

# 庞加莱于物理学的贡献

邓天华 田泽兴

庞加莱的研究和贡献涉及数学的各个分支,例如函数论、代数拓扑学、阿贝尔函数和代数几何学、数论、代数学、微分方程、非欧几何、渐近级数、概率论等,当代数学不少研究课题都能追溯到他。作为数学家的庞加莱也是一位影响深远的物理学家,他的研究工作涉及天文学、光理论、电磁理论、相对论等物理学分支。

## 庞加莱生平

朱尔·昂利·庞加莱(Jules Henri Poincaré) 1854年4月29日生于法国南锡(Nancy)的一个显赫世家。他的父亲莱昂(Léon Poincaré)是一流的生理学家和医生、南锡医科大学教授,才华出众、善良又有教养的母亲把一生心血全部倾注于照料和教育孩子。其叔父安托万(Antoine Poincaré)曾任国家道路桥梁部检查官。庞加莱的堂弟雷蒙(Raymond Poincaré)曾于1911年、1922年、1928年几度组阁,任总理兼外交部长,并于1913年1月~1920年初担任法兰西第三共和国第九届总统。

庞加莱5岁时罹患一种当时看来非常严重的传染病——白喉,致使其喉头麻痹达9个月之久,语言功能也受到极大损害,这一不幸导致庞加莱不能进行剧烈运动,这样一来阅读便成了他的主要娱乐。庞加莱的阅读速度快得惊人,能迅速、准确、持久地记住读过的内容;他甚至能指出某句话是在书中的第几页。

矛盾而引入的“信息熵”或“负熵”概念已在信息科学和生命科学中得到广泛应用。

悖论,作为一种科学的思想方法,是物理学研究的一种重要手段。首先,悖论可以激发积极主动的探索性思维。遵循这条思路,便可揭示一个概念或一种理论所存在的深刻内在矛盾。一般来讲,一个概念或一个理论中存在悖论,并不意味着概念或理论完全错误,只是反映它并不完善:包括适用范围的局限性和应用它的条件限制。在扩展有关概念、完善有关理论之后,悖论便可消解。其次,发现和提出悖论仅仅是开始,只是暴露了原有概念或理论中存在的问题。要建立新的概念、新的理论,还需要大量

庞加莱于1862年进入南锡中学。虽然最初各科学学习成绩十分优异,但他对数学并无特殊兴趣。大约在15岁时,庞加莱显露出非凡的数学才能。从此,他习惯于一边散步、一边解数学难题。

1870年7月19日爆发的普法战争使庞加莱不得不中断学业。法国战败,许多被占领的城乡被德军洗劫一空。为了解时局,他很快学会了德文,德军的暴行使他成为一位满腔热忱的爱国者。战争结束后,庞加莱继续学业,并于1872年两次荣获法国公立中学生数学竞赛头等奖,从而于1873年被高等工科大学以第一名录取。

1875~1878年,庞加莱在高等工科大学毕业后又进入高等矿业学院,打算当采矿工程师,于是数学便成了他的业余爱好。直到在研究一个微分方程问题时得出意想不到的结果,他才认识到自己的天赋所在。

1879年8月1日,庞加莱撰写了关于微分方程的博士论文,获得博士学位。同年12月被卡昂(Caen)大学聘为数学分析教授,正式开始他的数学生涯。1881年任巴黎大学教授后,他一生的科学事业就和巴黎大学紧紧地连在一起。1906年,庞加莱当选为巴黎科学院主席;1908年被选为法国科学院院士,这是一位法国科学家所能达到的最高地位。1912年7月17日,庞加莱因血栓梗塞逝世于巴黎,享年58岁。

艰苦的研究。第三,悖论对推动物理学的发展永远有益:无论物理学发展到什么程度,一些概念和理论总会不可避免地出现悖论。顺便指出:比较完备的物理学理论体系一旦受到冲击,往往就会出现新概念、新理论,解释那些违反“常规”的现象,以修正或完善原有的理论体系,而不是完全推倒原有的“那座物理大厦”。

(江苏省南京市晓庄学院物理系 210017)

\* 现在运用光的散射可以解释这个悖论:太阳刚出来时,太阳光穿过的大气层比正午时要厚,由于光的散射,太阳的影像就显得大,热度就显得弱。孔子及其同时代的人对“光的波动性”一无所知,因此无法回答两个小孩的问题。

## 庞加莱于物理学的贡献

庞加莱这位卓越的科学家,更早期地预见到物理学革命即将到来,并积极投身其中。作为经典物理学的最后一代代表人物,庞加莱对新理论的支持态度十分令人钦佩。尽管有些看法是错误的,但他对相对论、量子论和非线性物理等新理论的建立和发展起到过积极作用。

