

偏大还是偏小

叶安荣

物理学是一门以实验为基础的自然科学，实验在物理教学中占有重要地位，随着课程改革的推进，实验比重不断增加，物理实验设计与分析能力的培养在新课改中越来越重要，特别是近年高考卷中的物理实验题，鲜明地代表着高中物理课程改革的方向。实验题与思维能力相关性明显，常有较大的灵活性，教学中师生普遍反映实验部分难以把握。有一道电学实验题，分析误差时，测量值偏大还是偏小，引起了师生们的激烈争论。

题目：要测一个定值电阻。实验器材规格如下：待测电阻 R_x （约 100Ω ），直流电压表（量程 $0\sim 3V$ ，内阻约 $15k\Omega$ ），直流电源（输出电压约 $4V$ ，内阻不计），

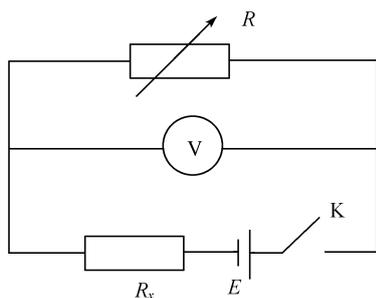


图 1

电阻箱（阻值范围 $0\sim 999.9\Omega$ ，允许最大电流 $1A$ ），电键及导线若干，根据器材的规格和实验要求，设计如图 1 所示的电路图。

（1）根据电路图，电阻箱读数为 R_1 时，电压表读数为 U_1 ；电阻箱读数为 R_2 时，电压表读数为 U_2 ；用测定的实验数据写出计算 R_x 的表达式：
 $R_x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

（2）测得的 R_x 值比真实值 $\underline{\hspace{2cm}}$ （填“偏大”、“偏小”或“相等”）。

分析与解：（1）由闭合电路欧姆定律得

$$E = U_1 + \frac{U_1}{R_1} R_x, \quad E = U_2 + \frac{U_2}{R_2} R_x,$$

$$\text{解得 } R_x = \frac{(U_1 - U_2)}{U_2 R_1 - U_1 R_2} R_1 R_2. \quad (1)$$

对于此问，师生无异议。

（2）此问出现两个不同的观点和结论。

观点一：由 $E = U + IR_x$ ，

$$R_x = \frac{E - U}{I} = \frac{E - U}{U} R. \quad (2)$$

由于电压表的分流，通过 R_x 的电流大于 U/R ，实际通过 R_x 的电流为 $I = \frac{U}{R_{\text{并}}}$ ，

$$E = U + \frac{U}{R_{\text{并}}} R_x, \quad R_x = \frac{E - U}{U} R_{\text{并}}. \quad (3)$$

式（2）是 R_x 的测量值，式（3）是 R_x 的真实值，对于一组数据， U 相同， E 不变， $R > R_{\text{并}}$ ，可得 R_x 测量值大于真实值。

观点二：把 R_x 等效移到电源内部，图 1 等效成为测电源电动势和内电阻电路，如图 2，其中 $r = R_x$ 。这是相对电源而言的电流表外接法测量电路

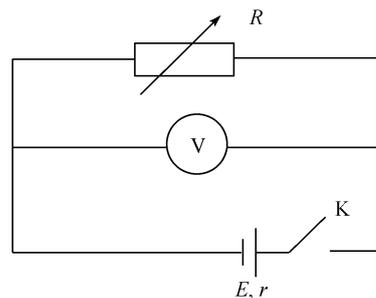


图 2

（图 3）的一种变换，电压表既测量外电压，又结合电阻箱阻值得到通过电阻箱的电流。由伏安法测电阻规律知，外接法测电阻测量值偏小（此结论本文证明从略），即 R_x 测量值小于真实值。

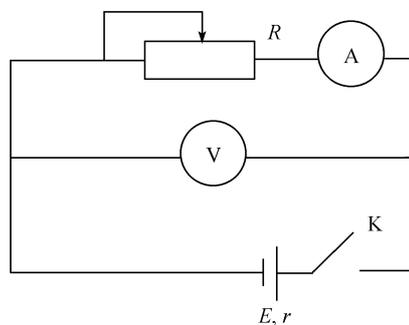


图 3

本题 R_x 测量值到底是偏大还是偏小，双方各执一词，似乎都有道理。细心读题，注意题目中电源输出电压约为 $4V$ 。既然输出电压准确值未知，则仅凭一个方程无法解出 R_x ，这表明观点一的分析有问题。有人会反驳说即使输出电压准确值未知，它毕竟是个确定数值，每组 $\frac{E - U}{U}$ 值仍是确定的，观点

