



关于行星内部结构的问题

——2021年国际物理奥赛

理论第一题

马玉林¹ 熊志松¹ 宋峰²

(1. 深圳中学 518001; 2. 南开大学物理科学学院 300071)

行星科学是天文学分支学科,主要研究行星及其卫星、矮行星、小行星、彗星、流星群等太阳系小天体性质、构造、运动过程及其起源和演化,同时搜寻太阳系外行星系统并研究其特征。2021年国际物理奥林匹克竞赛理论第一题就是以行星内部结构为背景的。

本题包含关于行星内部的两个独立问题。行星的表面曲率可以忽略。解题时或许需要用到公式: $a(1+x)\varepsilon \approx 1+\varepsilon x$,当 $|x| \ll 1$ 时。

A部分问题:大洋中脊(5.0分)

考虑一个大型水容器,它位于一个均匀的重力场中,具有自由落体加速度 g 。将两个相互平行的垂直矩形板安装到容器中,使板的垂直边缘与容器的垂直壁紧密无间隙地接触。每个板浸入水中的长度为 h (图1)。沿 y 轴的板块宽度为 w ,水密度为 ρ_0 。

将密度为 $\rho_{oil}(\rho_{oil} < \rho_0)$ 的油倒入板之间的空间

中,直到油的下层到达板的下边缘。假设板和容器边缘足够高,油不会溢出。表面张力和流体的混合可以忽略不计。

A.1 作用在右侧板上的净力的 x 分量 F_x 是多少(大小和方向)?

图2显示了大洋中脊的横截面。它由地幔、地壳和海水的覆盖层组成。地幔假设可以在地质时间尺度上流动的岩石组成,因此在本问题中将被视为流体。地壳的厚度远小于 x 方向的特征长度尺度,因此地壳表现为可自由弯曲的板。为了提高精度,这样的脊可以建模为二维系统,沿垂直于图2的平面的 y 轴没有任何变量变化。假设沿 y 轴的脊长度 L 比本题中引入的任何其他长度都要大得多。

在山脊的中心,地壳的厚度假定为零。随着距中心的水平距离 x 的增加,地壳变厚并随着 $x \rightarrow \infty$ 接近恒定厚度 D 。相应地,海底凸起了一个垂直高度 h 低于脊 O 的顶部,我们将其定义为坐标系的原