庞加莱和现代物理学序幕的开启 19、20 世纪之交,经典物理学的理论基础受到严重冲击,引发了一场伟大的物理学变革,导致了现代物理学的诞生。庞加莱能够正确看待这场变革,并对物理学革命起到了直接推动作用。

1902 年,他提醒大家注意古伊(L. Gouy)关于布朗运动的独创性观念。他指出:“那些无规则运动的粒子比致密的网孔还要小;因此,它们可能适用于解开那团乱麻,从而使世界逆行。我们几乎能够看到麦克斯韦妖作怪呢。”两年之后,他在提到布朗运动中运动和热相互转化而毫无损失时说:“如果情况如此,为了观察世界逆行,我们不再需要麦克斯韦妖的无限敏锐的眼睛——我们的显微镜就足够了。”这些都指出用实验验证分子存在的方法——通过显微镜观察布朗运动。1905 年,爱因斯坦(Albert Einstein, 1879~ 1955)和斯莫卢霍夫斯基(Marian von Smoluchowski, 1872~ 1917)发展了建立在分子热运动基础之上的布朗运动理论。庞加莱指出,布朗运动所揭示的几率极小的可逆过程的存在,是对卡诺原理或热力学第二定律的冲击。

与此相似,庞加莱在物质结构领域还有另一重大的启示作用。1896 年 1 月 20 日,庞加莱展示给贝克勒尔(Henri Antoine Becquerel, 1852~ 1908)一张伦琴(W. K. Röntgen, 1845~ 1923)寄给他的 X 射线照片。当贝克勒尔问他射线是从管子哪一部分发出的时,他回答似乎是从管子中与阴极相对的区域发出的。10 天后他在法国《大众科学杂志》上发表了一篇关于 X 射线的文章,提出“是不是所有荧光足够强的物体,不管它的荧光起因如何,都能发射可见光又发射 X 射线?”可以说,这是导致贝克勒尔发现天然放射性的一个动因。

处在这一时期的庞加莱既承认危机的存在,又锐意进取,表现出对物理学未来发展前景的信心。他对物理学所面临的严峻形势做出了全面、深入的分析。在 1905 年出版的《科学的价值》一书中,他认

为物理学的新发现已经推翻了过去的基本原理。他说,放射性和镭的永恒发热推翻了能量守恒定律;电子电磁质量随速度而变化推翻了质量守恒定律;“以太漂移”实验的否定结果,推翻了伽利略相对性原理;电磁作用以有限速度传播使电荷体间的相互作用违反了牛顿第三定律……因此庞加莱认为,物理学发生了“严重的危机”,“物理学有必要重新改造”。他卓有远见地指出,这种“危机”并非凶兆,而是吉兆;还把镭称作现代物理学的“伟大革命家”。

庞加莱充满喜悦地说,我们已经发现了阴极射线、X 射线、铀射线和镭射线,但一定还会有“不速之客”接踵而来,“过去的收获已经不少,未来的收获将会更多”。在谈到数学物理学的未来时,他说:“在这个疑云重重的时期,我们可以充分发挥我们的能动性。”“也许我们将要建立一种全新的力学,我们已经成功地瞥见到它了。”

庞加莱和新力学的建立 在通往新力学的进程中,庞加莱提出过许多极有远见的论断。尽管狭义相对论是爱因斯坦独立提出的,但他在一封信中谈到狭义相对论的发展时也明确指出洛伦兹变换是重要的,“庞加莱在有关方面甚至更深入钻研了一步”。这是因为庞加莱给出了相对论的一个概念框架,是相对论的重要先驱。

早在 1895 年,庞加莱就对当时的以太漂移实验研究表示不满。他反对洛伦兹(Hendrik Antoon Lorentz, 1853~ 1928)等人为新的实验事实引入新的孤立假设的做法,他认为应当采取一个更为普遍的办法。他相信,用任何物理实验(不论是力学、光学还是电学的)都不可能检测到物质的绝对运动,所有实验都只可能测量到物质相对于物质的相对运动。

1900 年,他把上述定理称为“相对运动原理”。两年后,庞加莱在《科学与假设》中第一次使用“相对性原理”一词。在讲到经典力学时,他首先提出几条原则:①没有绝对空间,我们能够设想的只是相对运动;②没有绝对时间,说两段时间相等是毫无意义的;③我们不仅没有关于两段时间相等的直觉,甚至没有关于两个不同地点发生的两事件的同时性的直觉;④力学事实很可能要以非欧几里得空间描述,这种空间虽然使用起来很不方便,但它却像通常的空间一样合理。

