

# 美国各大学 1984 年在华招收物理研究生试题

## A. 经典物理试题 (四小时)

(任选 6 题)

1. 如图所示, 左边的球在水平面上以速率  $v$  向着静止的相同的球作无滑动地滚动. 两球都是质量为  $M$  的均匀球. 假设在碰撞瞬时所有的摩擦力足够小, 产生的效应均可忽略, 并且瞬时碰撞是完全弹性的, 计算:

(a) 在碰撞后相当长的时间后, 每个球重新作无滑动的滚动时的速度.

(b) 由于摩擦力使初始能量转化为热能的百分数.

质量为  $M$  半径为  $R$  的球绕球心的转动惯量为  $\frac{2}{5}MR^2$ .

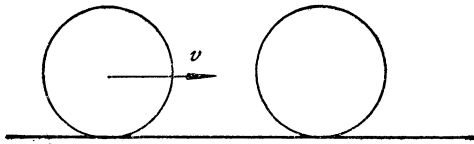


图 1

2. 一半径为  $R$  的薄球壳, 上面均匀地带有电荷密度 (单位面积上的电荷)  $\sigma$ . 球壳以恒定的角速度  $\omega$  绕一直径转动.

(a) 写出把球壳内、外的磁场联系起来的有关的边界条件 (用  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $R$  和其他有关的常数表示).

(b) 满足这些条件的磁场在壳内是均匀场, 在壳外是偶极子场. 求出壳内磁场的大小.

3. 一根线密度 (单位长度的质量) 为  $\mu$  受张力  $T$  的作用. 质量  $m$  的一质点附着在弦线的某点上. 一角频率为  $\omega$  的波, 沿着弦线从左方入射.

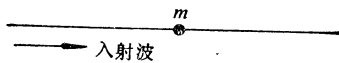


图 2

(a) 计算被质点  $m$  反射的能量与入射能量的比值.

(b) 假设质点由线密度  $\mu_m \gg \mu$  的一弦线所替代, 短弦线

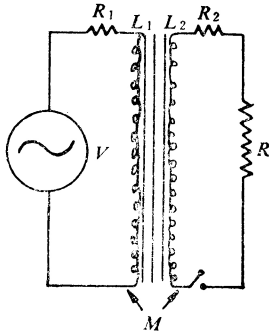


图 3

长度  $l$  使得  $l = m/\mu_m$ . 问  $l$  值在何范围 (对于固定的  $m$ ) 时, (a) 的答案仍近似正确?

4. 在图 3 所示的线路上,  $L_1$ ,  $L_2$  和  $M$  是变压器缠绕线圈的自感和互感,  $R_1$  和  $R_2$  是缠绕线圈的电阻,  $S$  是开关,  $R$  是次级线圈的负载电阻. 输入电压  $V = V_0 \sin \omega t$ .

(a) 计算当开关  $S$  开启时, 在初级线圈中的电流振幅.

(b) 计算当开关  $S$  闭合时, 通过  $R$  的稳态电流的振幅.

(c) 对于理想的变压器  $R_1 = R_2 = 0$ , 而  $M$ ,  $L_1$ ,  $L_2$  和变压器初级、次级线圈的匝数  $N_1$ ,  $N_2$  成简单关系. 把这些关系代入到 (b), 证明 (b) 的结果将简化成为与变压器的匝数比的关系.

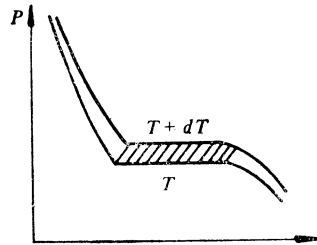


图 4

5. 一部分椭圆偏振光束, 沿  $z$  方向传播, 通过一理想的线检偏器. 当检偏器的透射轴沿  $x$  方向时, 通过的光强极大值为  $1.5I_0$ . 当透射轴沿  $y$  方向时, 透射强度极小值为  $I_0$ .

