原子核的动力学对称性
——介绍相互作用玻色子模型

张 玫　　孙洪洲

一、引　　言

原子核是 A 个核子组成的多体系统，它的运动形态是多样的复杂的．如果考虑核子的 $3A$ 个坐标、自旋和同位旋自由度，运动方程是无法求解的，何况目前对核力的认识还很不够．但是实验观察原子核这样一个复杂的多费米子系统，却表现出很多规律性，可以解释为一些简单的运动方式．因此合理地研究系统的某些自由度，而冻结其它自由度是研究原子核的重要方法．

原子核一方面显示核内核子的单粒子运动特性，另一方面又表现整体的集体运动，这两方面的竞争和耦合，唯象地概括了原子核低能时的主要运动形态，但目前还没有一个理论能把这两方面很好地统一起来．

过去处理原子核的集体运动都是用 Bohr-Mottelson 模型，这个模型假设原子核具有一定的几何形状，整个原子核围绕这个形状"振荡"或以这个形状在空间转动，这种几何描述方法比较直观形象，用于分析形变核的实验特别成功．Bohr-Mottelson 为此曾获 1975 年诺贝尔物理学奖金．

近年来由 A. Arima 和 F. Iachello 提出了另一种描写偶偶核集体运动的方法，称作相互作用玻色子模型(简称 IBM)．这个模型的特点是引进了群代数，所以也叫代数模型．它预言了原子核在超空间中的对称性，指出转动、振动等各类集体运动实际上是原子核具有一定动力学对称性的反映．这个模型虽然比较抽象，但比之几何模型可能更深刻、更本质．由于实验证实了这些预言，这一模型被愈来愈多的物理学家所重视．

二、S、d 玻色子系统

引用玻色子自由度近似描写原子核这样一个多费米子系统，并不是从 IBM 开始的．例如 Bohr-Mottelson 模型中描写振动的声子，就是角动量为 2 的玻色子；对振动模型中的振子是角动量为 0 的粒子对或空穴对等等．但在这些模型中并不考虑玻色子之间的相互作用．

相互作用玻色子是 1968 年由 Feshbach 和 Iachello (当时是 Feshbach 的学生)提出来的，用于双满壳的轻核，把粒子-空穴对看成是一个玻色子，由于粒子激发是跨大壳的，所以这种玻色子具有负宇称，这样在用玻色子相互作用的哈密顿量描写双满壳核时遇到了困难．1974 年 Iachello 把类似的想法用于研究中、重偶偶核，和 A. Arima 合作提出了现在的相互作用玻色子模型．这个模型把偶偶核分成双满壳的核实部分和双满壳外的偶数个价核子．假定核实的自由度冻结，核实外的价核子配成角动量为 0 或 2 的核子对，这样的费米子对近似当作玻色子来处理，玻色子和玻色子之间有相互作用．用这种方法描写偶偶核，大大减少了系统的自由度，使问题能够解决．IBM 目前主要用于讨论中等及较重原子核的低能集体激发态，因为这些核中粒子-粒子和空穴-空穴相互作用是主要的，而对于轻核粒子-空穴相互作用是主要的，所以一般 IBM 不用于比钙更轻的核．

角动量为 0 的玻色子称 S 玻色子，角动量为 2 的玻色子称 d 玻色子．显然 S 玻色子只有一个分量，d 玻色子有五个分量(d_μ, $\mu=-2,-1,0,1,2$)，这样 S、d 玻色子张开了一个六维超空间，S、d 玻色子系统的状态可以记为：$|n_s, n_{\mu1}, n_{\mu2}, n_{\mu3}, n_{\mu4}, n_{\mu5}>$，其中 n_i 表示 i 类玻色子的数目．和三维空间类比，S、d 玻色子系统的状态的任一变换，可以通过六维空间的幺正变换来实现．这些幺正变换的全体构成了 $U(6)$ 群，因此假设了 S、d 玻色子，就引入了 $U(6)$ 群结构．

但是在物理上用 $|n_s\ n_{\mu1}\ n_{\mu2}\ n_{\mu3}\ n_{\mu4}\ n_{\mu5}>$ 标记 S、d 玻色子系统的状态是不适用的，应当寻找具有物理意义的六个量子数来标记状态．原子核是具有确定角动量的，所以其中一个应当选用角动量量子数．角动量守恒是和空间转动不变性相联系的，转动算符的全体构成 $SO(3)$ 群，实际上角动量算符的平方 L^2 正是 $SO(3)$ 群的不变算符(即 Casimir 算符)．这就是说 S、d 玻色子系统既要有 $U(6)$ 对称性，又要有 $SO(3)$ 对称性，因此从 $U(6)$ 出发包含 $SO(3)$ 为其子群的群链就是物理上用来标记 S、d 玻色子系统状态（或波函数）的群链．容易算出，这样的群链只有三个，它们是:

i) $U(6)\supset U(5)\supset SO(5)\supset SO(3)$　简称 $U(5)$ 极限

ii) $U(6)\supset SU(3)\supset SO(3)$　简称 $SU(3)$ 极限

iii) $U(6)\supset SO(6)\supset SO(5)\supset SO(3)$　简称 $SO(6)$ 极限

所谓用群链分类波函数，就是用群链所包含的群的不变算符的本征值去标记波函数．同一个群链内群的不变算符是互相对易的，因此寻找一个群链分类波函数，就象量子力学中选择一组算符的完全集标记状态（或

说求其同时本征函数)一样．当然，有了群链，可以找到尽可能多的量子数标记状态，但并不一定能完全．

三、原子核的动力学对称性

s、d 玻色子系统可以按上面讲的三个群链找到尽可能多的量子数标记其波函数，这在数学上是群的不可约表示按群链约化分解的问题，原则上可以解决．至于这样标记的波函数能否近似描写原子核的状态，近似程度如何，则是另外一个问题，这正是 IBM 的关键，即所谓原子核的动力学对称性问题．

按 s、d 玻色子相互作用写出哈密顿量，一般说，只要有合适的基，总可以通过对角化求出本征函数和本征值，但这样得到的结果，没有明确的物理意义． F. Iachello 和 A. Arima 发现，在三个群链的情况下，哈密顿量有解析解．按群链标记波函数的量子数完全决定了哈密顿量的本征值，即三个群链标记的波函数是三种极限时原子核的近似波函数，这时可以说原子核具有相应群的对称性，这就是动力学对称性．显然，在三种极限情况下，能量本征值对角动量都有确定的依赖关系，但各不相同．因此，不同的动力学对称性首先会表现为能级次序排列的不同．例如，当 $U(5)$ 对称性出现时，基态角动量 $L=0$，第一激发态 $L=2$，下一个激发态是能量几乎简并的三重态 $L=0, 2, 4$，再上面是一个近似简并的五重态等等． Bohr-Hottelson 理论处理的球形核振动正是讨论的这种能级．对于另外两个极限，能级次序也有各自的特点．Bohr-Mottelson 模型的转动极限相当于 IBM 的 $SU(3)$ 动力学对称性，γ-不稳定振动近似于 IBM 的 SO(6) 动力学对称性，可以说各种集体运动都可以统一在 IBM 中．除了能谱的特征外，不同的对称性还反映在能级间的电磁多极跃迁的选择定则也各不相同．