1904 年 9 月,在美国圣路易国际技艺和科学大会的讲演中,庞加莱正式提出相对性原理及其标准

表述,并把它作为物理学六大普遍原理之一。“相对性原理,根据这个原理,物理现象的定律应该是相同的,不管观察者处于静止还是处于匀速直线运动状态。于是,我们没有,也不可能有任何手段来辨别我们是否作这样一种运动。”在讲演中,他也注意并引用了洛伦兹变换,并深邃洞察到新力学的重要特征。他预言,在全新的力学中,惯性随速度而增加,光速成为不可逾越的极限,原来比较简单的力学依然保持为一级近似,因为它对不太大的速度还是正确的,在新力学中还可以找到旧力学。

1898年庞加莱发表《时间的测量》一文,提出光速不变公设。他指出:“没有这个公设,就无法测量光速。”而光速不变原理是爱因斯坦相对论的主要出发点之一。同时庞加莱也研究了同时性的定义,也与爱因斯坦1905年得出的结果相同。

1906年庞加莱在论文《论电子的动力学》中陈述了“相对性公设”并提出应该利用光线比较长度,还成功地把电子纵质量的计算问题同可变形电子的平衡联系起来。他用一个关于引起电子形变的外压力的假设,补充了运动电子的纵向收缩假设。庞加莱补充了对电荷密度和电流密度的变换式,使有源的麦克斯韦方程组精确地保持原有形式。他把纠正过的洛伦兹在1904年论文中的变换式正式命名为“洛伦兹变换”。在问题的数学分析部分,庞加莱走得非常远,在某些方面远甚于爱因斯坦。他在论文中引入虚时间坐标,建立一个四维时空连续统,并将洛伦兹变换看作四维时空中绕原点的转动。他还利用相对性原理作为通向引力理论的向导。在他的引力论中,力方程在洛伦兹变换下形式保持不变,引力以光速传播。

除此之外,庞加莱在这篇论文里还讨论了当时已有的三种电子模型,证明只有洛伦兹的电子论合乎相对性原理。庞加莱以高超的数学技巧整理加工了洛伦兹的电子论,使其表达形式更为简洁,以致许多物理学家都把洛伦兹的电子论看作最有希望通向物质统一场论描述的突破口,开辟了将力学纳入电磁学的新途径,是电磁世界图景的基石。

庞加莱在这一时期也是量子论的积极倡导者和热心研究者。他在1912年发表的文章中指出,量子论的诞生“无疑是自牛顿以来自然哲学所经历的最伟大、最深远的革命”,他认为,旧理论不仅在能量能够连续主要假定上是错误的,而且物理定律本性也

要接受根本改造。在1912年7月逝世前的半年中,他接连发表文章和演讲,宣传并研究量子论。量子论最早由普朗克(Max K. E. L. Planck, 1858~1947)和爱因斯坦提出,他们都是德国人,在庞加莱之前量子论的影响只局限于德语国家。庞加莱的工作使非德语国家的物理学家开始接受和研究量子论,并推动量子论成为20世纪的另一重大物理成就。

庞加莱和非线性物理 庞加莱在天文学方面的主要工作有三项:旋转流体的平衡形状(1885年);太阳系的稳定性,即几体问题(1899年);太阳系的起源(1911年)。庞加莱在这些问题上的研究方法在当时十分先进,以致40多年后还没有几个人能够掌握他的这一研究利器。其早期研究成果汇集于专题巨著《天体力学的新方法》,科学界公认该著作开辟了天体力学的新纪元,可与拉普拉斯(P. S. M. Laplace, 1749~1827)的《天体力学》并驾齐驱。之后则是另一部三卷本著作《天体力学教程》,稍后又有讲演集《流体质量平衡的计算》和历史批判著作《论宇宙假设》问世。庞加莱正是在研究天体力学的“三体问题”时发现了混沌,成为研究非线性物理学的先驱。

1885年,瑞典国王奥斯卡二世(Oscar II, 1829~1907)设立“ $n$ 体问题”奖,激起庞加莱研究天体力学问题的兴趣。但庞加莱最终却并未成功给出完整解答,因为他发现这个系统的演变经常是混沌的。“混沌”就是,如果初始状态有一个小的扰动,例如一个物体的初始位置有一个小的偏移,则后继时刻的状态可能会有极大不同。即若该小变动不能被探测,则不能预测最终状态是什么。尽管如此,由于他的工作令评委印象深刻,还是于1888年赢得奖金,时年34岁。此后,他又进行了大量天体力学研究工作,引进了渐近展开方法,开创了严格的天体力学计算技术。