(a) 当透射轴与  $x$ -轴构成  $\theta$  角时, 光强度为多少? 光强中非偏振光所占的百分数为多少?

原来光束首先通过一个  $1/4$  波片, 然后再通过一线检偏器.  $1/4$  波片和  $xy$  平面相平行. 现在发现, 当检偏器的透射轴与  $x$ -轴成  $30^\circ$  时, 则透过这两个器件的光强最大.

(b) 求最大光强是多少? 并且求出非偏振光占入射光强的百分数.

6. (a) 压力-体积曲线表出在液气相变范围内相邻近的等温线. 假设在图中的阴影区内, 温度  $T$  和  $T + dT$  之间有一卡诺循环, 导出与蒸汽压力、温度相联系的克劳修斯-克拉珀龙方程,

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L}{T(\Delta V)}$$

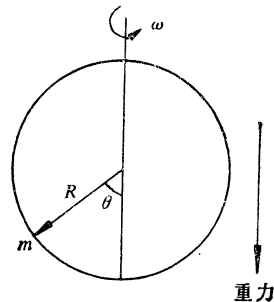


图 5

式中  $L$  是每摩尔的汽化潜热,  $\Delta V$  是单位摩尔物质在气态和液态所占的体积之差。

(b) 液体氦在温度  $T_0$  ( $4.2^\circ\text{K}$ ) 时沸腾, 此时它的蒸汽压力等于  $P_0 = 1$  大气压。现在我们抽蒸汽使它减小到一很小的压力值  $P_m$ , 假设潜热近似地与温度无关, 而氦蒸汽密度比液氦密度小得多, 试计算在压力  $P_m$  下液汽平衡时的近似温度  $T_m$ 。答案要用  $L, T_0, P_0, P_m$  和任何其他所需的常数表示。

7. 一个质量为  $m$  的粒子沿着弯成半径为  $R$  的圆形铅垂线圈上作无摩擦的运动, 此线圈绕一垂直直径以角速度  $\omega$  旋转。(a)  $\theta$  角度为若干时, 可使粒子保持在线圈的某固定位置上, 即旋转时粒子既不向上也不向下。

(b) 那些可能的  $\theta$  值是稳定的? 求出绕圈稳定位置作微小振荡的频率。

## B. 近代物理试题(4小时)

(任选5题)

1. 考虑一氢原子, 假设质子不是一个点, 而是一个半径为  $R \ll a_0$  (玻尔半径) 的均匀的带电球。

(a) 计算基态的最低能量移动。氢的基态本征函数为

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$$

(b) 如果取  $R$  为  $10^{-13}$  厘米, 计算能量移动为多少电子伏。

2. (a) 考虑一自旋为  $1/2$  的系统。算符  $AS_y + BS_z$  的本征值和归一化本征矢是什么? 式中  $S_y$  和  $S_z$  是角动量算符,  $A, B$  是实常数。

(b) 设这个系统是相应于上面本征值的态中, 测得  $S_y$  为  $+\hbar/2$  值的几率是多少?

泡利矩阵是

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3. 氘是一个总角动量  $J = 1$  的质子和中子束缚态。已知它主要是  $S$  态 ( $l = 0$ ),  $D$  ( $l = 2$ ) 态的混合是很小的。

(a) 解释为什么  $P$  态无贡献。

(b) 解释为什么  $G$  态无贡献。

(c) 计算纯  $D$  态的  $J = 1$  的质子和中子系统的磁矩。假设质子和中子自旋耦合成总自旋  $S$ , 然后  $S$  与轨道角动量  $l$  耦合给出总角动量  $J$ 。用核磁子来表示结果, 质子和中子的磁矩分别为  $2.79$  和  $-1.91$  磁子。

