

卡文迪许称量地球

牟晓东

一、称量地球的难题

从 17 世纪末开始，不断有科学家设想称量出

地球的质量，但由于人本身就生活在地球之上，如果想象称量普通东西那样称出地球的质量，似乎这是个不可思议的难题。当时人们已经知道地球的体积是 1.083×10^{21} 米³，如果能求出地球的密度，再利用公式“质量 = 密度 × 体积”不就可以解决了吗？但问题是构成地球各部分物质的密度是不同的，而且它们在整个地球中所占的比例也各不相同，根本无法知道整个地球的平均密度是多少，因此一些权威开始断言：“人类永远不会知道地球的质量！”

二、牛顿与布格爾的努力

发现了万有引力定律后，牛顿和很多科学家都发现利用万有引力的公式完全可以求出地球的质量，不过这需要几个数值：一是地球对一个已知质量的物体的吸引力，它实际上就是物体受到的重力，这很容易测得；另一个是地球和这个物体之间的距离，这可以用地球的半径代替；最后一个也是最关键的是“万有引力常数”，这个数值虽然当时还不知道，但在理论上是可以从在地面上直接测量两个已知质量物体之间的引力而求出来。

牛顿的这种称量地球的方法原理是完全正确的，像这种“间接测量法”与我国古代的“曹冲称象”很相似，区别是曹冲称象利用的是物体浮力定律，而牛顿则是利用万有引力定律。但这个“万有

维数不能小于 3。也就是说低维空间对高级生命来说太简单了，仿照捷克作家米兰·昆德拉的著名小说《生命中不能承受之轻》的名字，我把这个结论概括为“生命不能承受‘低维’之简”。

四、生命不能承受“高维”之变

那么，为什么我们不能生活在高于三维的空间中呢？这需要在物理学里面找答案。1917 年荷兰物理学家埃伦费斯特最早从物理系统的动力学要求出发，进行了深入研究，排除了我们生活在高维空间的可能性。

从宏观层次看，大哲学家康德在历史上最先认识到三维空间与牛顿的万有引力定律之间的存在深刻的联系。他认为，既然在三维空间里万有引力定律是 $F \propto \frac{1}{r^2}$ ，那么在 n 维空间里万有引力定律应该

是 $F \propto \frac{1}{r^{n-1}}$ 。从这一关系式出发，埃伦费斯特证明

了：在四维空间或更高维数的空间里，日地系统中地球的圆周或椭圆轨道不稳定，不可能存在稳定的太阳系，因此也就不存在产生生命的环境。对数学证明感兴趣的朋友，可参见南京大学周衍柏教授的《理论力学教程》第 83 页到第 85 页，须利用泰勒

级数的展开和常微分方程的求解，得出 $n > 3$ 时轨道不稳定的结论。

从微观层次看，原子内部电子绕原子核旋转，会受库仑引力，与行星绕太阳旋转时受到的万有引力的情景相似，而且库仑力和万有引力都是与距离的平方成反比，所以可以从“高维空间不存在稳定的太阳系”出发，类比得到“高维空间不存在稳定的原子结构”的结论。当然严格地证明应该用量子力学的薛定谔方程，在 20 世纪中叶其他物理学家做了这方面的研究，更加强有力地证明了：在四维空间和更高维数的空间里，电子的最终命运是一边发出辐射，一边落入原子核内，不会形成任何原子，这意味着任何原子都不稳定，当然就不能形成分子，也就不能产生植物和动物了。

可见，在高于三维的空间中，太阳系和原子都是不稳定的，我把这个结论概括为“生命不能承受‘高维’之变”。

至此我们可以说，三维空间是非常特别的，可谓得天独厚。只有在三维空间里，才可能有太阳系，有原子、分子，有植物、动物，最终才会有今天生活在地球上的我们。

(重庆清华中学 400054)

引力常数”数值实在是太微小了，测量起来十分困难，虽然牛顿精心设计了好几个实验想直接测出两个物体之间的引力，但均以失败告终。因为一般物体之间的引力非常非常微小，以至于根本测量不出来。于是牛顿感到非常失望，甚至最终当众宣布：“想利用测量引力来计算地球质量的努力将是徒劳的。”