庞加莱为研究行星轨道和卫星轨道的稳定性问题,在1881~1886年发表的四篇关于微分方程所确定的积分曲线的论文中,创立了微分方程的定性理论。他研究了微分方程的解在四种类型的奇点(焦点、鞍点、结点、中心)附近的性态,提出根据解对极限环(他求出的一种特殊的封闭曲线)的关系,可以判定解的稳定性。

庞加莱还开创了动力系统理论,1895年证明了“庞加莱回归定理”。他在天体力学方面的另一重要

成果是,发现引力作用下的转动流体形状除已知的旋转椭球体、不等轴椭球体和环状体外,还有三种庞加莱梨形体存在。

目光敏锐的庞加莱在1908年就洞察到“小的误差竟能带来巨大的灾难性后果”。他在名著《科学与方法》中写道:“我们觉察不到的极其轻微的原因决定着我们不能不看到的显著结果,于是我们说这个结果是由于偶然性。如果我们正确地了解自然定律以及宇宙在初始时刻的状态,那么我们就能够正确地预言这个宇宙在后继时刻的状态。不过,即使自然定律对我们已无秘密可言,我们也只能近似地知道初始状态。如果情况容许我们以同样的近似度预见后继的状态,这就是我们所要求的一切,那我们便说该现象被预言到了,它受规律支配。但是,情况并非总是如此。可以发生这样的情况:初始条件的微小差别在最后的现象中产生了极大的差别;前者的微小误差促成了后者的巨大误差。预言变得不可能了,我们有的是偶然发生的现象。”这一段几乎是百年前的话,不正是我们近几十年才揭开的混沌来源之谜吗?

**庞加莱和经验约定论** 庞加莱的经验约定论主要根植于他对科学基础的深刻反思,根植于当时在数学家中流行的一些信念,例如索菲斯·李(Sophus Lie)的变换群理论以及哈密顿(W. R. Hamilton)对四元数和分析力学的贡献都有助于庞加莱的经验约定论的形成和发展。但庞加莱是经验约定论的创始人和集大成者,并且认为“约定是我们精神自由活动的产物,它贯穿在整个科学创造活动中”。他指出,科学家在研究中必须从大量未加工的事实中选择有观察价值和使用价值的事实,依据自己的思想自由采用。科学事实是语言的约定,即由未加工的事实翻译成某种科学语言,在由未加工的事实上升为科学事实的过程中,能明显发现我们精神的自由活动。在从科学事实过渡到定律的过程中,科学家自由活动的成分将变得更大。所以在定律提升为原理时就全靠约定了。

庞加莱发现,不仅物理学的基本原理是约定(比如惯性原理不是经验的事实),而且物理学的一些基本概念实际上也是约定。他在详细讨论了时间及其测量问题之后得出结论说:“两个事件同时、或者它们的相继顺序、两个持续时间相等,是这样来定义的,以使自然定律的表述尽可能简单。换句话说,所

有这些法则、所有这些定义,只不过是下意识的机会主义的产物。”

经验约定论是一种卓有成效的科学认识论和科学方法论原则,这是大家所认可的,它对物理学的研究和发展当然有着积极意义。随着20世纪初开始的物理学革命的深入发展、相对论和量子力学两大理论体系的建立,富有哲学头脑的著名科学家已洞察到经验约定论所预示和代表的现代科学发展的大趋势。1930年前后,爱因斯坦以相对论作为理论科学在现代发展的基本特征的一个良好例子而表述了这样的思想:初始的假设变得愈来愈抽象,离经验愈来愈远。另一方面,它更接近一切科学的伟大目标,即要从尽可能少的假设或者公理出发,通过逻辑的演绎,概括尽可能多的经验事实。同时,从公理引向经验事实或者可证实的结论的思路也就愈来愈长,愈来愈微妙。理论科学家在探索理论时,就不得不愈来愈听从纯粹数学的、形式的考虑,因为实验家的物理经验不能把他提高到最抽象的领域中去。在这种情况下,适用于科学幼年时代的以归纳为主的方法,正在让位给探索性的演绎法。探索性演绎法的关键是找到作为公理基础的基本假设,为此应允许科学家有权自由发挥想象力。

不仅如此,庞加莱的经验约定论对物理学家思想的影响也是极其深远的。爱因斯坦笃信经验约定论,并对它作了进一步阐释与发展。当代著名物理学家惠勒(J. A. Wheeler, 1911~ )也认为概念是“人们赖以进行交流思想的种种约定的综合”。他引用玻尔(N. Bohr, 1885~ 1962)的“物理学并不是在研究物理本身,而是在研究我们对物理世界究竟能说什么”后指出:“我们所能说的取决于我们的约定,也取决于计数器的记录。”

(邓天华,甘肃省兰州市西北师范大学物理与电子工程学院 730070;田泽兴,甘肃省兰州市西北师范大学附属中学 730070)

