

趣谈脱轨现象

温应春 汤菊花



向心力“供不应求”或者“供过于求”都会引起脱轨,本文拟从不同角度谈谈离心现象和向心现象。

一、离心运动

做圆周运动的物体,如果实际提供的向心力小于所需向心力(即供不应求),将做离心运动而脱轨。

离心沉淀(在同等条件下,密度大的物质最先离心) 图1是医院常用的离心机原理图,试管中装有血液,封住管口后,将此试管固定在转盘上。当转盘以一定初速度旋转时,血液中密度大的物质将聚集在管的外侧。这是因为体积相等时密度大的物质质量大,根据向心力公式 $F_{向} = mr\omega^2$,在角速度和半径相等时,质量大的物质所需向心力大,容易做离心运动,所以血液中密度大的物质将聚集在管的外侧。在做化学实验时,为了加速沉淀进程,需要将试管用一甩,就是这个道理。

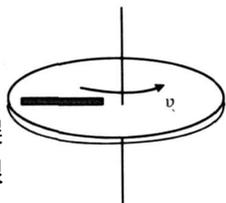


图1 离心沉淀

魔盘娱乐(在同等条件下,离轴心越远的物体最先离心) 有些公园里有一种叫“魔盘”的娱乐设施(图2)。当“魔盘”转动很慢时,盘上的人都与其一起转动

而不会甩出去,当盘的转速逐渐增大时,由 $F_{向} = mr\omega^2$ 可知,离轴心越远所需的向心力越大,可是人的最大静摩擦力是一个定值,所以离轴心越远的人最先被甩出“魔盘”。

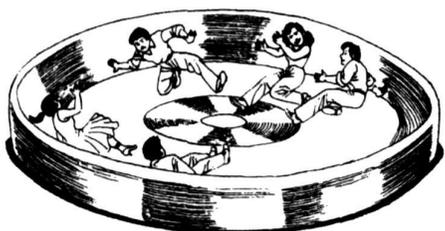


图2 魔盘

飘飘欲仙(即完全失重,速度至少应等于临界速度) 地球上的物体受到地球的万有引力作用,万有引力分为两部分,一部分是围绕地球做圆周运动的向心力、另一部分是重力。重力使物体和地面之间产生弹力,物体因此“飘”不起来。如果重力全部用于提供圆周运动的向心力(完全失重),物体就会“飘”起来。此时地面支持力刚好为零。根据 GMm/R^2

$R^2 = mR(2\pi/T)^2$ 和黄金代换式 $GMm/R^2 \approx mg$ 可得 $T = 1.4$ 小时。也就是说,只有地球自转周期缩短到 1.4 小时才能出现这种现象。完全失重从本质上讲就是,万有引力全部作为向心力而没有重力分量(弹力刚好为零)的状态。

土崩瓦解(速度不得超过临界速度) 高速转动的砂轮、飞轮等都不得超过允许的最大转速,如果转速过高,砂轮、飞轮内部分子间的相互作用力不足以提供所需向心力时,离心运动会使它们土崩瓦解。公路和铁路转弯处对汽车和火车都有最高限速,超速会脱轨而酿成事故,就是这个道理。在平原地区,火车提速较快,而在地理复杂的地方就不能提速过快。卫星的发射速度达到或者超过第二宇宙速度时,就会挣脱地球的引力束缚,成为围绕太阳运转的“行星”。上述事实告诉我们,凡事皆有度,过度则会发生变质。

【典型例题】中子星密度很大,是恒星演化的一种可能结局。现有一颗中子星,观测到它的自转周期为 $T = 1/30$ 秒。该中子星的最小密度应是多少才能维持星体稳定,不致因自转而瓦解(计算时星体可视为均匀球体)?

【解析】设中子星赤道处有一小块物质,只有受到的万有引力大于或等于它随星体所需的向心力时,才不会脱离中子星。中子星的密度为 ρ 、质量为 M 、半径为 R 、自转角速度为 ω 、位于赤道处小块物的质量为 m ,则有 $GMm/R^2 = m\omega^2 R$ 、 $\omega = 2\pi/T$ 、 $M = (4/3)\pi R^3 \rho$,由以上各式可得 $\rho = 3\pi/GT^2$,代入数据解得 $\rho = 1.27 \times 10^{14} \text{kg/m}^3$ 。