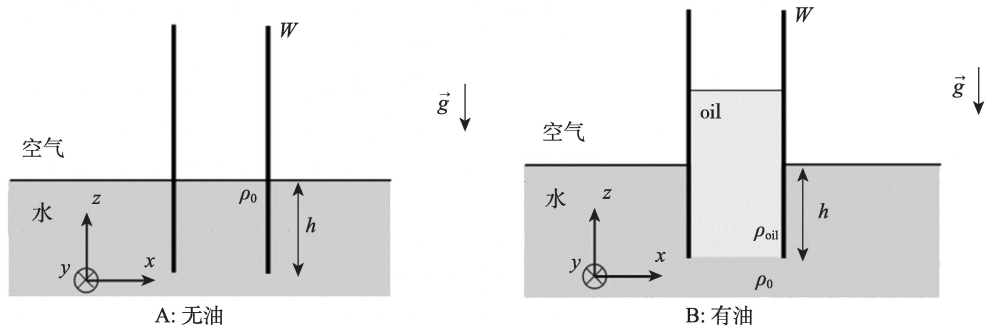


图1

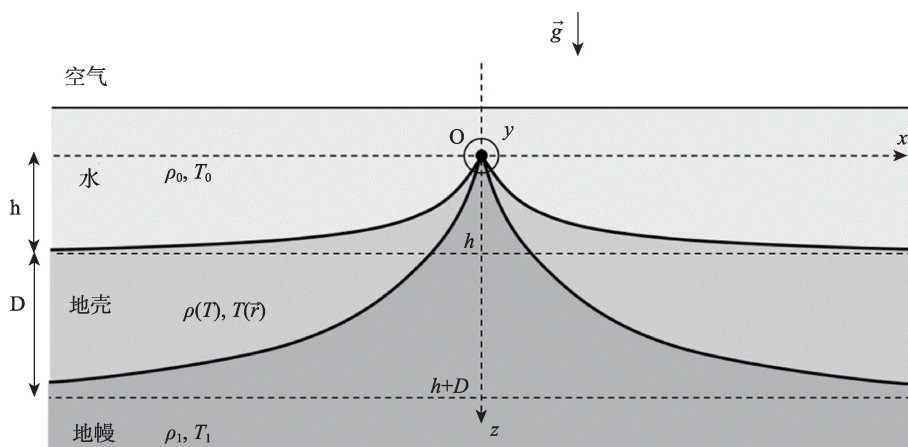


图2

点(图2)。假设水密度 ρ_0 和温度 T_0 在空间和时间上保持不变。并假设地幔密度 ρ_1 和它的温度 T_1 也是如此(保持不变)。地壳的温度 T_0 在时间上也是不变的,但与位置有关。

已知地壳物质随温度 T 线性膨胀。由于假设水和地幔温度是恒定的,因此使用重新标定的热膨胀系数很方便。 $l(T) = l_1 [1 - k_1(T_1 - T)/(T_1 - T_0)]$,其中 l 是一块地壳材料的长度, l_1 是它在温度 T_1 下的长度, k_1 是重新标定后的热膨胀系数,可以假定为常数。

A.2 假设地壳是各向同性的,求密度 ρ 与温度 T 的关系。假设 $|k_1| \ll 1$,利用以下的近似,求出答案。

$$\rho(T) \approx \rho_1 \left[1 + k \frac{T_1 - T}{T_1 - T_0} \right] \quad (2)$$

忽略 k_1^2 和更高阶的项。然后,确定常数 k 与 k_1 的关系。

已知 $k > 0$ 。此外,地壳的热导率 κ 可以假设为常数。因此,在远离脊轴(z 轴)的地方,地壳的温度与深度呈线性关系。

A.3 假设地幔和水在流体静力平衡下各自表现得像不可压缩流体,用 h , ρ_0 , ρ_1 , 和 k 表示远距离地壳厚度 D 。材料的任何运动都可以忽略不计。

A.4 按 k 的最高阶非零项得到作用在地壳右半部分($x > 0$)的净水平力 F 。用 ρ_0, ρ_1, h, L, k 和 g 表示。

假设地壳与地球其他部分热隔离。由于热传导,地壳上下表面的温度会越来越接近,直到地壳

达到热平衡。地壳的比热是 c ,可以假设为常数。

A.5 通过量纲分析或数量级分析,估计远离脊轴的地壳上下表面温度差趋近于零的特征时间 τ 。可以假设 τ 不依赖于地壳的两个初始表面温度。

A 部分评述

本部分题目利用海洋中脊来讨论地壳物理性质,旨在探索地壳在海洋中脊处的特性和变化。海洋中脊是指海底山脉的中央脊线,是海底扩张和板块构造的重要标志。地壳在海洋中脊处的物理性质,对于了解地壳运动、海洋地质和地球科学具有重要意义。

在海洋中脊处,地壳的厚度和组成因海底扩张和板块构造而发生变化。地壳厚度通常比其他地区更薄,主要由玄武岩和辉长岩等岩石组成。这些岩石具有高导热性和低热膨胀系数等物理性质,对于海底扩张和板块构造的过程具有重要影响。

此外,地壳在海洋中脊处的物理性质还受到地热流的影响。地热流是指地球内部热能传递的速率,对于地壳运动、地震活动和海底扩张等过程具有重要影响。在海洋中脊处,地热流通常较高,导致地壳温度升高、岩石变形和地壳扩张。

综上所述,本部分题目利用海洋中脊来讨论地壳物理性质,可以深入了解地壳运动和海底扩张的过程。通过研究地壳在海洋中脊处的物理性质,我

们可以更好地理解地球科学和地质学的原理,为地球科学研究和应用提供重要基础。

B 部分问题: 分层介质中的地震波 (5.0 分)

