光程与光程差概念在波动光学教学中的应用

何龙庆　　盛巧云

波动光学是光学中非常重要的组成部分，内容包括光的干涉、光的衍射、光的偏振等，无论理论还是应用都在物理学中占有重要地位。因此光学（特别是波动光学）是大学物理专业的主干课程。在学习这门课程时，学生常常将各个知识点孤立起来，因此往往感到内容抽象、公式繁杂、不易掌握。实际上，以"光程与光程差"为主线将波动光学的主要内容——光的干涉、衍射和偏振等贯穿讲解，具有简洁、直观和逻辑性强的特点，更便于学生掌握相关知识、提高学习效率。下面先引入光程、光程差和位相差等概念，然后讨论其在波动光学教学中的应用，最后介绍为什么光程与光程差这两个几何光学物理量可用来描述原本只能用光的"波动说"才能解释的物理现象。

一、光程、光程差和位相差

光程和光程差　光既可在真空中传播又可在玻璃、水等介质中传播。但是光在不同介质中传播时，即使几何路程相同，也会产生不同效果，如波长不同、波速不同、位相变化不同、所用时间不同等。例如频率为 ν 的单色光在真空中的传播速度为 c，当其在折射率为 n 的均匀介质中传播时，速度 $v = c/n$，它在该介质中传播几何路程 l 所用的时间为

$$t = l/v = nl/c。\qquad (1)$$

"光程"被定义为光在均匀介质中通过的几何路程 l 与该介质折射率 n 的乘积，即 $L = nl$。(1) 式就表示，光在真空中通过光程 L 所需的时间等于它在均匀介质中通过几何路程 l 所需的时间。由此可见，借助光程这个概念，可将光在各种介质中所通过的路程折算为在真空中传播的路程，便于比较光在不同介质中通过相同路程所用时间的长短。另外，将两束光在任何介质中传播的路程差折算为在真空中传播的路程差，即光程差，常用 Δ 表示：

$$\Delta = n_2 l_2 - n_1 l_1。\qquad (2)$$

费马原理及其在几何光学中的应用　费马原理又称极端光程律或光程最短定律，是法国数学家费马在 1657 年首先提出的，当时称为光学极短时间原理，即光在任何介质中由一点至另一点将沿所需时间为最短的路径传播。现在将其表述为：光在任何介质中沿光程为极值（极大、极小或常量）的路径传播，其数学表达式为 $\delta L = \delta\int_{P_1}^{P_2} n\,dl$。利用光程概念，可由费马原理导出几何光学中的光的直线传播定律、反射和折射定律、光路的可逆性以及物像之间的等光程性等。如果光线从同一介质的 A 点传播到 B 点，根据费马原理，它应沿两点之间的最短路径（也就是直线）传播。这样便导出了光的直线传播定律。由于两点之间只有一条直线，因此光路是可逆的。同样，利用光在任何介质中沿光程为极值的路径传播可导出光的反射和折射定律。至于物像之间的等光程性，则要多说几句：图 1 中从物点 S 发出的同心光束通过透镜后成为中心在像点 S_1 的同心光束，这其中分布着无穷多条光线路径。根据费马原理，其光程都应取极大值、极小值或恒定值。前两者显然是不可能的，唯一可能的是其光程都取恒定值，即物像之间所有光线的光程都相等。由此可见，光程是几何光学中的重要物理量，描述光程特性的费马原理是几何光学的基本定律。

