



为什么我们生活在三维空间

李力

唐代大诗人李白有句名言：“天地者，万物之逆旅；光阴者，百代之过客”。这里的“天地”、“光阴”其实就是“空间”和“时间”。我们将着重谈空间。

空间就是“宇宙”，古语说“四方上下为宇，古往今来为宙”，“宇”表示空间，而“宙”表示时间。三维空间的概念也在里面了：“四方”指前后、左右，再加上“上下”，一共三个维度，这就是三维空间。我们来看数学里面怎样定义空间的维数。一条直线上的点用一个坐标 x 就可以确定，所以线是一维的；平面上的点用两个坐标 x 、 y 可以确定，所以面是二维的；我们生活的空间里面，一个点用三个坐标 x 、 y 、 z 才可以确定，所以它是三维的。同样地，发展出 N ($N > 3$) 维空间的概念，其中的点需要 N 个坐标才可以确定，例如在四维空间里，一点需要四个坐标才可以确定。

我们要谈的是为什么我们生活在三维空间，说得明确一些就是为什么我们能够，而且只能生活在三维空间。

看起来这是一个多余的问题。承认三维空间的现实，能够在其中安身立命，不是已经很满足了吗？亚里士多德在《形而上学》开篇就对人性作了如下论述：“人类的本性在于渴望了解事物”。康德也在《实践理性批判》中写下这样一句话，并把它作为座右铭，死后还让人刻在自己的墓碑上：“有两样东西，对它们的思考越深沉、越持久，注入我们心中的惊奇和敬畏就会日新月异、不断增长，那就是我们头上的星空和心中的道德定律”。其实无论是科学、哲学，还是文学、艺术，这一切灿烂的文化得以发展的动力，无一不源自人类的好奇心，不单追问“是什么(what)”，还进一步追问“为什么(why)”、“应该什么(should)”，正所谓“见人之所见，发人之未思，是谓发现”。我想人类除了有功利的目的以外，更应该有形而上的、终极的关怀，否则，怎么

能够自诩为万物之灵呢？

一、不同维数空间里的生活

我们先来看看，生活在不同维数的空间中有什么不同的情景。设想有一个“二维人”，像贴在平面上一样，是一种薄片状生物，只能前后左右四处爬行。我们在平面上画个圆圈就能把他困在里面，除非他能撞破边界，否则没有办法出来，因为他没有“上下”的概念，不能“跨”和“跳”。这样一来，圈内、圈外成了

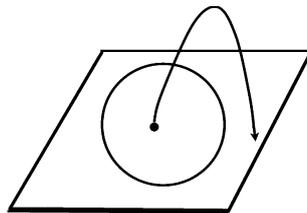


图1 “被困”与“突围”

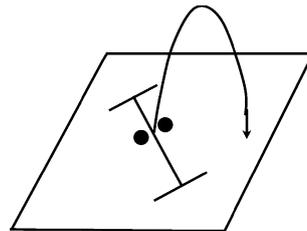


图2 “被锁”与“解锁”

两个不能交流的、分开的世界，真是“鸡犬之声相闻，老死不相往来”。怎样才能突围呢？如果能够赋予“二维人”上下的概念，他就可以找到并且进入同这个平面相垂直的第三维度，通过第三维度跳出来（图1）。同样，在平面上近距离地设置两个固定的障碍物，就可以把一个二维世界的工字形物件给锁住，无论如何也解脱不了。怎样才能解锁呢？可以通过第三维度轻易地把它拿出来（图2）。

我们可以受到启发，我们不是生活在三维空间的吗？用一个封闭而坚固的球面也能把我们困在里面，怎么才能逃出“牢狱”呢？假如空间是四维的，而且我们又知道进出其中的“暗道”，就可以借助第四维度成功地“越狱”。同样道理，不费吹灰之力就可以打开脚镣、手铐，保险箱也不保险了。更有意思的是，难产的孕妇不必剖腹，就可以通过第四维度，把婴儿从母体内安全地取出来。