假设在某个行星的表面发生了短暂的地震。设地震波是起源于 $z=x=0$ 的线源, 其中 x 是水平坐标, z 是地表以下的深度(图 3)。可以假设地震波源比本题中考虑的任何其他长度都长得多。

由于地震, 所谓纵向 P 波的均匀能流沿 $x-z$ 平面中 $z>0$ 的所有方向发射, 沿 z 轴具有正分量。由于固体中的波理论通常很复杂, 在本题中, 我们忽略了地震发出的所有其他波。行星的地壳是分层的, 因此 P 波速度 v 取决于深度 z , 满足 $v=v_0(1+z/Z_0)$, 其中 v_0 是地表速度, z_0 是已知的正常数。

B.1 考虑地震发出的单条射线, 它与 z 轴形成初始角度 $0 < \theta_0 < \pi/2$ 并在 $X-Z$ 平面中传播。在行星表面可以检测到这条射线的水平坐标 $x_1(\theta_0) \neq 0$ 是多少? 已知射线路径是圆弧。以 $x_1(\theta_0) = A \cot(b\theta_0)$ 的形式, 求出写出你的答案, 其中 A 和 b 是要找到求的常数。

如果您无法求到 A 和 b , 在以下问题中, 您可以使用给定的结果 $x_1(\theta_0) = A \cot(b\theta_0)$ 。假设在地震期间作为 P 波释放到地壳中的源的单位长度的总能量为 E 。波从下方到达行星表面时被完全吸收。

B.2 求表面吸收的单位面积能量密度 $\varepsilon(x)$ 如何取决于沿表面的距离 x 。画出 $\varepsilon(x)$ 的图示。

现在假设波在到达表面时被完全反射。想象一个位于 $z=x=0$ 的设备, 它与之前考虑的地震源具有相同的几何形状。该设备能够以自由选择的角度分布发射 P 波。我们使设备发出具有窄发射角度范围的信号。特别地, 信号与垂直方向的初始角度属于区间 $[\theta_0 - \frac{1}{2}\delta\theta_0, \theta_0 + \frac{1}{2}\delta\theta_0]$, 其中 $0 < \theta_0 < \pi/2$, $\delta\theta_0 \ll 1$ 和 $\delta\theta_0 \ll \theta_0$ 。

B.3 从地震源沿表面, 信号源不能到达的最远点的距离 X_{\max} 是多少? 用 $\theta_0, \delta\theta_0$ 和上面给出的其他

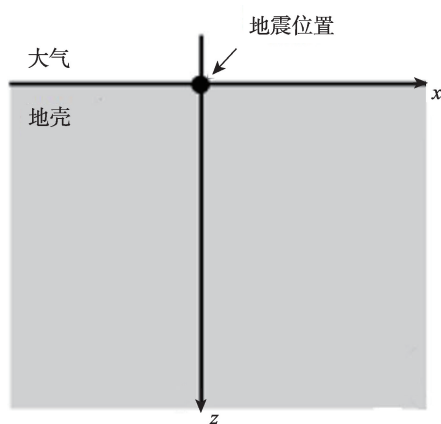


图 3

常数表示写出你的答案。

B 部分评述

本部分考察了学生对地震波传播、散射和反射等物理现象的理解能力, 以及运用数学工具解决实际问题的能力。第一问考验最远的探测距离, 可以完全类比光的折射定律进行求解, 第二问考验不同位置测到的地震能量, 利用两个发射非常小的角度与 x 的关系即可求解, 第三问同样, 只不过变成了主动发射的波, 利用小角与 x 方向上的小量的关系即可求解。

赛题背景

“行星物理学”是研究行星及其卫星的物理状况和化学性质的学科, 涉及到对行星、卫星的质量、体积、密度、自转、轨道和引力等基本物理性质的研究, 同时也包括对行星、卫星表面的构造、表面覆盖物的特性、表面温度及其周期变化的研究。除此之外, 行星物理学还研究行星的内部结构、磁场、磁层以及太阳风与行星的相互作用等问题。

