高能物理中的自然单位制

甄 长 荫

在选定了基本量和基本单位之后，其它导出量的导出单位就可以根据它们与基本量之间的规律性联系加以确定．例如在力学的 MKS 制中，根据 $v=\frac{ds}{dt}$ 就可以规定速度这个导出量的导出单位是米/秒，而在 CGS 制中则为厘米/秒．

目前，国际上为了避免各种计量单位之间麻烦的反复运算，建议使用国际单位制（简称 SI），并已进入全面普及阶段，我国也已经决定逐步采用国际单位制．但是在某些领域中，为了理论和实验上的方便，除了 SI 之外，还有一些单位制有着明显的优越性，高能物理领域中的自然单位制就是一例．

一、如何建立单位制

为了对单位制有一个全面的了解，我们首先介绍一下有关单位制的一般性问题，然后再按这些一般性的原则介绍自然单位制．

我们知道，物理学是一门实验的科学，常常需要对各种物理量进行测量．对一个物理量测量的结果一般应包括所得的数值和所使用的单位两个不可缺少的部分，只有少数的物理量是没有单位的纯数．因此，确定各物理量的单位就显得十分重要．由于各物理量之间存在着规律性的联系，所以我们可以选定一些物理量作为基本量，并为每个基本量规定一个基本单位，其它物理量的单位则可按照它们与基本量之间的规律性的联系（定义或定律）推导出来，这些物理量称为导出量，它们的单位称为导出单位．按照上述方法制定的一套单位，就构成一定的单位制．

要建立一种单位制首先必须确定基本量和基本单位．但一定要明确，基本量和基本单位的选择是根据研究对象的特点而决定的，因此带有一定的任意性，否则只能有唯一的一种单位制．正是由于基本量和基本单位选择的不同，才构成了不同的单位制．

例如力学中的 CGS 和 MKS 两种单位制，虽然它们的基本量一样，都是长度、质量和时间，但由于它们的基本单位选择不同（前者为厘米、克、秒后者为米、千克、秒）就构成了两种不同的单位制；在不同的单位制中基本量的个数有的也是各异的，例如 SI 的基本量就是七个而不是三个．

那么基本量和基本单位按什么原则来选取呢？一般说来，选取的基本量应在各种公式中出现的较多，即它们与其它物理量之间联系较广，从而便于导出其它量的单位．基本量的个数不宜过多，也不宜过少，数目过多会出现不必要的换算系数，数目过少往往会使许多本质不同的物理量具有相同的单位，从而引起一些不必要的混乱．基本单位的选取要使其大小适合于对研究对象的描述，也就是说，不要使测量所得数值过大或过小．

在不同单位制中，有时反映同一内容的物理公式常出现不同的系数，这是由于同一物理量在不同的单位制中用不同的单位计量的结果．因此，在计算时，我们应注意物理公式所适用的单位制．当物理量的计量单位与公式所适用的单位制不符时，应进行单位换算或公式转换．应该注意，量值的换算同单位的换算是不同的．对同一物理量用大单位所得数值小，用小单位所得数值大．这就象同一桶水，用大勺量的数值小，用小勺量的数值大一样．例如，一物体的质量 M 在电学的 MKSA 有理制中是 0.5 千克表示成 $M_M=0.5$；而在高斯单位制中是 500 克，表示成 $M_G=500$，由此可见单位的换算是 1 千克 $=10^3$ 克，而在这两个单位制中量值的换算是 $M_M=10^{-3}M_G$．这可总结为：量值的换算同单位的换算之间的关系是互为倒数．另外，物理量的量纲表示可用来进行单位换算，而且还可以利用量纲来检查换算结果是否正确，因为只有量纲相同的量才能相加，相减和用等号相连接，否则就是不正确的．

二、自然单位制

为了介绍自然单位制；我们首先把在该单位制中起重要作用的普朗克常数 $\hbar$ 和光速 c 的意义概括一下．

1900 年 12 月 14 日普朗克在柏林德国物理学会的一次会议上，在黑体辐射定律的推导中第一次使用了普朗克常数 h 的概念．从那时起，逐渐发现在研究一切微观过程中几乎都同 h 有关，因此可以说，普朗克常数 h 与微观过程密切相关．例如，历史上对黑体辐射，光电效应和原子稳定性等经典理论所不能解决的问题，正是由于 h 的出现才得到解决的，所以 h 好象是一把打开微观世界大门的钥匙，由此微观世界的壮丽景象才展现在人们的眼前．

微观过程的一个基本特征就是量子化，而量子化现象往往是与 h $\left(\text{或 } \hbar=\frac{h}{2\pi} \text{ 在高能物理中多用 } \hbar\right)$ 相联系的．例如，反映微观粒子的二象性的公式 $E=h\nu=\hbar\omega$，$P=h/\lambda$；微观粒子的角动量 $L=\sqrt{l(l+1)}\,\hbar$；测不准关系 $\Delta x\cdot\Delta p\geqslant\hbar/2$…… 等都与 $\hbar$ 有关．由这

些物理量与 $\hbar$ 的关系中可以看到，$\hbar$ 好象是物理量在自然界中存在的基本单位，正是因为 $\hbar$ 具有这种意义，我们把它称为作用量，以 A 表示.

