的经历并非只对气象工作者有意义。他冲破了束缚人们思想的堤坝，并为新的研究领域的开辟奠定了基石。在以后的日子里，科学家们发现，和天气一样，许多迥异的领域都对初始条件具有敏感的依赖性。”古老的“钉子理论”更是形象地为我们揭示了因为初始条件的细微改变而带来的巨大差异的结果：一枚钉子，可以影响一个马掌；一个马掌，可以影响一匹战马；一匹战马，可以影响一名战士；一名战士，可以影响一次战斗；一次战斗，可以影响一场战争；一场战争，可以输掉整个德意志！

科学家们立即用混沌这个词来形容这些系统没有规律和无法预测的运作方式。对我们来说，“混沌”概念的提出引起的激动和兴奋是令人诧异的，因为“因由小，效果大”根本不是什么新的见解。在日常生活中，我们每天都会碰到这样的例子：路上的一次错误转向会使我们迷失方向并迟到半小时。当然也有正面的例子。想必大家都在报纸上读到过关于某些幸运儿的报道：他们因为在去机场的路上堵车而幸运的没有赶上半途坠毁的飞机。

那么什么是混沌？自然科学界、哲学社会科学界等都具有自己学科色彩的解释。如：混沌是非周期的有序性；混沌是蕴含着有序的无序运动状态，是有序和无序的对立统一，是从有序中产生的无序状态。又如：混沌是一个简单的决定论系统表现出来的一种随机反复的性态；混沌是不规整的不可预测的，来自决定论的非线性动力学系统的性态。再如：混沌是决定论系统有限相空间中高度不稳定的一种运动。

一般地，混沌可这样来描述：它是从有序中产生的无序运动状态，无序来自有序，无序中蕴含着有序，有序和无序是对立统一的，高一层次上是有序的，而低一层次上是无序的。

## 线性和非线性

如果想将我们的世界划分成可预测的和不可预测的两部分，那么我们应该从哪里入手呢？在这方面，“线性”和“非线性”这两个概念扮演着极其重要的角色。对于所有线性系统来说，细小的偏差值会造成细微的影响，而这种影响是可以估算的，比如我们的收入与工作时间成正比；而金属弹簧或橡皮筋的拉力大约与其拉伸的程度成正比。如果将这些以现行方式的运作的现象归纳起来，我们就能预知大千世界有序的那部分。

但我们也熟悉另一些系统，在那些系统中，微小的变化可能产生极大的影响。这就是非线性系统。这种系统的特征在于，微小的影响——例如微小数据的细微误差——会突然膨胀并改变系统的状态。传统科学理论所描述的线性系统却不然，微小的影响只会导致缓慢的变化。而非线性，却对细微的影响具有难以置信的敏感度。这种敏感反映在天气系统中，就是温度、风速或气压的微小增量在系统中循环反馈，最终会形成巨大的影响。

在混沌系统中，每一事物都通过正反馈和负反馈与其他事务相关联。因此，现实世界某处的蝴蝶的微小振动会用种种的方式改变气温。一些情况交叉在一起，产生的反馈将微小的影响扩大化，并且猝发意想不到的情况。

幸运的是，在混沌系统中也还是存在有序的一面，我们可以借助它来揭开混沌系统的神秘面纱。为使混沌系统中有序的一面清晰可见，研究人员采用了相当明确的描述方法。如果我们把混沌系统的行为放到所谓的“相空间”中，系统就会向我们展示其有序的一面。这种描述方法与地图有几分相似。研究人员也用相似的图片来描述混沌。所不同的是，这些图片上标示的并非经度和纬度，而是其他参数。

让我们来观察掷到碗里的弹子吧。开始的时候，它顺着碗口向碗底滑，然后又从碗的另一边向碗口滚上来。摩擦逐渐使弹子失去了滚动的能量。最终，弹子停在碗底。这时，弹子停在自己的位置不动了，它的速度变成了零。在相空间图中，科学家用一条直线来描述这一运动。直线的起始点标示弹子最初的位置和速度，运动的终点用另一个点来表示。我们会发现一种规律：直线的终点总表示速度为 0，位置为碗底最深的状态。因为相空间中的这个“点”看起来似乎吸引这个弹子的轨迹，人们称它为“吸引子”，说得确切一点，是“不动点吸引子”。吸引子是相空间图中最重要的环节。而在洛伦兹的例子中，他也用相空间图来描述天气系统，但天气系统在相空间里的图形并不是我们所熟悉的不动点吸引子，这种图形看起来像一对耳朵。我们称它为“奇怪吸引子”。

吸引子的概念最早是由法国数学家 R.Thom 提出的，这里所说的“吸引”不是实际的吸引力，而是系统变化的趋向，而奇怪吸引子是这么一种趋势，在具有非整数维数的耗散系统中，相空间自由度减少，稳定性增加的同时，系统会经过高级的有序阶段发展到混沌阶段，使得相空间在收缩的同时又出