1750年，法国科学家布格尔从厄瓜多尔的琴玻拉错山顶沿悬崖吊下一根垂线，线的下面拴着一个铅球。他想先测量出垂线因受到山的引力而偏离的距离，然后根据山的密度和体积算出山的质量，最后求出“万有引力常数”。可惜这个实验还是因为引力实在太小而失败，铅垂线偏离的距离也几乎测量不出来。于是，称量地球成了无法攻克的著名难题，甚至有人称这是物理学上的禁区。

三、卡文迪许用“扭秤”解决难题

卡文迪许从十几岁开始就研究这个问题，决心设计新实验来解决它。1750年，卡文迪许听说剑桥大学的米歇尔在研究磁力时使用了一种巧妙的方法，可以观察到微小力的变化，于是立刻前去请教。原来，米歇尔先是用一根石英丝将一块条形磁铁横吊起来，再用另一块磁铁去吸引它，这时石英丝就开始扭转，于是磁引力的大小就很清楚显示出来了。卡文迪许由此受到了很大的启发，立刻仿制了类似的一套装置：在一根细长杆的两端各安一个小铅球，做成一副小“哑铃”；再用一根石英丝将“哑铃”横吊起来。卡文迪许的想法是：如果用两个大一些的铅球分别移近两个小铅球，由于铅球之间存在引力，“哑铃”一定会发生摆动，石英丝也会随着扭动，这时只要测出石英丝扭转的程度就能求出引力了。

这个设想从理论上讲是完全正确的，但卡文迪许实验了许多次都没有成功。失败的原因仍是引力实在太微弱了，比如两个1千克重的铅球在相距10厘米时，二者间的相互引力只有十亿分之一千克。如此微小的力，没有特别精密的仪器哪能测量出来？受当时条件的限制，卡文迪许几乎完全靠肉眼观察来确定石英丝的变化，的确是无法完成。虽然在实验时石英丝肯定发生了扭转，但程度极其微小，根本无法觉察，如果能将这肉眼发现不了的扭转加以放大的话，成功就在眼前了。

一天，卡文迪许在去皇家学会开会的路上看到几个小孩正在做游戏：每人手里拿着一面小镜子来反射太阳光，互相照着玩。卡文迪许注意到小镜子

在手中只要稍一转动，远处光点的位置就发生很大变化。受到启发后的卡文迪许马上掉头跑回

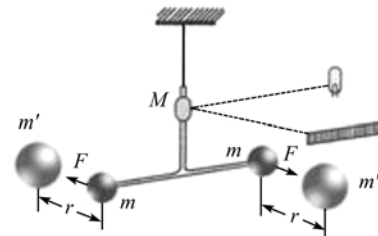


图1 卡文迪许实验示意图

实验室对自己的实验装置进行了一番革新：将一面小镜子固定在石英丝上，用一束光线去照射，光线被小镜子反射到一根刻度尺上。这样，只要石英丝有一点极小的扭动，反射光就会在刻度尺上明显地表示出来。扭动被放大了，实验的灵敏度大大提高了，这就是著名的“扭秤”实验法。实验时，把两个质量都是 m' 的大球放在如图1所示的位置上，它们跟小球的距离相等。由于 m 受到 m' 的吸引，T形架受到力矩作用而转动，使金属丝发生扭转，产生相反的扭转力矩，阻碍T形架转动。当这两个力矩平衡时，T形架停下来不动。此时金属丝扭转的角度可以从小镜M反射的光点在刻度尺上移动的距离求出，再根据金属丝的扭转力矩跟扭转角度的关系，就可以计算出此时的扭转力矩，进而求得 m 与 m' 的引力 F 。

1798年，卡文迪许终于用自己的“扭秤”实验测出了“万有引力常数”的数值（图2），并且进一步算出了地球的质量： 5.976×10^{24} 千克，即大约60万亿亿吨！不久，太阳的质量也用相同的方法测量出来，是地球质量的33万倍。测出地球的质量后，地球的平均密度就求出来了，为5.52克/厘米³。由于地球表面的密度仅为2.5~3克/厘米³，所以可以推算出地球中心的密度高达7~8克/厘米³。卡文迪许测定出万有引力常数，有力地推动了科学的发展，于是人们把他誉为“第一个称量地球的人”。



图2 卡文迪许在室外用望远镜观测扭秤他誉为“第一个称量地球的人”。

（山东省烟台鲁东大学物理与电子工程学院教育硕士班 265400）