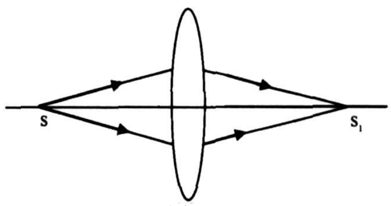

图 1

光程差与位相差之间的等价关系　图 2 中两列频率同为 ν 的相干光波在折射率分别为 n_1 和 n_2 的均匀介质中传播，经路程 r_1 和 r_2 同时到达空间点 P。若令其初相位都为 φ，则它们在 P 点引起的振动为 $y_1 = A_1\cos[\omega(t - r_1/v_1) + \varphi]$、$y_2 = A_2\cos[\omega\cdot(t - r_2/v_2) + \varphi]$，这里的 $\omega = 2\pi\nu$ 是圆频率、v_1 和 v_2 分别是光在上述两种介质中的传播速度。显然，这两列光波在 P 点相遇后任何时刻的相位差均为

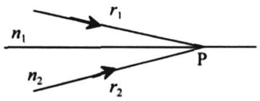

图 2

$$\delta\varphi = 2\pi\nu(r_2/v_2 - r_1/v_1)。\qquad (3)$$

考虑到频率为 ν 的单色光在折射率为 n 的均匀介质中的波长 λ_n 与真空中的波长 λ 有以下关系：

$$\lambda_n = v/\nu = \lambda/n,\qquad (4)$$

将(2)和(4)式代入(3)式得 $\delta\varphi=(2\pi/\lambda)(n_2l_2-n_1l_1)=(2\pi/\lambda)\Delta$，即两列相干光波在相遇点 P 的相位差决定于其光程差 Δ。因此，判断两波重叠区某点的干涉情况既可用位相差也可用光程差，在后面的应用实例中将会看到，利用光程差更为简便。

二、光程与光程差在光的干涉问题中的应用

两束(或多束)频率相同、振动方向一致、相位差恒定的光在空间叠加后，其强度分布与原来两束(或多束)光的强度之和不同的现象，称为光的干涉。通常，两盏灯同时照到一个屏幕上，光强总是处处加强，没有一处减弱，即观察不到干涉现象。究其原因，是因为发光物质的各个分子或原子所发出的光，其频率、振动方向和相位各不相同，也没有确定的相位差，因此即使两光相遇也不会发生干涉。为了产生相干光波，可利用光学方法将每一发光原子(一般称为点光源)发出的一列波分成两束(或多束)，使其初相位相同，这样经过不同光程在某点相遇时，它们将保持稳定的相位差，从而产生干涉现象。下面以杨氏双缝干涉实验和薄膜干涉实验为例，说明光程与光程差在光的干涉问题中的应用。

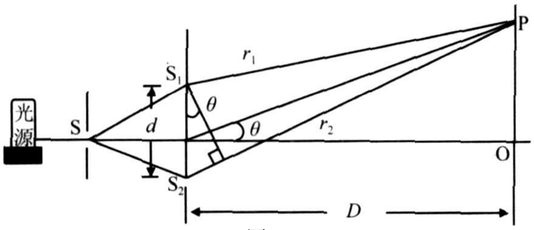

图 3

杨氏双缝干涉实验　图 3 即杨氏双缝干涉实验，它将一列光波(S)分成两束(S_1 和 S_2)而产生干涉。从 S_1 和 S_2 发出的两束光在空气($n\approx1$)中传到 P 点时的光程差是 $\Delta=r_2-r_1$，与之对应的相位差 $\delta\varphi=(2\pi/\lambda)(r_2-r_1)$。当 $\delta\varphi=2\pi\cdot j$、$\delta\varphi=2\pi\cdot(j+1/2)$ 时，P 点将分别出现亮和暗的干涉条纹。因此对于光程差

$$\Delta=r_2-r_1=\begin{cases}2j(\lambda/2) & \text{明纹}\\(2j+1)(\lambda/2) & \text{暗纹,}\end{cases}\qquad(5)$$