4. 从核反应堆产生的低能中子已被用来检验重力引起的量子干涉。如图所示, 由  $A$  发出的人射中子经过两条相等的路径  $ABCEF$  和  $ABDEF$  而在  $E$  点会聚处发生干涉, 使中子发生衍射的三块平行板是从单晶切割下来的。为了改变引力势能的效应, 系统可绕  $ABD$  线旋转。如果  $\phi$  的旋转角 (当路径  $ABCEF$  水平时,  $\phi = 0$ )。

(a) 证明在  $E$  点由于引力效应所引起的位相差可表示为  $\beta = g \sin \phi$ 。

式中  $g = K \lambda^2 \sin^2 \theta$ ,  $\lambda$  是中子波长,  $K$  取决于中子质量  $M$ , 引力加速度  $g$ , 普朗克常数  $\hbar$  和数值因子的一适当常数。试确定常数  $k$ 。假设在这里的引力势能差和中子动能相比是非常小的。

(b) 在实验中用的中子波长是  $1.45 \text{ \AA}$ 。相应的动能是多少电子伏?

(c) 如果  $S = 4$  厘米,  $\theta = 22.5^\circ$ ,  $\lambda = 1.45 \text{ \AA}$ , 当  $\phi$  从  $-90^\circ$  变化到  $+90^\circ$  时, 在  $F$  处的中子计数器将探测到有多少个极大? 中子质量  $= 939 \text{ MeV}/c^2$ ,  $\hbar c = 1.97 \times 10^{-11} \text{ MeV} \cdot \text{厘米}$ 。

5. 质子的可能放射性衰变是当前很感兴趣的一个课题。为探测质子衰变的一个典型实验是建造一个很大的水库, 并在水库里放置若干探测器用以探测由于质子衰变的产物所产生的契伦柯夫辐射。

(a) 假设你已建造了容有  $10,000$  公吨水的水库 [ $1$  吨  $= 1000$  公斤]。如果质子平均寿命  $\tau_p$  是  $10^{32}$  年, 你期望在一年中能观察到多少次衰变? 假定你的探测器的效率是  $100\%$ , 并且在核中的质子和自由质子的衰变率都是相同的。

(b) 一种可能的质子衰变是  $p \rightarrow \pi^0 + e^+$ 。中性  $\pi$  介子  $\pi^0$  立即 (在  $10^{-16}$  秒内) 衰变为两个光子。  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ 。计算从一个静止的质子衰变为最大和最小的光子能量。(质子质量  $= 938 \text{ MeV}/c^2$ , 正电子质量  $= 0.51 \text{ MeV}/c^2$ ,  $\pi^0$  质量  $= 135 \text{ MeV}/c^2$ )

6. 考虑一种由非相同的原子对所组成的稀释的双原子分子气体。绕着通过分子质心并垂直两原子联线为轴的转动惯量为  $I$ 。计算转动在以下极限情形下, 温度  $T$  时对每摩尔气体比热和绝对熵的贡献。

(a)  $kT \gg \hbar^2/I$  (b)  $kT \ll \hbar^2/I$ 。

计算要相当精确地得出对比热和熵的最低级非零贡献。

## 杂题(4小时)

(任选5题)

1 (a) 热气体分子发射或吸收可见光。导出由于多普勒展宽所引起中心频率为  $\nu_0$  的谱线频率分布  $F(\nu)$ 。假定它是在温度  $T$ 、分子量为  $M$  的理想气体。

设想一容器充有压力为  $10$  托 ( $1$  托  $= 1$  毫米汞柱), 温度为  $200^\circ\text{C}$  的氩气。容器内有一小块加热的钠, 所以容器内就含有一些钠蒸气。当钨丝所发的光通过这一容器时, 我们观察到波长为  $5896 \text{ \AA}$  的钠吸收线。