对微观现象的研究，得出了与宏观现象截然不同的理论，于是人们提出：怎样判断在什么情况下使用什么理论，拿什么作为判据呢？普朗克常数 $\hbar$ 就可以作为一个判断经典物理理论适用还是必须使用量子理论的判据．由于 $\hbar$ 和角动量的量纲相同，所以可以将一个物体的角动量直接与 $\hbar$ 相比较，当某系统的角动量可有 $\hbar$ 的数量级时，则必须用量子理论，否则可用经典理论，以此判断某个物体的运动是属于"宏观"范围还是"微观"范围.

$\hbar$ 的重要性还表现在它是自然界各种微观粒子的共同常数，因为它对于电子、质子、中子、原子、分子等的能量、动量、角动量等都能通过 $\hbar$ 表示.

大家熟悉的光速 c，同 $\hbar$ 一样在自然单位制中扮演着重要角色．它的直接意义是光在真空中传播的速度，由麦克斯韦电磁理论可以导出 $c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ 将 ε_0 和 μ_0 的数值代入上式计算的 c 值与实验结果一致.

光速 c 同物理学中很多问题，象电磁理论，光的传播……等有密切关系．由相对论可以证明，它给出了自然界中物体速度的极限值，也就是说一切物体的速度 v 只能小于或等于 c 而不能大于 c.

我们知道牛顿力学只能描写低速物体的运动规律，而相对论力学则适用于高速运动的物体．怎样判断在什么情况下使用什么理论，拿什么做为判据呢?光速 c 就可以做为一个判断牛顿力学适用还是必须使用相对论力学的判据．如果一个物体的速度 $v \ll c$ 则可应用牛顿力学，若 $v \sim c$ 则必须使用相对论力学.

由以上论述可以看出，普朗克常数 $\hbar$ 对微观现象，光速 c 对高速运动现象是极为重要的．在高能物理中，因为理论是建立在量子力学和相对论基础上的，所以几乎所有的公式中都将出现 C 和 $\hbar$ 两个常数，正如物理学家费曼所说：（在高能物理公式中）"保留 $\hbar$ 和 C 完全是浪费时间．" 所以，为了方便取速度 V 和作用量 A 为基本量，对应的基本单位是 c 和 $\hbar$（即 $\hbar=c=1$）．第三个基本量的选取是相当任意的，只要它的量纲独立于 V, A 即可．在此，我们选为质量 M（有的选为能量 E）对应基本单位选为某粒子的质量．这样就完成了第一部分所述建立单位制应首先选择基本量和基本单位的要求.

有了基本量之后，还要看它们是否能够表示其它所有物理量，即第一部分所说的导出量．实践表明 V、A、M 除了它们本身的重要性之外，经过这三个量的适当组合，就可以导出其它物理量．为说明这一点，先用质量 M，长度 L，时间 T 把它们的量纲表示出来：

$$[m]=M,\quad [c]=LT^{-1},\quad [\hbar]=ML^2T^{-1}$$

根据它们的量纲便能将它们组成各种物理量，例如：

$$[\text{长度}]=\left[\frac{\hbar}{mc}\right]=\frac{ML^2T^{-1}}{M\cdot LT^{-1}}=L;$$

$$[\text{时间}]=\left[\frac{\hbar}{mc^2}\right]=\frac{ML^2T^{-1}}{ML^2T^{-2}}=T;$$

$$[\text{能量}]=[mc^2]=ML^2T^{-2};$$

$$[\text{动量}]=[mc]=MLT^{-1}.$$

而且，这些都是唯一的组合方式，即不能由别的组合得到相同的物理量．这样就得到了导出量．这种单位制称为自然单位制.

以上的量纲分析是将各物理量都用 L、M、T 来表示．如果是按第一部分所说原则，在自然单位制中，由于 $\hbar=c=1$．可进一步认为 c、$\hbar$ 无量纲由 $[c]=[1]=LT^{-1}$，和 $[\hbar]=[1]=ML^2T^{-1}$，可得，$T=L$，$M=L^{-1}$，所以可用 T、L、M 中的一个量纲来进行分析．要强调的是在这种情况下量纲分析方法仍然适用．因为，为了使通常的方程 $A=B$ 成立，一个必要的条件是使 A 的量纲 $[A]$ 和 B 的量纲 $[B]$ 相等即 $[A]=[B]$，并没有要求一定要用几个独立量纲来检验．如果在自然单位制中，我们以 M 为独立量纲，上述各物理量的量纲就变为：

$$[m]=M,\ [c]\ \text{与}\ [\hbar]\ \text{无量纲};$$

$$[\text{长度}]=\left[\frac{1}{m}\right]=M^{-1};$$

$$[\text{时间}]=\left[\frac{1}{m}\right]=M^{-1};$$

$$[\text{能量}]=[m]=M;$$

$$[\text{动量}]=[m]=M.$$

照样可以做量纲分析.