“二维人”的视野也不能和我们同日而语。假设在平面上有一个不透明的三角形，“二维人”能看见它的一条边，也可能看见它

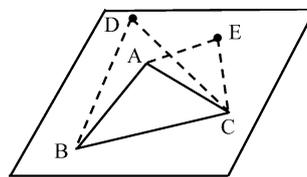


图3 “二维人”的视野

的两条边，但不能同时看见它的三条边（图3）。这表明“二维人”的视野很狭窄，但在三维空间的我们，却能够同时看见三角形的三条边。

看来我们的视野开阔，更加优越，但是别高兴得太早！假设三维空间中有一个不透明的四面体，我们改变位置与角度，可以看见它的一个面，可以同时看见

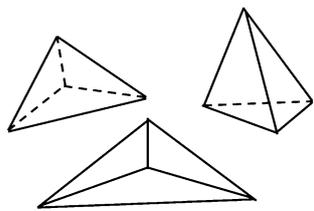


图4 我们的视野

它的两个面，也可以同时看见它的三个面，但不能同时看见它全部的四个面（图4）！可以推想，如果存在四维空间，我们只有跑到其中，才能同时看到四面体的四个面。假如有“四维人”的话，说不定他们此刻正嘲笑我们得意忘形的傻样子！

这表明高维空间对低维空间有一种观察上单向的优势。三维空间的我们可以看到二维空间里的“生活情景”，而“二维人”无论如何也看不到我们的生活情景。同样地，我们也没有能力想象出四维空间甚至更高维空间是什么样子，正因为如此我们不能轻率地否认四维空间的实在性，不能以为它只是一个存在于人的大脑之中的抽象概念，因为“我们不能感知的，未必就不会真实存在”。

四维空间如此迷人，不但令我等俗辈满怀憧憬，还深深地感染了一代艺术天才——毕加索，从而影响了整个20世纪的艺术。

二、毕加索与立体主义绘画

刚才说过，在三维空间里我们不可能既看到一个人的正面，同时又看到他的背面。然而请看毕加索的名画《梳发裸女》，画于1940年，在这幅画里，你同时看到了一名裸体女人的正面腹部的肚脐和背面臀部的中央（图5）。毕加索是不是在借助四维空间，试图突破三维空间对我们视觉的限制呢？



图5 梳发裸女

其实早在1907年，标志毕加索划时代的、立体

主义的开山之作《阿维农少女》，已经在构筑新的空间观念了（图6，请看右下角坐着的少女，你同时看到她的背面的背和臀部以及正面的脸）。在立体主义的绘画语言里，物体的各个视觉小



图6 阿维农少女

块——前面的、后面的、顶上的、底下的、侧面的，都同时跳将出来一齐扑向观众的眼帘。美术评论家以“打破了空间，又重构了空间”来概括其特点。毕加索本人则说：“我并非看着物体在绘画，而是按照自己的思想在绘画。”

再来看毕加索最伟大的作品《格尔尼卡》（图7），画面只用黑白灰三色，综合了象征主义、立体主义、新古典主义和超现实主义的手法：大火中哀号跌落的妇女，拖着伤腿奔逃的妇女，握着断剑倒地的战士，瞪着双眼踏着妇女儿童的野牛（象征法西斯），受了重伤依然昂首嘶鸣的烈马（象征自由斗士），手执油灯在黑暗中惊醒的妇女，一只像灯泡一样的巨大的眼睛正注视着一切（象征法西斯的暴行不可能永远被掩盖）。从那野牛的眼睛就能看出立体主义的画风。这幅画包含着深刻的思想，它凸现了生命从不连续状态，一下子变成连续交织状态的那种混乱而悲惨的场面。“不连续的、个性化的”是生，“千人一面、模糊不清”就是死；“自由民主”难道不是生？“威权专制”难道不是死？这些连续交织的死亡状态的特征，都从立体主义对视觉形象的交叠、错落和切割中得到了强烈地表达。据说，纳粹占领巴黎后，一名很懂艺术的纳粹军官参观毕加索画室，看到《格尔尼卡》的照片，惊讶地问毕加索：“这是你干的？”毕加索断然答道：“不！是你们！”