其中 $j=0,\pm1,\pm2,\ldots$称为干涉级。例如第 k 个条纹的干涉级数就是 $j=k-1$，而在 $r\gg d$ 和 $r\gg\lambda$ 的情况下 $r_2-r_1\approx d\sin\theta$。由公式(5)知，满足 $\Delta=r_2-r_1\approx d\sin\theta=j\lambda$ 的各点，光强为最大值。考虑到 $D\gg d$、$\sin\theta\approx\operatorname{tg}\theta=x/D$(其中 x 表示观察点 P 到 O 的距离)，光强为最大值的那些点应该满足

$$x=(D/d)j\lambda。\qquad(6)$$

同理，对于光强为最小值的那些点，应该有

$$x=(D/d)(2j+1)(\lambda/2)。\qquad(7)$$

从(6)(7)两式可知，相邻两条强度取最大值的条纹或相邻两条强度取最小值的条纹顶点间的距离(即干涉条纹间距)为 $\delta x=x_{j+1}-x_j=(D/d)\lambda$。从光程、光程差入手，显然便于得到干涉条纹的分布。

薄膜干涉实验　阳光照射下的肥皂膜、水面上的油膜以及许多昆虫的翅膀会呈现彩色花纹，这是一列经薄膜上下表面反射后形成的两束光相互重叠后产生的干涉现象，称为薄膜干涉。薄膜干涉又分为等倾干涉和等厚干涉，现分别介绍如下。

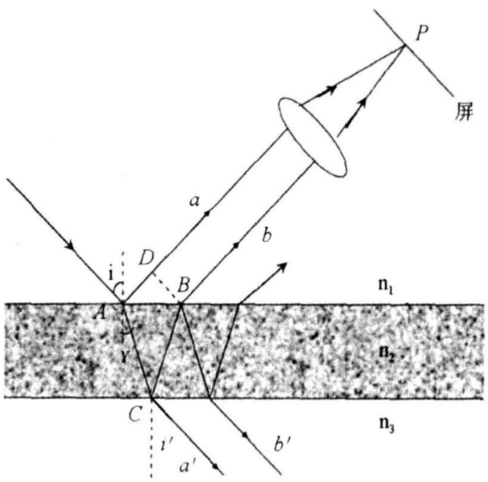

图 4

一列光波照射薄膜产生的两束反射光或两束透射光会发生等倾干涉(图 4)。一列波长为 λ 的单色光以入射角 i 照射薄膜并在入射点 A 分为两束：一束是反射光 a；另一束折射进入膜内，在 C 点反射后到达 B 点，再折射回膜上方形成另一束光 b。然后 a、b 两束光将在反射方向上干涉，称为反射光干涉。由于 a、b 两束光平行，严格地讲，只能在无穷远处相交而发生干涉，通常在实验室里可用透镜将它们会聚在焦平面处的屏上以观察其干涉图样。另外，透射光 a′、b′ 相遇时也会发生干涉，称为透射光干涉。至于那些在膜内经 3 次、5 次……反射再折回膜上方或透射出膜下方的光线，由于强度迅速下降，所以不必考虑。现在就来计算薄膜干涉的光程差 Δ，讨论干涉时的光强分布。假设薄膜折射率为 n_2、厚度为 e，薄膜上、下方介质的折射率分别为 n_1 和 n_3，则 a、b 两束反射光在焦平面上 P 点相遇时的光程差

$$\Delta_{反射}=n_2(AC+BC)-n_1AD+\Delta'。\qquad(8)$$

Δ' 为附加光程差, 在实际计算中非常重要。以 $n_2>n_1$、$n_2>n_3$ 的情况为例, a 光只在上表面发生一次反射, 即从折射率为 n_1 的介质入射到折射率为 n_2 的薄膜表面而发生的反射, 因为 $n_2>n_1$ 会有半波损失; b 光在下表面也有一次反射, 即由薄膜入射到折射率为 n_3 的介质表面而发生的反射, 因为 $n_2>n_3$ 没有半波损失。所以总共只有一个半波损失, 即 $\Delta'=\lambda/2$。将几何关系 $AC=BC=e/\cos\gamma$ 和 $AD=AB\sin i=2e\tan\gamma\sin i$ 代入(8)式得 $\Delta_{反射}=2n_2(e/\cos\gamma)-2n_1e\tan\gamma\sin i+\lambda/2$。按照折射定律 $n_1\sin i=n_2\sin\gamma$, 有 $\Delta_{反射}=(2n_2e/\cos\gamma)(1-\sin^2\gamma)+\lambda/2=2n_2e\cos\gamma+\lambda/2$ 或