自由滑落(物体在顶点的速度为零) 一个物体受到干扰,自光滑半圆球顶部自由滑落,将在距离地

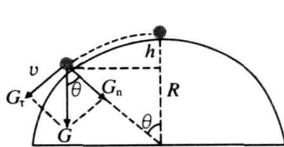


图3

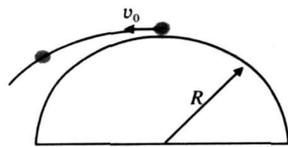


图4

现代物理知识

面 $2/3$ 高处脱离球面。这是为什么呢？假定小球下滑 h 后脱离轨道，此时弹力必然为零。重力的分力提供向心力 $mg\cos\theta = mv^2/R$ ，自顶点下滑过程中机械能守恒，即 $mgh = (1/2)mv^2$ ，再据几何关系 $\cos\theta = (R-h)/R$ ，联系以上三式解得 $h = R/3$ ，即距离地面 $2/3$ 高处脱离球面（图 3）。

平抛飞起（物体在顶点的水平速度必须不小于临界速度 \sqrt{gR} ）小球经过圆面的最高点且速度在 $0 \leq v < \sqrt{gR}$ 的范围内时，小球受到向上的支持力。当小球沿圆面向下运动时，所需向心力随速度的增加而增大，支持力应逐渐减小。 $mg - N = mv^2/R$ ，因此小球在最高点的速度恰好为 $v = \sqrt{gR}$ 时，重力独自提供向心力，即 $mg = mv^2/R$ ，圆面给小球的支持力恰好为零。随着物体向下运动，速度逐渐增大，小球将即刻离开圆面做平抛运动，而不再沿圆面滑落（图 4）。

二、向心运动

做圆周运动的物体，如果实际提供的向心力大于所需向心力（即供过于求），将做向心运动而脱轨。

堕入地心（部分万有引力提供向心力，重力使物体做向心运动）由于重力使物体和地球之间产生弹力，如果地球是空的，那么物体将在重力作用下向地心做向心运动。换句话说，正是地壳的屏障作用使地面上的任何物体和地面之间产生了压力。

卫星返回（在万有引力作用下卫星做向心运动，势能向动能转化）卫星在椭圆轨道上运动。当卫星做离心运动时，万有引力供不应求，即 $GMm/R^2 < mv^2/R$ ，势能变大、动能变小；当卫星做向心运动时，万有引力供过于求，即 $GMm/R^2 > mv^2/R$ ，动能变大、势能变小。椭圆轨道是实现大圆和小圆变轨的联结轨道，回收卫星时，要在圆与椭圆的切点处利用推进器向前喷气实现瞬间减速（图 5）。

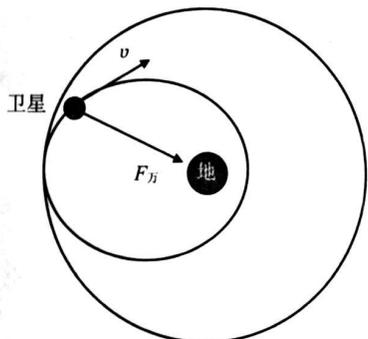


图 5 卫星做向心运动

平抛脱离（凹槽和小球一起运动，具有共同速度时将平抛脱离）图 6 的光滑水平面上静止放置一个光滑的圆弧形凹槽，一个小球以某一初速度冲上凹槽，如果小球脱轨，必将做平抛运动而非自由落体运动。这是因为水平面光滑、系统动量守恒， $mv_0 = (m+M)v$ ，在脱离的一刹那有不为零的水平速度 v ，重力作用使小球只能做平抛运动而脱轨。

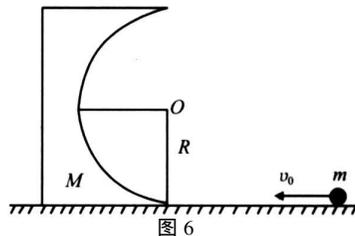


图 6

斜上抛出（圆环固定，小球出轨必然做斜上抛运动）在光滑固定圆环底部有一个小球，以水平初速度 v_0 冲上圆环，如果小球脱轨，必将作斜上抛运动而非自由落体运动。理由很简单，小球脱轨时由于重力的分力提供向心力（图 7），即 $mg\cos\theta = mv^2/R$ ，所以速度 v 必不为零，此后在重力作用下必然做斜上抛运动。

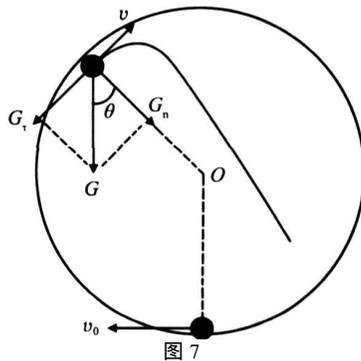


图 7

（温应春，甘肃省天水市第十中学 741029；汤菊花，甘肃省天水市麦积区渭南初级中学 741029）

