



# 哈密顿动力学的优越性

林景波

偶然拜读了贵刊在2006年第5

期中刊登的文章《哈密顿和哈密顿力学》后颇有感触，该文谈及了哈密顿动力学的优越性问题，为了能够让读者更为全面清楚地了解这一问题，本文将哈密顿动力学与拉格朗日动力学进行比较再进一步做一些补充和总结。

拉格朗日动力学用广义坐标  $q_\alpha$  和广义速度  $\dot{q}_\alpha$  描述力学体系的运动，它是以拉格朗日方程为基础建立起来的力学体系。而哈密顿动力学则用广义坐标  $q_\alpha$  和广义动量  $p_\alpha$  描述力学体系的运动，它是以哈密顿原理和哈密顿正则方程为基础建立起来的力学体系。把  $(q_\alpha, \dot{q}_\alpha)$  称为拉格朗日变量，而把  $(q_\alpha, p_\alpha)$  称为哈密顿正则变量（也简称正则变量），哈密顿动力学由于使用了正则变量，所以具有很大的优越性，现概述如下：

(1) 在哈密顿动力学中使用了正则变量  $(q_\alpha, p_\alpha)$  之后，给出了更多的变换变数的机会。当选取了适当的坐标变换时，就有可能得到更多的循环坐标，这对求解动力学问题具有实际意义。这是由于引入了广义动量作为正则变量，使得  $p_\alpha$  和  $q_\alpha$  处于对称和平等的地位， $p_\alpha$  同  $q_\alpha$  一样也起着独立参量的作用，从而使得坐标变换扩大到包括  $2s$  个独立变量  $q_\alpha, p_\alpha$  的变换。与之相比，在拉格朗日动力学中仅有广义坐标  $q_\alpha$  可以独立进行坐标变换。

(2) 由于拉格朗日微分方程组都是二阶的，从一般数学角度考虑，自然会产生能否把它降为一阶微分方程组的想法，而从物理角度考虑，拉格朗日函数所采用的独立参量是体系的广义坐标  $q_\alpha$  和广义速度  $\dot{q}_\alpha$ ，它们是描述力学体系状态的运动学参量，

不具有动力学性质，因此它们不能更深刻地反映物质运动状态的固有属性。而在哈密顿动力学中，广义动量  $p_\alpha$  包括了物体运动的固有属性——质量  $m$ ，所以广义动量  $p_\alpha$  比广义速度  $\dot{q}_\alpha$  更富有物理意义。由此可断定， $p_\alpha$  的表达式比  $\dot{q}_\alpha$  的表达式更具有理论价值。

(3) 拉格朗日动力学中，把循环坐标  $q_i$  又叫做可遗坐标，但在那里使用“可遗”的字样，并不真正是名符其实的。只有在哈密顿动力学中，循环坐标  $q_i$  才真正是可遗坐标。这是因为拉格朗日函数  $L(q_\alpha, \dot{q}_\alpha, t)$  虽然不含有循环坐标  $q_i$ ，但可以含有相应的广义速度  $\dot{q}_i$  这个变数，这仍然是属于  $s$  个自由度的问题。而在哈密顿函数  $H(q_\alpha, p_\alpha, t)$  中，不仅不含有循环坐标  $q_i$ ，而且所包含的相应的广义动量  $p_i$  是常数，可以说，这一个自由度已解出，只要把其它自由度解算完就可以了。因此，在哈密顿动力学中，循环坐标才真正是可以遗去的坐标。

(4) 从量纲上看，由拉格朗日动力学中的拉格朗日变量  $(q_\alpha, \dot{q}_\alpha)$  发展到哈密顿动力学中的正则变量  $(q_\alpha, p_\alpha)$  也是有优越性的，因为： $[q_\alpha, \dot{q}_\alpha] = [q_\alpha^2/t]$ ，而  $[p_\alpha, q_\alpha] = [Lt]$ 。前者的量纲要由  $q_\alpha$  的量纲来判定，后者的量纲与  $q_\alpha$  的量纲无关，总是“能量×时间”的量纲，“能量×时间”的量纲恰好是“作用量”的量纲，而量子论的量子化条件正是把作用量加以量子化了。哈密顿正则方程虽然是在经典力学范围内得到的，但在它使用了正则变量后，便能被应用到微观和高速领域中去，因此哈密顿动力学中的正则方程被认为是由经典物理学过渡到近代物理学的最方便的形式之一。

(吉林省延边大学理学院物理系 133000)

电视系统的传输要求。

目前国际上数字高清晰度电视传输系统中采用的调制技术主要有：四相移相键控(QPSK)、多电

平正交幅度调制(MQAM)、多电平残留边带调制(MVSB)和正交频分复用调制(OFDM)。

(山东潍坊潍坊学院 261061)