$$\Delta_{反射}=2e\sqrt{n_2^2-n_1^2\sin^2 i}+\lambda/2。\qquad(9)$$

类似地, a′、b′ 两束透射光经透镜相遇时的光程差

$$\Delta_{反射}=2e\sqrt{n_2^2-n_3^2\sin^2 i'}\qquad(10)$$

有了(9)(10)两式给出的光程差, 便可根据(7)式分别得到反射光干涉和透射光干涉的光强分布(即干涉图样)。特别应当指出: $n_1=n_3$ 时 $\Delta_{透射}$ 和 $\Delta_{反射}$ 刚好相差半个波长($\lambda/2$), 而根据(5)式光程差, 相差 $\lambda/2$ 意味着干涉图样正好相反(即反射光干涉若是加强的明纹), 透射光干涉就必是相消的暗纹, 即反射光干涉与透射光干涉在薄膜干涉中是互补的, 而这正是能量守恒定律所要求的。

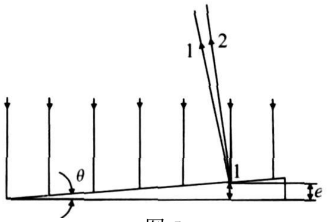

图 5

现在以劈尖干涉为例来介绍等厚干涉。将劈尖放在空气中, 用单色平行光垂直照到劈尖上(图 5)。入射光经劈尖上、下表面反射产生的两束光 1 和 2 将相互干涉形成干涉条纹。1、2 两束反射光的光程差同样可用(9)式计算, 由于光线垂直入射且劈尖夹角很小, 所以两束反射光都可视为与劈尖垂直($i\approx 0$)。于是(12)式可简化为 $\Delta=2en+\lambda/2$, e 为反射处 A 点的薄膜厚度、n 为劈尖介质的折射率。由于反射各处的 e 不同, 光程差也就不同, 因而会产生明暗相间的干涉条纹。明纹条件为 $\Delta=2en+\lambda/2=2k\lambda/2$、明纹所在处的厚度 $e_k=(2k-1)(\lambda/4n)$, 其中 $k=1,2,3,\cdots\cdots$; 暗纹条件为 $\Delta=2en+\lambda/2=(2k+1)\lambda/2$、暗纹所在处的厚度 $e_k=k(\lambda/2n)$, 其中 $k=1,2,3,\cdots\cdots$。这里的 k 是干涉条纹的级次; $k=0$ 时的条纹为暗纹, 出现在 $e=0$(即棱边)处。显然, 薄膜干涉实验同样可由光程差计算出干涉条纹, 方法既简便、又直观。