现局部不稳定的情况，可以这么认为，耗散系统中有序与无序的统一、确定性与概率性并存等辩证统一的关系，都是通过奇怪吸引子表现出来的，这也就解释了为什么到目前为止，混沌学中人们研究最多的就是奇怪吸引子。奇怪吸引子的创造人之一Takens 曾对奇怪吸引子作过一个形象的比喻：他把奇怪吸引子比作一个毛绒球，尽管它有一个比较明确的边界，但其中的“线”可以有许多头，每一个头都代表一条轨线的初始点。

## 分形——大小各异的双生儿

谈到混沌，许多人会想到“不规则图形”这个概念。它们不仅有趣，而且是以某种方式对自然的再现。分形研究的奠基人是数学家曼德布罗特，他发现了“自相似现象”的存在，无论是电话里的噪音，还是大自然中的树木，都不同程度的表现出自相似性。树枝和血管都是按照相似的模型不断分叉而形成的，如果我们从中取出一小块并把它放大，我们会发现它与原先的整体相似。曼德布罗特称这些具有自相似的物体为“分形”或“分数维”。 曼德布罗特用“分形”来描述自然界中传统欧几里德几何学所不能描述的一大类复杂无规的几何对象。例如，弯弯曲曲的海岸线、起伏不平的山脉，粗糙不堪的断面，变幻无常的浮云，九曲回肠的河流，纵横交错的血管，令人眼花缭乱的满天繁星等。它们的特点是极不规则或极不光滑。直观而粗略地说这些对象都是分形。

分维的概念我们可以从两方面建立起来：一方面，我们首先画一个线段、正方形和立方体，它们的边长都是 1。将它们的边长二等分，此时，原图的线度缩小为原来的 1/2，而将原图等分为若干个相似的图形。另一方面，

图 2

当我们画一根直线，如果我们用 0 维的点来量它，其结果为无穷大，因为直线中包含无穷多个点；如果我们用一块平面来量它，其结果是 0，因为直线中不包含平面。那么，用怎样的尺度来量它才会得到有限值呢？看来只有用与其同维数的小线段来量它才会得到有限值，而这里直线的维数为 1（大于 0、小于 2）。与此类似，如果我们画一个 Koch 曲线（如图 2），其整体是一条无限长的线折叠而成，显然，用小直线段量，其结果是无穷大，而用平面量，其结果是 0（此曲线中不包含平面），那么只有找一个与Koch 曲线维数相同的尺子量它才会得到有限值，而这个维数显然大于 1、小于 2，那么只能是小数（即分数）了，所以存在分维。

为什么命名为“分数维”呢？很简单，因为这个名称指出了这些对象的维数，他们的微数是分数，它的值不是 1、2 或 3，而是类似 1.26 或 0.63 这样的数值。曼德布罗特有了一个极好的例子，生动地说明了我们的世界其实是崎岖而充满褶皱的。他问自己：“英国的海岸线有多长？”我们一定以为这是个简单的问题。只要打开地图，量一量海岸线的长度，然后根据比例尺进行换算就能很快地得出结论。但问题是，如果我们换一张清晰度更高的地图的话，我们就会发现海岸线变长了。小海湾会不断地出现，而这些小海湾和半岛也是我们必须测量的。我们可以随意地把这个游戏继续下去，至少可以分解到原子的表面。因此，曼德布罗特得出的结论是：所有的海岸线是无限长的。

## 混沌理论的鉴识

过去的几百年中，我们一直用一种分析、定量、对称而又机械的眼光来看待这个世界。混沌帮助我们解脱出来，我们开始把世界想象成各种模式的流动，其特有的魅力使世界变得更为生动活泼。混沌理论教导我们，当我们心里的想法发生转变时——通过放大和分叉——我们的自由度也随之扩大，我们就能体验到真实和存在。我们将变得更有创造性，而那才是真我之所在。

过去我们只知道，确定的系统只有确定的结果，现在我们更知道，确定的系统也可以有不确定的结果，这是非线性动力系统的内在随机性。过去我们总认为“海岸线有多长？”、“湍流中有多少涡旋？”、“现在气候变暖了”的提法是正确的，但是现在知道这些提法都是不适合的，因为海岸线的长度、涡旋的个数、气候的冷暖都是随尺度变化而变化的。混沌，这个在中外文化渊源悠久的词，正在成为具有严格意义的科学概念，成为一门新科学的名字——越来越多的人认识到，这是相对论和量子力学问世以来，对人类整个知识体系的又一次巨大冲击，这也许是 20 世纪后半叶数理科学所做的意义最为深远的贡献。

（付洪艳　蔡燃　首都师范大学物理系　100037
雷凤兰　北京农业职业学院　102442）