，我那时太年轻了，没有人能够在弦论上直接指导我做什么。说到预印本，这个名词现在消失了，年轻学生没有怎么听说。互联网的兴起帮助了大家，其实在网上建立研究文库，即 arXiv，是研究弦论的一些人首先做的。在 1985 年前后，国内一些地方可以

看到部分预印本，数量极为有限，比较全的是理论物理研究所，所以那个时候这个所可以得风气之先。现在，这个信息优势完全没有了，感谢互联网。当然，什么东西有好处也有坏处，互联网使传播文章如此容易，同时在心理上对一部分人产生了极大影响，结果就是文章写得越来越多，对质量失去要求。我这么说是基于一个设想：假如我们还需要打字机来写论文，效率的低下就会使我们在写“水文”时三思而行。

也是在第一次革命后不久，一些人开始研究宇宙学常数问题。在时空超对称存在的情况下，人们可以证明宇宙学常数到两圈图是等于零的，现在我们则认为宇宙学常数在那些情况下严格等于零。有人也许会站出来说这个证明很简单，因为超对称代数告诉我们宇宙学常数必须等于零。不过，这是在假定超对称不仅在树图近似下没有破缺，在计及量子修正后也没有破缺。而我们现在相信的就是量子修正没有破坏超对称，从而宇宙学常数等于零。当然，当超对称的数目减小到极小时，即4维时空中只有一个简单超对称，超对称就可能被量子效应破坏了。当这件事发生时，我们不能保证宇宙学常数还等于零，事实上，宇宙学常数一般变得很大。所以，超对称和超弦模型没有解决宇宙学常数问题。

在1988~1994年间，不少人在威滕（Witten）的影响下研究拓扑场论、拓扑引力和拓扑弦论，虽然这是很有意思的领域，我个人觉得，除了威滕自己外，很多人付出的精力与收获并不匹配。威滕后来因拓扑场论和超对称规范场论的研究，对数学的一个分支微分几何做出很大贡献，这是数学界所公认的。从物理角度来看，我不知道我们从这些工作中得到多少洞察，因为，无论是拓扑场论还是拓扑引力，自由度是有限的，这和我们目前最关心的物理问题关系不大。例如，我们很难想象暗能量或黑洞的量子性质会与很有限的自由度有关。即使有一段时期，有些人猜测弦论存在一个拓扑相，即当能量很高时，自由度剧烈减少，我们也看不到这和拓扑弦论有任何关系。

在那个时期，另一个占用了很多人数年研究时间的方向是低维弦论，这里的低维指的是小于或等于2维的时空。1989年，人们发现简单的矩阵理论在大 $N$ 极限下（即当矩阵的秩很大时），可以用来

描述低维弦论，这个发现导致一个持续几年不衰的研究热潮。我本人在美国第一个有影响的工作就是在这个方向上做出的。尽管前几年因为不同的原因很多人又回到了2维弦论，我们可以下结论说，在这个方向上得到的结果并没有太大的普适性。当2维弦论重新被一些人捡起来的时候，我已经开始将部分精力放在研究宇宙学上面，我觉得这是正确的选择。

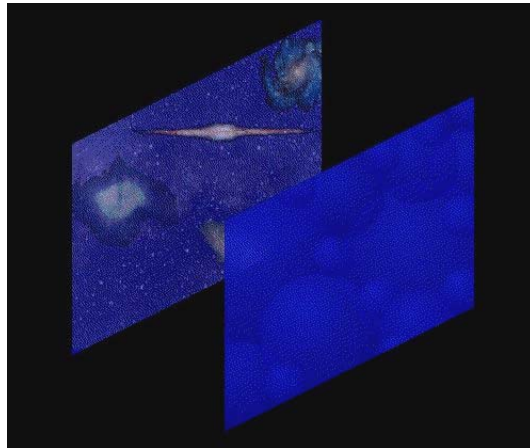


图4 含有整个宇宙的三维膜

在1994年的弦论第二次革命发生之前，有一部分人研究弦论中的膜，这在当时是一种“小众”行为，现在来看，是最具有眼光的选择。为什么大多数弦论研究者对膜不感兴趣呢？这还得从弦本身说起。我们知道，一个粒子的作用量是它的本征时，本征时微分元的平方是坐标微分元的二次式，所以粒子作用量是非线性的。同理，弦的作用量是它的本征面积，该作用量也是坐标的非线性泛函。我们量子化粒子和弦的时候，可以利用一些技巧将作用量简化，从而得到一个线性问题。这些技巧不能推广到高于一维的膜上。例如，当我们考虑一个两维膜时，其世界体是一个三维的时空，膜的作用量定义了一个三维量子场论，这个量子场论是不可重整的，从而我们不知道如何获得膜的谱。尽管存在这些本质上的困难，还是有极少数人研究弦论中的膜，因为这些膜作为弦论或超引力中的经典解是存在的，它们一定会在弦论的动力学中起到作用。事实证明，膜是1994年以后直到今天弦论发展中的最重要序概念。

（安徽省合肥中国科学技术大学 230026）