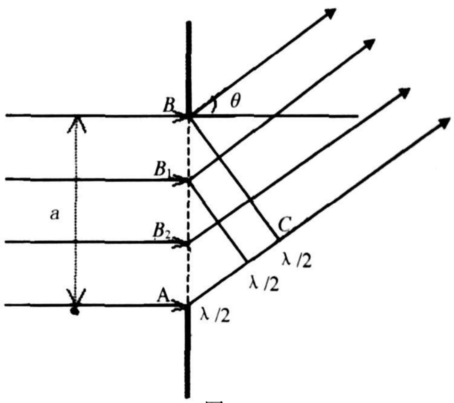

图 6

三、光程与光程差在光的衍射和偏振问题中的应用

光的衍射　光波在其传播路径上遇到障碍物时, 将绕过障碍物边缘, 改变传播方向, 这就是光的衍射。在讨论单缝衍射时, 往往采用菲涅尔的半波带法研究衍射条纹的分布情况, 半波带法是把单缝衍射看作许多子波的叠加。图 6 单缝两端 A 和 B 点发出的子波到 P 点的光程差最大(即线段 AC 的长度), 通常称为缝端光程差或最大光程差 $\Delta=AC=a\sin\theta$。菲涅尔把缝端光程差按光的半波长 $\lambda/2$ 分成若干份, 图 6 中正好是 3 份, 一般情况下, 份数可为任意整数, 用 N 表示。同样, 把单缝中的波阵面也划分为 N 份, 即从 A 端开始沿 AC 方向每过一段作一垂面, 这些垂面就把单缝波阵面分成了 N 份, $N=\Delta/(\lambda/2)=2a\sin\theta/\lambda$。两个相邻的波带的对应点, 例如 B_1B_2 的 B_2 点和 B_2A 的 A 点, 这两处同样大小的两个面元所发出的子波到屏上会聚点 P 的光程差正好是 $\lambda/2$, 将发生相消干涉。即两个相邻半波带的子波在考察点 P 的光振动将完全抵消。如果单缝波阵面被分成偶数个半波带(即 $N=2k$), 则 P 点为暗纹中心; 如果单缝皮阵面被分成奇数个半波带(即 $N=2k+1$), 则 D 点为明纹中心。于是得到

$$\Delta=a\sin\theta=\begin{cases}\pm(2k+1)(\lambda/2) & 明纹\\ \pm k\lambda & 暗纹,\end{cases}\qquad(11)$$

这里 $k>1$, $\Delta=0$ 时为中央明纹。显然, 光程差也能决定衍射条纹的分布情况。值得注意的是, 比较(5)

(11) 式可以看出: 单缝衍射条纹的明暗条件恰好与杨氏双缝干涉实验中干涉条纹的明暗条件相反。究其原因, 是因为双缝干涉中的光程差仅对两条相干光束而言, 而单缝衍射中的光程差是指单缝两端光线的最大光程差。实际上, 它所计算的是所有半波带发出光线的光程差总效应。

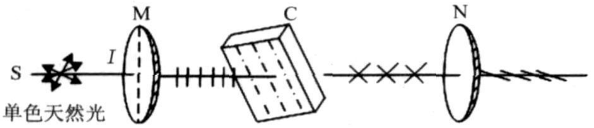

图 7

光的偏振　现在以偏振光的干涉为例, 讨论光程和光程差在光的偏振问题中的应用。偏振光干涉的实验装置如图 7 所示, 其中 M、N 为两块偏振片(或尼科耳棱镜), 分别作为起偏振器和检偏振器, 其偏振化方向互相垂直, C 为双折射晶片且光轴和晶面平行。一束自然单色光垂直投射在偏振片 M 上, 取出晶片 C, 视场是黑暗的, 放入晶片 C 且其光轴与偏振片 M 的偏振化方向成一适当角度时, 视场便由黑暗变为明亮, 这是两束偏振光相互干涉的结果。自然光通过偏振片 M 后变为偏振光, 振动方向就是偏振片 M 的偏振化方向, 这束偏振光垂直投射在晶片上, 因而也垂直于晶片光轴, 并在进入晶片后分解为振动方向互相垂直的 o 光和 e 光。因光轴与晶面平行, 都沿同一方向并不分开: o 光的振动方向垂直于光轴、e 光的振动方向则平行于光轴。由于它们在晶片中的传播速度不同, 从晶片射出时就有了位相差。设 n_o 为晶片对 o 光的折射率、n_e 为晶片对 e 光的折射率、d 为晶片的厚度, 则这两束光的光程差 $\Delta=(n_o+n_e)d$, 与之对应的位相差 $\delta\varphi=(2\pi/\lambda)\cdot(n_o-n_e)d$, 其中 λ 为上述单色光在真空中的波长。o 光和 e 光又均可分解为平行和垂直于偏振片 N 的偏振化方向的两个分振动, 因为只有平行于 N 的偏振化方向的分振动才能通过 N 射出, 所以从偏振片 N 射出的两束光的振动方向相同, 加上频率原来就相同, 又有恒定的位相差, 因此它们从偏振片 N 射出时就要相互干涉。