一有何不对之处？两个式子都表明测量值偏大，难道组合在一起就结论相反了？笔者经过较深入思考，尝试着用公式法、图像法探究出其中的奥妙。

1. 公式法

写出 R_x 真实值表达式，设电压表内阻为 R_v

$$E = U_1 + \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_v} \right) R_x,$$

$$E = U_2 + \left(\frac{U_2}{R_2} + \frac{U_2}{R_v} \right) R_x,$$

$$R_x = \frac{(U_1 - U_2)R_1R_2}{(R_1U_2 - R_2U_1) + \frac{U_2 - U_1}{R_v}R_1R_2}. \quad (4)$$

真实值表达式 (4) 比测量值表达式 (1) 只是在分母上多了一项 $\frac{U_2 - U_1}{R_v}R_1R_2$ ，其他相同。不失一

般性，令 $U_1 > U_2$ ，则 $I_1 < I_2$ ，即 $\frac{U_1}{R_1} < \frac{U_2}{R_2}$ ，也即 $R_1U_2 - R_2U_1 > 0$ ，所以在式 (4) 中，分子为正，分母括号项为正， $\frac{U_2 - U_1}{R_v}R_1R_2$ 为负。与式 (1) 比较可知，

式 (1) 值小于式 (4) 值，即电阻测量值偏小。

这种方法虽然证明了观点二的正确，但是较繁琐，并且对于观点一没能给出明确的证伪。

2. 图像法

R_x 阻值是确定的，遵循欧姆定律。结合本题作出 R_x 伏安特性曲线，如图 4。其中图线 a 是真实图线，图线 b 是本题测量图线，二者交于一点，对应电阻箱电阻为零，电源电压全加在电阻 R_x 上，此状态电压表两端电压为零，通过电阻 R_x 电流测量值等于真实值。在其他工作点时，电压表两端均有电压，加在电阻 R_x 电压越小，电压表两端电压就越大，通过电阻 R_x 电流测量值大于真实值就越多。比较图线 a 、 b ，易知电阻测量值偏小。

再看图线 b 上两点 1、2，对应两次测量点，如取一组数据分析，连接点 1 与原点得图线 c ，此图线即为观点一情形，比较图线 a 、 c ，易知电阻测量值偏大。即使电源输出电压等于 $4V$ ，如只用一组数据测量，电阻测量值的确偏大。从点 1 到 2， R_x 电压增加，电压表读数减小，图线 c 斜率减小，反映电阻 R_x 测量值虽然偏大，但是偏差越来越小，逐渐接近真实值。

可以说，图像法完满地解决本题的争论。针对图 4，顺便提一下 $R = \frac{U}{I}$ 与 $R = \frac{\Delta U}{\Delta I}$ 含义不同。前式是电阻定义式，普遍适用，在伏安特性图像中表现为工作点与原点连线的斜率（纵轴为电压时），如图 4 中图线 a 和 c 。当阻值变化时，为相应工作点实际电阻值。后式只是定值电阻定义式的推论，在伏安特性图像中表现为工作点的切线斜率，定值电阻工作点与原点连线的斜率和各工作点的切线斜率相同，电阻值变化时，工作点的切线斜率无意义。

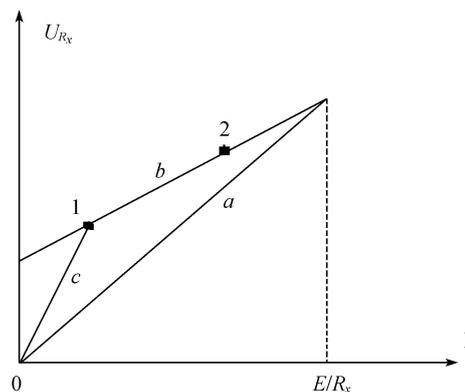


图 4

(江苏省句容高级中学物理组 212400)

科苑快讯

龙舌兰酒可以变成钻石

有时最平淡无奇的东西却往往具有不可思议的用途，不过恐怕谁也难以料到墨西哥特产龙舌兰酒竟能制造钻石。墨西哥新莱昂大学 (University of Nueva Leon) 的莫拉莱斯 (Javier Morales) 和同事发现酒精度为 40% 的龙舌兰酒的 850°C 热蒸气，在硅或不锈钢表面沉积能够形成钻石薄膜。

研究者以脉动液体注射化学气相沉积技术组建薄膜生长，然后利用扫描电子显微镜和拉曼光谱观察这些沉积物。这些球状结晶的尺寸为 $100\sim 400$ 纳米，显示出钻石的拉曼谱带特征。合成过程需要氢、氧和碳的参与，同时还有丙酮和水的混合物，不过实验剩余的龙舌兰酒是不能饮用的。

(高凌云编译自《欧洲核子研究中心快报》2008 年第 10 期)