最重要的是理论预言的这三种极限情况，都找到了具体原子核实例（见图 1，2)，也就是说实验上观察到了原子核的这样一些动力学对称性，这正是 IBM 的巨大成功．

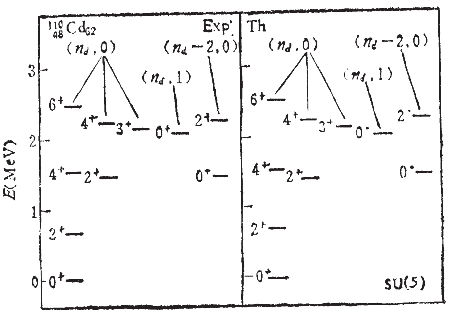

图 1 $U(5)$ 对称性的例子：${}^{110}_{48}Cd_{62}$：$N_\pi=1$，$N_\nu=6$，$N=7$．

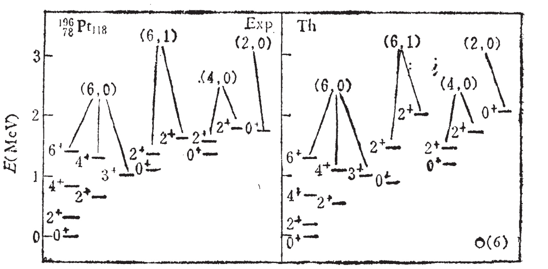

图 2 O(6) 对称性的例子：${}^{196}_{78}Pt_{116}$：$N_\pi=2$，$N_\nu=4$，$N=6$

通常在壳模型开始填布时，多出现 $U(5)$ 对称性，在壳层中间是 $SU(3)$ 对称性，而向着壳层终结部分可以找到 $SO(6)$ 对称性．见图 3．

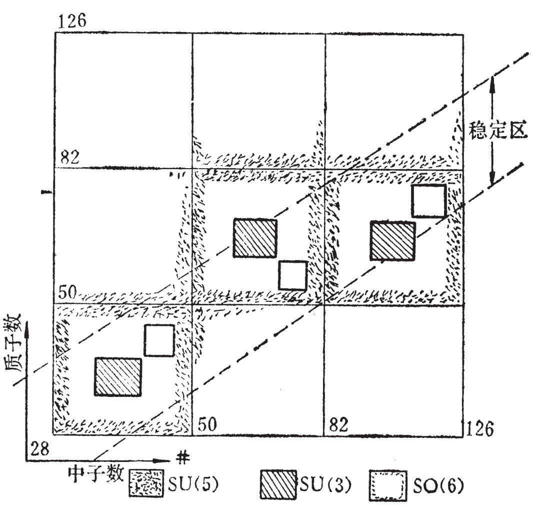

图 3

除了解析解，IBM 还可以研究介于这三种极限之间的过渡区域的原子核的能谱和跃迁，这方面 O. Scholteh 已经完成了计算程序，并对一些核作了计算．

四、IBM 的 启 发

提到对称性，人们往往以为这只是基本粒子物理的课题，其实不然．早在 1937 年 E. Wigner 基于核子的自旋、同位旋引进了超多重结构，但只适用于轻核．1958 年 J. P. Elliott 研究谐振子场的对称性引入了 $SU(3)$，对于质量数 A 在 16～24 的核，理论和实验符合较好，但对 A 较大的核，由于自旋-轨道耦合而破坏了这种对称性． 整个 60 年代普遍认为由于原子核是复杂的多体系统，对称性的考虑不如几何模型适用．但是 IBM 提出以后改变了这样的看法，IBM 的支持者们认为核物理是包含对称性极丰富的领域．

IBM 的成功，指示了一种寻找对称性的方法．假如不仅有 s、d 玻色子，还有耦合成角动量为4的玻色子，将

意味着什么样的对称性？当然，这些对称性绝不是严格的，正象基本粒子物理中，按 $SU(3)$ 分类基本粒子的态，确实观察到了标量介子八重态和矢量介子八重态，即使对称是破缺的，仍有助于认识物质结构的下一个层次——夸克结构．而且，对称破缺的原因本身也是非常重要的物理课题．即使对于 IBM 的三种极限情况，如果存在核实的激发，即有粒子-空穴对相互作用，对称性也会破坏，模型将不适用，应当估计这种影响是否重要及影响的程度，在和实验比较时尤其要注意．

IBM 从不区分中子对和质子对的 IBM-I，发展到明显引入中子对和质子对自由度的 IBM-II，所包含的对称性更加丰富了．从研究偶偶核发展到研究奇 A 核，更是到达了一个新的领域，涉及到玻色子和费米子同时存在的系统，这样的系统可以用超李代数链来分类其波函数．目前对 s、d 玻色子加上 $j = 3/2$ 的费米子系统，其波函数的分类问题，已做了较详细的讨论，即所谓的 $U(6/4)$ 超李代数链．关于原子核系统是否存在 $U(6/4)$ 动力学超对称性及其它可能的超对称性，是目前公认的一个很有兴趣的实验的和理论的前沿课题．

五、结束语

IBM 作为描写集体运动的一个新的模型，提出来的时间不长，发展很快，本身也还有许多问题要研究，同时还必须回答它和原来一些模型的关系．

上面已提到 IBM 的三个极限和 Bohr-Mottelson 模型的对应关系，但是这两个模型有很多根本的差别：B-M 模型中描写振动的玻色子(声子)只有携带角动量为 2 的一种，而且没有质量数，声子激发的数目不限，因而模型空间是无限的；但是在 IBM 中，除了 d 玻色子还有 s 玻色子（这是很重要的！）它们都具有质量数为 2，对于一个给定的核，玻色子数目是一定的而且守恒，因而模型空间的维数有限．虽然有这些差别，但又同时能描写集体运动，目前还不十分清楚这些差别的内涵，因此是需要进一步研究的问题，有些人在做这方面的工作，也取得了一些进展．

关于和壳模型的关系，这涉及 IBM 的微观基础问题．应当区别 IBM 和 IBA (Interacting Boson Approximation)，IBM 的标志是 s、d 玻色子生成的 $U(6)$ 对称性及哈密顿量中的各种唯象参数，而 IBA 是对一般壳模型的一种近似方法，即玻色子展开技术，能提供集体运动状态的微观描述．I. Talmi 等人用 IBA 方法在寻找 IBM 的微观基础方面做了一些偿试，这个问题还远远没有解决．但 F. Iachello 认为 IBM 和壳模型的关系比 B-M 模型和壳模型的关系更直接，所以有希望通过 IBM 得到对原子核的集体运动和单粒子运动的统一描述．