下面讨论这两束偏振光干涉加强和减弱的条件: 设晶片的光轴方向 CC 与偏振片 M 的偏振化方向 MM 之间的夹角为 θ(图 8), A 为从 M 射出的偏振光的振幅, 则从晶片 C 射出的 o 光和 e 光的振幅分别为 $A_o=A\sin\theta$、$A_e=A\cos\theta$。另外, NN 为偏振片 N 的偏振化方向, 与偏振片 M 的偏振化方向 MM 垂直。因为只有平行于 NN 方向的分振动才能通过偏振片 N 射出, 所以从偏振片 N 射出的两束光的振幅分别为 $A_{oN}=A_o\cos\theta=A\sin\theta\cos\theta$、$A_{eN}=A_e\sin\theta=A\sin\theta\cos\theta$。显然, 这两束光的振幅相等, 而且从图 8 可以看出振动方向相反。o 光和 e 光从晶片 C 射出时就有位相差 $\delta\varphi$, 加上 A_{oN} 与 A_{eN} 振动方向相反又提供位相差 π, 因此总的位相差为 $\delta\varphi+\pi=(2\pi/\lambda)(n_o-n_e)d+\pi$。于是, 这两束偏振光干涉加强和减弱的条件是: 干涉加强(视场最亮) $\delta\varphi=(2\pi/\lambda)(n_o-n_e)d=(2k-1)\pi$、干涉减弱(视场最暗) $\delta\varphi=(2\pi/\lambda)(n_o-n_e)d=2k\pi$。即 o 光和 e 光的光程差 $\Delta=(2k-1)\lambda/2$ 时干涉加强, $\Delta=k\lambda$ 时干涉减弱。可见, 光程和光程差在光的偏振问题中也有重要应用。

综上所述, 以"光程与光程差"为"主线"确实可将波动光学的主要内容——光的干涉、衍射和偏振贯穿讲解, 这样既使教学思路清晰, 又便于学生掌握另外, 光程与光程差(按光的"微粒说")是与光线直线传播行程有关的几何光学物理量, 用其描述"光的干涉、衍射和偏振"这些原本只能用光的"波动说"才能解释的物理现象, 也有助于学生更好地理解光的本性, 即"波粒二象性": 光既是"粒子"、又是"波", 既可以几何光学描述, 又可以波动光学描述。这是为什么呢? 因为光程是光在均匀介质中通过的几何路程与该介质折射率的乘积, 虽然前者是几何光学的物理量, 但后者却与波动光学中的重要物理量——波长密切相关, 我们正是通过波长"搭桥"将光程差与位相差联系起来, 从而成功解释了光的干涉、衍射和偏振等原本只能用光的"波动说"才能解释的物理现象。或者说, 光程与光程差既可用于几何光学、又可用于波动光学。应当指出: 这正是该教学方法的创新之处。因此, 要将这种教学方法推广到其他课程, 首先必须正确理解这种创新思维。

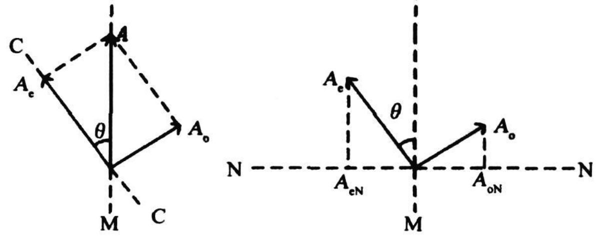

图 8

(江苏省南京市晓庄学院物理系　210017)