新单位制称为自然单位，除使用它在高能物理中由于到处可见的 $\hbar$ 和 c 不再出现使公式简单，使用方便之外，还有一层意思是：当我们用它们来表示我们要研究的任何物理量时，它们的数值是合理的，便于人们掌握这些数值的含义，这些数值的变化范围不会很大也不会很小．一句话，它能正确的指出高能物理的特点，显得非常"自然"．关于这一点，我们在第三部分再举例说明.

三、高能物理中的物理量

如前所述，自然单位制除选速度 V 和作用量 A 为基本量并取 c 和 $\hbar$ 为对应单位之外，第三个基本量的选取有相当的任意性，只要它的量纲独立于 c 和 $\hbar$ 的量纲就行．在高能物理中满足上述要求的除质量 M 外，取能量 E 为基本量并选 $1\text{GeV}=10^9\text{eV}$ 为能量单位也是很方便的，这就相当于取 1GeV 相当的质量为质量单位．现在我们就这种情况下的自然单位制与通常使用的厘米·克·秒（CGS）单位制的有关问题列于表 1，以便比较.

表 1

物理量名称	量纲		单位换算
	自然单位制	CGS 制	
速度 V	1	LT^{-1}	$1c = 3.00\times10^{10}$ 厘米/秒
作用量 A	1	ML^2T^{-1}	$1\hbar = 1.05\times10^{-27}$ 尔格·秒
能量 E	M	ML^2T^{-2}	$1\text{GeV} = 1.60\times10^{-3}$ 尔格
长度 L	M^{-1}	L	$1\frac{\hbar c}{\text{GeV}}=0.197\times10^{-13}$ 厘米
时间 T	M^{-1}	T	$1\frac{\hbar}{\text{GeV}}=0.656\times10^{-24}$ 秒
质量 M	M	M	$1\frac{\text{GeV}}{c^2}=1.78\times10^{-24}$ 克

由表 1 可看出，在自然单位制中得到的长度单位 0.197×10^{-13} cm 为原子核线度的量级，质量单位 1.78×10^{-24} 克近似为核子的质量，时间单位 0.656×10^{-24} 秒为强相互作用的量级. 如前所述这样一些单位显然对于高能物理是很适用的，故使用起来也显得很“自然”. 因此，自然单位制对高能领域来讲是符合第一部分所说对单位制的一般要求的.

表 1 需要说明的首先是自然单位制中的量纲. 例如，能量本应为 $[E] = MV^2$，但因 V 无量纲，所以 $[E] = M$. 其次是单位的换算，例如 $1\ \frac{\hbar c}{\text{GeV}}=0.197\times10^{-23}$ 厘米是这样导出的. 即

$$1\ \frac{\hbar c}{\text{GeV}}$$

$$=1\frac{1.05\times10^{-27}\text{克厘米}^2\cdot\text{秒}^{-1}\times3.00\times10^{10}\text{厘米}\cdot\text{秒}^{-1}}{1.60\times10^{-3}\text{克厘米}^2\cdot\text{秒}^2}$$

$$=\frac{3.15\times10^{-17}}{1.60\times10^{-3}}\ \text{厘米}=0.197\times10^{-13}\ \text{厘米}$$

其它可仿此得出.

表 1 没有列出常用公式一项，这是因为自然单位制只是在理论计算中比较方便，而在实验过程中多采用一般单位如 CGS 单位(或 SI). 另外，还可以从自然单位制的建立过程中发现，欲进行两种单位制之间公式的换算，只要令一般单位制中的 $\hbar = c = 1$ 公式就变为自然单位制的；相反，由自然单位制公式按量纲关系加入 $\hbar$ 和 c 的适当幂次，就可以得到一般单位制的公式. 例如长度在自然单位制中量纲为 M^{-1}，而在 CGS 制中为 L。则可将 $\left[\frac{1}{m}\right]$ 变为 $\left[\frac{\hbar}{mc}\right]=\frac{ML^2T^{-1}}{MLT^{-1}}=L$. 即使对复杂的公式也一样. 例如，相对论能量-动量关系式在一般单位制中为:

$$E^2 = c^2p^2 + m_0^2c^4$$

将其换成自然单位即令 $c = 1$ 故变为:

$$E^2 = p^2 + m_0^2$$

这就是自然单位制中相对论能量-动量关系式. 如对两种情况做量纲分析，我们会发现它们都满足 $[A] = [B]$ 的要求.

总之，自然单位制在高能物理的理论研究中相当方便，从而是经常使用的一种单位制. 它的主要特点是令 $\hbar = c = 1$. 它同一般单位制中公式之间的转换是: 将一般单位制中的 $\hbar$ 和 c 去掉 ($\hbar = c = 1$) 就变为自然单位制公式；反之，在自然单位制公式中按量纲关系加入 $\hbar$ 和 c 的适当幂次就变为一般单位制的公式.