行星物理学的研究对人类有着广泛而深远的影响, 它不仅可以帮助我们更好地了解宇宙和地球的历史、探索生命起源和寻找外星生命, 还可以为我们开发新的科技和工程技术提供有利的启示, 同时也为我们提供了更好的科学探索机会。

根据行星物质性态, 通常将其分成大行星(类

地行星和类木行星)、小行星、彗星和流星体。在太阳系内,水星、金星、地球和火星为类地行星;木星和土星为类木行星,天王星和海王星由于温度低,其内部可能存在冰态幔,其他与类木行星物理性态相近,有时称它们为冰体行星。

地球是我们的家园,也是人们研究得最多的行星。本题涉及到一个非常重要的物理概念——地震波。地震波是地震时产生的波动,它在地球内部传播并受到介质性质的影响。地球内部分为地核、地幔和地壳三部分,地核的厚度约为3400千米,地幔约为2800千米,地壳最薄,大约为17千米。本题正是基于这方向的研究,首先讨论地壳的物理性质,然后讨论地震的传播。题目中提到了分层介质,这指的是地球内部由不同性质的材料组成的层次结构。地震波在分层介质中传播时,会因为不同介质的性质差异而发生反射和折射等现象。这种

分层结构的地震波传播特性对于地震勘探、地球内部结构研究等方面也有着重要的应用价值。

本题通过考查学生对地震波传播和分层介质性质的理解,以及运用数学工具解决实际问题的能力,来检验学生的物理素养和创新能力。总的来说,本题是一道非常具有挑战性的物理奥赛题目。它不仅要求学生深入理解地震波传播和分层介质性质等物理概念,还要求学生能够灵活运用数学工具解决问题。通过这道题目的考察,可以有效地检验学生的物理素养和创新能力,为培养未来的物理学家和地球科学家打下坚实的基础。

* * * * *

欢迎读者朋友参与“物理奥赛”系列专题的有奖竞答活动,并在答案公布前将您的解答发送至aosai@ihep.ac.cn邮箱。对于参与并答对每期题目的前20名读者,编辑部将赠阅1年《现代物理知识》杂志。



封面说明:

核燃料富集度无源检测系统是一种用于监测核燃料富集度的设备,在不需购买额外同位素作为照射源的情况下,可以实现高精度的燃料富集度检测。

它通过检测燃料棒内芯块自发产生的特征伽马射线强度,来判断整根燃料棒内芯块的富集度,是一种高效、安全、可靠的设备,对于核能领域的运行和监测起着重要的作用。



封底说明:

1. 古陶瓷稀土元素模式图(上左图)

采用中子活化分析(INAA)仪器测定了北京的毛家湾出土年代未知的龙泉青瓷碎片和五组年代已知的龙泉青瓷残片元素成分,通过稀土元素模式图分析不同年代龙泉青瓷的特征,并结合模式识别方法构建分类函数,确定龙泉青瓷碎片的烧制年代。

2. 古陶瓷样品中子活化后的伽马能谱图(上右图)

从古陶瓷残片上切取样品并釉面磨去后,清洗烘干研磨取约30 mg的粉末样品用铝箔包裹,按照校准标准和质量控制标准放入中国原子能研究所的反应堆中辐照;对样品放射性进行了两次计数,通过高纯

锗探测器采集样品伽马射线能谱图;并通过与标准样品能谱图对比分析来确定古陶瓷中镧(La)、钐(Sm)、铀(U)、钠(Na)、钾(K)、铈(Ce)、钕(Nd)、铕(Eu)等元素的含量。

3. 大鼠全景PET分帧成像图(下图)

全景小动物PET-CT中PET子系统具有213 mm的轴向视野,单床位扫描即可完成整只大鼠的全身动态成像;探测器采用高精度LYSO晶体阵列与SiPM读出技术,可实现亚毫米级分辨的高清成像;系统采用自主开发的3D-PSF迭代重建技术,可实现全视野均匀高清成像。图中展示了一只SD大鼠从尾静脉注射18F-FDG药物后,经心脏到肝、肾的PET成像过程。