图7 格尔尼卡

每次欣赏《格尔尼卡》，看着那匹昂首嘶鸣的烈马，总让人想起另一幅风格迥异的国画——徐悲鸿的《哀鸣思战斗，迥立向苍苍》（图 8）。这是一幅写实主义的作品，同样作于抵抗日本法西斯的时代，同样饱含激愤之情和深邃的思想。东方、西方，不同的风格、不同的主义，为什么如此惊人地相似？还有，看着《格尔尼卡》里那只在黑暗中注视着一切的巨大眼睛，不禁联想起上个世纪 80 年代的一首短诗：



图 8 哀鸣思战斗 迥立向苍苍

“黑夜，给了我黑色的眼睛，我却用它寻找光明”。看来人类的文明和文化虽然是多元的，但从根本上说应该是一元的，这是因为人性是共通的，无论种族、国家，大家都谋求幸福，崇尚自由，反抗奴役和压迫，毕竟“人同此心，心同此理”。

有充分的证据表明，从《阿维农少女》开始，毕加索就受到了空间观念的深刻影响。1904 年到 1905 年间，毕加索周围聚集着一帮朋友，人称“毕加索帮”，他们几乎每天都聚会，讨论的问题极为广泛，从文学、艺术到哲学、科学、数学、技术，这帮朋友里有被称为“立体主义数学家”的普兰斯和“先锋派”科幻作家雅利，他们经常讨论空间和几何学的原则，包括非欧几里德几何和四维空间，毕加索正是从中汲取营养，勃发了旺盛的艺术生命。

三、生命不能承受“低维”之简

前面讲的一维或二维空间，的确与我们生活的空间很不同，但是我们为什么不能生活在这些低于三维的空间呢？

一维空间里对象只能是点和线段，内部结构、活动范围都成问题，一维生命之不可能无需多言。

现在来考察二维空间。剑桥大学的物理学家斯蒂芬·霍金认为，如果存在生活在二维空间里的生物，例如“二维鱼”、“二维狗”之类，那么它们体内从嘴到肛门的一条贯穿身体的消化道，会把身体分为不连接的两部分（图 9），可见连“二维鱼”、“二维狗”这样的“二维高级生物”也不可能存在，

更不必说“二维人”了。但这个论证并未排除“二维低级生物”存在的可能性，例如变形虫“阿米巴”以及消化囊长在皮肤表面的生物，它们体内没有一条固定的消化道，却能够通过不断地变形，吸入营养，排挤出废物（图 10）。



图 9 “二维鱼”和“二维狗”

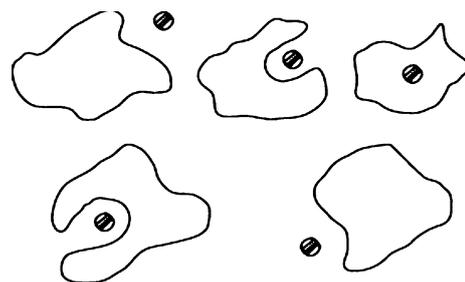


图 10 “阿米巴”的吸收和排泄

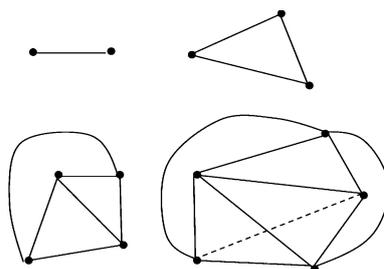


图 11 二维空间独立通信的情况

事实上，光有营养不足以维持生命，更重要的是神经网络信号的有效传送。在二维空间里，2 个点之间可以建立直接的通信联系，3 个点之间也可以两两之间独立的通信联系，4 个点呢，也可以两两之间独立的联系。但当点数 $n \geq 5$ 时，就不可能建立两两之间独立的联系了。因为在二维空间里没有“跨”和“跳”的接法，不可能在交叉处建造“立交桥”（图 11）。三维空间就大不同了，因为可“跨”可“跳”，可以“跨多跨少、跳低跳高”，无论多少线路，原则上都可以相互避开，所以在三维空间里，两两之间的、不相交会的直接通信联系的点的数目，没有最大的限制。