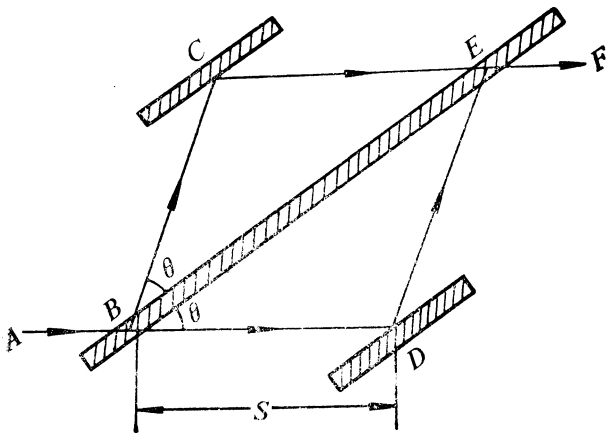


图 6

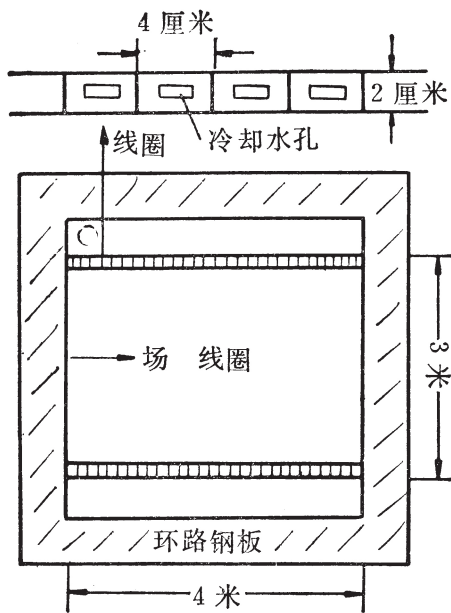


图 7

估算:

(b) 这条吸收线的多普勒展宽的大小。

(c) 这条吸收线由于碰撞展宽的大小。

这里假定钠原子数与氟原子数相比是很小的。对你所需要的而又没有给出的量作出合理的估计,用 Å 表示答案的展宽。

钠的原子量是 23。

2. 一个长 4 米直径 3 米的大螺旋管,是由一根截面为 4 厘米×2 厘米,内有 2 厘米×1 厘米的冷却水洞孔的铝制导管缠绕 100 匝组成的。螺旋管两端是环路钢板,它使得场均匀,并使磁通量经过螺旋管外面的钢柱体结构回到线圈中。如图所见,欲获得的磁场强度为 0.25 特斯拉。

(a) 为了获得这一场强,必须提供多大的功率,其电源电压多大?

(b) 为了保持水的温度升到 40°C,问应供给多大的水流速率(升/秒)? 线圈的能量除了水通过时有损失外,其余能量的损失均可忽略。

(c) 由磁场力作用到线圈向外的压力多大?

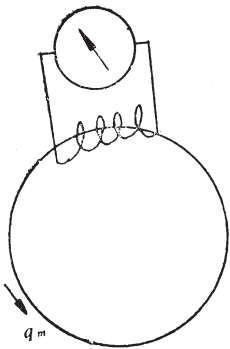


图 8

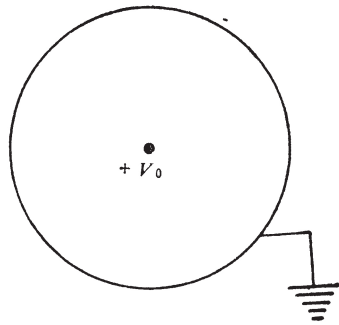


图 9

(d) 如果线圈接在由(a)中计算的电压的源上,要使线圈中电流从零达到设计电流的 99%,需多长时间? 忽略电感的电感和电阻。

铝的电阻率为  $3 \times 10^{-8}$  欧姆米,假定钢远未饱和。

3. 简单讨论从下列的基本实验中学习到什么。不必叙述这些实验的细节,只需清楚表明每个实验结果怎样地增进我们对物理世界的知识和了解。

(a) 迈克尔逊-莫雷实验。

(b) 塞曼效应的发现。

(c) 卢瑟福及其同事所进行的  $\alpha$ -粒子散射实验。

(d) 密里根油滴实验。

(e) 康普顿散射的观察

(f) 费什和克罗尼观察到长寿命  $K^0$  介子 ( $K_L^0$ ) 衰变成两个  $\pi$  介子。

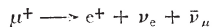
(g) 由吴健雄和她的同事们观察到在质量数 60 的极化钴的  $\beta$  衰变中电子和自旋方向间的关联。

4. (a) 假设孤立的磁荷(磁单极子)存在。重写出包括磁荷密度  $\rho_m$  和磁流密度  $\mathbf{J}_m$  所贡献在内的麦克斯韦方程组。假定除了源以外,场是处在真空之中。

(b) 阿尔瓦雷斯及其同事们为了在物体中寻找磁单极子,让物质碎块连续数次通过  $n$  匝的线圈。如果线圈的电阻为  $R$ ,并假设磁荷运动得相当慢使得其电感的效应很小,计算在单极子  $q_m$  环行  $N$  圈后有多少电荷  $Q$  通过线圈。

(c) 假设线圈是由超导材料做成的,所以它的电阻是零,只有它的电感  $L$  限制在线圈中的感应电流。假定线圈最初无电流,计算单极子  $q_m$  环行  $N$  圈后线圈上有多大电流。

5. 正的  $\mu$  介子 ( $\mu^+$ ) 衰变成一个正电子和两个中微子,



其平均寿命约为 2 微秒。考虑  $\mu$  介子在静止时沿一坐标系的  $Z$ -轴极化,其极化强度为  $P$ 。如果我们限定只观察由  $\mu$  介子衰变的最高能量的正电子,正电子发射的角分布为

$$I(\cos\theta)d\Omega = (1 + P\cos\theta) \frac{d\Omega}{4\pi}$$

式中  $\theta$  是正电子方向与  $Z$ -轴间的夹角,  $d\Omega$  是正电子发射的立体角。

(a) 设  $P = +1$ 。观察到 6 个正电子的几率是多少,其中 3 个在前半球方向 ( $\cos\theta > 1$ ), 3 个在后半球方向 ( $\cos\theta < 1$ )?

(b) 设  $P$  在 1 的附近,但不确切知道它。你可以通过比较观察向前 ( $N_f$ ) 和向后 ( $N_b$ ) 衰变的正电子数来确定  $P$ 。如使确定到的  $P$  其精确度为  $\pm 1\%$ ,你应观察到多少  $\mu$  介子衰变  $N(N = N_f + N_b)$ ?

6. 一个圆柱形计数器,它由加以正电势  $V_0$  半径为  $r_0$  的长细丝和包围在其外部的半径为  $R$  的同心接地的金属圆柱筒组成的。当电离辐射出现就触发了靠近丝极表面强电场处的电离雪崩。假设在丝极表面处,有  $N$  个电子从原子解离出来,由此形成的  $N$  个离子在电场的作用下开始从丝极离去。

(a) 证明离子的径向位置是离子作为丝表面处形成的瞬时到它所在位置所需时间的函数,可表成

$$r^2 = K(t - t_0)$$

式中  $K$  和  $t_0$  是取决于  $V_0, W$ , 和各种量纲的常数。给出常数

$K$  和  $t_0$  的表式, 并且证明  $t_0$  粗略地等于离子漂移了丝极半径量级距离所需的时间, 在计算离子运动中, 忽略了由于雪崩所产生的电场变化.

(b) 如果维持电势差  $V_0$  不变, 当离子作径向漂移时, 就必须有电荷  $Q$  流到丝极. 已知离子的总电荷为  $Q_0$ , 计算作为这个时间函数的电荷  $Q$ . (崇光、维兴译)