可见，要建立高级生命所必需的、有足够自由度的肌肉、骨骼、血管、神经等网络系统，空间的

卡文迪许称量地球

牟晓东



一、称量地球的难题

从 17 世纪末开始，不断有科学家设想称量出

地球的质量，但由于人本身就生活在地球之上，如果想象称量普通东西那样称出地球的质量，似乎这是个不可思议的难题。当时人们已经知道地球的体积是 1.083×10^{21} 米³，如果能求出地球的密度，再利用公式“质量 = 密度 × 体积”不就可以解决了吗？但问题是构成地球各部分物质的密度是不同的，而且它们在整个地球中所占的比例也各不相同，根本无法知道整个地球的平均密度是多少，因此一些权威开始断言：“人类永远不会知道地球的质量！”

二、牛顿与布格爾的努力

发现了万有引力定律后，牛顿和很多科学家都发现利用万有引力的公式完全可以求出地球的质量，不过这需要几个数值：一是地球对一个已知质量的物体的吸引力，它实际上就是物体受到的重力，这很容易测得；另一个是地球和这个物体之间的距离，这可以用地球的半径代替；最后一个也是最关键的是“万有引力常数”，这个数值虽然当时还不知道，但在理论上是可以从在地面上直接测量两个已知质量物体之间的引力而求出来。

牛顿的这种称量地球的方法原理是完全正确的，像这种“间接测量法”与我国古代的“曹冲称象”很相似，区别是曹冲称象利用的是物体浮力定律，而牛顿则是利用万有引力定律。但这个“万有

维数不能小于 3。也就是说低维空间对高级生命来说太简单了，仿照捷克作家米兰·昆德拉的著名小说《生命中不能承受之轻》的名字，我把这个结论概括为“生命不能承受‘低维’之简”。

四、生命不能承受“高维”之变

那么，为什么我们不能生活在高于三维的空间中呢？这需要在物理学里面找答案。1917 年荷兰物理学家埃伦费斯特最早从物理系统的动力学要求出发，进行了深入研究，排除了我们生活在高维空间的可能性。

从宏观层次看，大哲学家康德在历史上最先认识到三维空间与牛顿的万有引力定律之间的存在深刻的联系。他认为，既然在三维空间里万有引力定律是 $F \propto \frac{1}{r^2}$ ，那么在 n 维空间里万有引力定律应该

是 $F \propto \frac{1}{r^{n-1}}$ 。从这一关系式出发，埃伦费斯特证明

了：在四维空间或更高维数的空间里，日地系统中地球的圆周或椭圆轨道不稳定，不可能存在稳定的太阳系，因此也就不存在产生生命的环境。对数学证明感兴趣的朋友，可参见南京大学周衍柏教授的《理论力学教程》第 83 页到第 85 页，须利用泰勒

级数的展开和常微分方程的求解，得出 $n > 3$ 时轨道不稳定的结论。

从微观层次看，原子内部电子绕原子核旋转，会受库仑引力，与行星绕太阳旋转时受到的万有引力的情景相似，而且库仑力和万有引力都是与距离的平方成反比，所以可以从“高维空间不存在稳定的太阳系”出发，类比得到“高维空间不存在稳定的原子结构”的结论。当然严格地证明应该用量子力学的薛定谔方程，在 20 世纪中叶其他物理学家做了这方面的研究，更加强有力地证明了：在四维空间和更高维数的空间里，电子的最终命运是一边发出辐射，一边落入原子核内，不会形成任何原子，这意味着任何原子都不稳定，当然就不能形成分子，也就不能产生植物和动物了。

可见，在高于三维的空间中，太阳系和原子都是不稳定的，我把这个结论概括为“生命不能承受‘高维’之变”。

至此我们可以说，三维空间是非常特别的，可谓得天独厚。只有在三维空间里，才可能有太阳系，有原子、分子，有植物、动物，最终才会有今天生活在地球上的我们。

(重庆清华中学 400054)