



水和物体

——第53届国际物理奥林匹克竞赛理论

第三题题目

邓世强¹ 宋 峰²

(1. 深圳市高级中学 518001; 2. 南开大学物理科学学院 300071)

本题中,我们将探讨与表面张力相关的水与物体相互作用所产生的现象。A部分涉及运动,而B和C部分涉及静止情况。在答题过程中如果需要,你可以使用下面的数学知识:若函数 $y(x)$ 满足微分方程 $y''(x) = ay(x)$ (a 为正常数),则其通解为 $y(x) = Ae^{\sqrt{a}x} + Be^{-\sqrt{a}x}$,其中 A 和 B 为任意常数。

A部分:水滴融合(2.0分)

如图1所示,考虑两个静止的球形水滴置于超疏水材料表面(即材料与水之间存在极强的排斥力)。

初始时,两个相同的球形水滴相邻地放置在该表面上。随后两个水滴接触之后融合,形成一个更大的球形水滴,并突然向上跳起。

A.1 融合前两个水滴的半径 a 均为 $100\text{ }\mu\text{m}$,水的密度 ρ 为 $1.00 \times 10^3\text{ kg/m}^3$ 。表面张力系数 γ 为 $7.27 \times 10^{-2}\text{ J/m}^2$ 。融合前后表面能的差值为 ΔE ,该差值的一部分 k 转化为跳起水滴的动能。在以下假设条件下,求出融合后水滴的初始起跳速度 v (结果保留两位有效数字):

1) $k = 0.06$;

2) 融合前后水的总体积保持不变。

提示:

A.1 利用两个球体积不变,计算融合前后表面积变化以及表面能变化,来计算大球的动能。

B部分:竖直放置的平板(4.5分)

一块平板竖直浸入水中。图2(a)和图2(b)分别展示了平板材料为亲水型(具有吸引力)和疏水型时的水面形态。忽略平板的厚度,平板表面位于 yo 平面,远离平板处的水平水面位于 $z = 0$ 的 xoy 平面。水面形态与 y 坐标无关。设 $\theta(x)$ 为 xoz 平面内水面上某点 (x, z) 处水面与水平面的夹角,该角度以 x 轴正方向为基准,并以逆时针旋转为正。在平板与水面的接触点 $(x = 0)$ 处,有 $\theta(x) = \theta_0$ 。 θ_0 由平板材料的性质决定。

水的密度 ρ 为常量,表面张力系数 γ 处处相同,重力加速度为 g ,大气压 P_0 始终处处相同。按以下步骤确定水面形态。注意,表面张力系数的单位既可以是 J/m^2 ,也可以是 N/m 。

B.1 考虑图2(a)所示的亲水型平板情况。已知当 $z >$

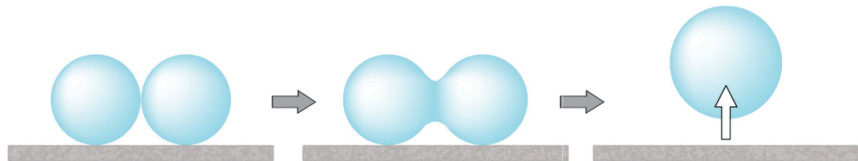


图1 水滴融合及融合后水滴的起跳现象

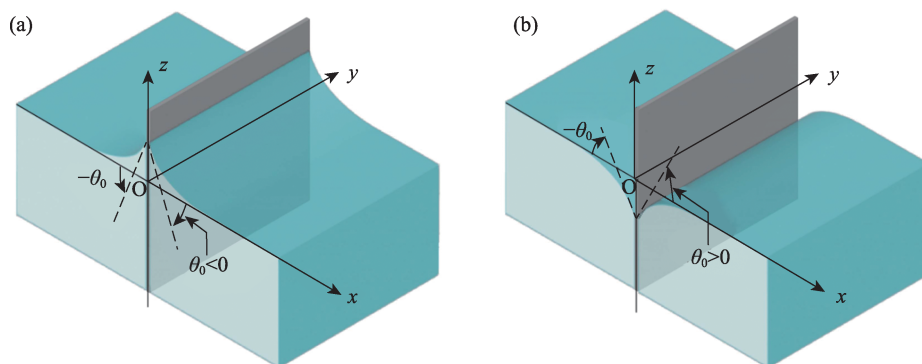


图2 竖直浸入水中的平板:(a)亲水型平板情况;(b)疏水型平板情况

0时,水的压强 $P < P_0$;当 $z = 0$ 时, $P = P_0$ 。试求出 z 处的压强 P ,以 ρ 、 g 、 z 和 P_0 表示。(0.6分)

B.2考虑一个水体,其剖切形态如图3(a)中阴影部分所示,其 xoz 平面横截面如图3(b)中斜线区域所示。设 z_1 和 z_2 分别为水体与空气的边界(即水面)的左右边缘坐标。试求出单位长度(沿 y 轴方向)水体所受压强的水平分力(x 方向分力) f_x ,以 ρ 、 g 、 z_1 和 z_2 表示。注意,大气压 P_0 不会对水体产生水平方向的合力。(0.8分)

B.3作用在水体上的表面张力与B.2中讨论的分力 f_x 平衡。设 θ_1 和 θ_2 分别为水面左右边缘处水面与水平面的夹角,试求出 f_x ,以 γ 、 θ_1 和 θ_2 表示。(0.8分)

B.4水面上任意一点 (x, z) 满足以下方程:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{z}{\ell} \right)^a + \cos \theta(x) = \text{constant} \quad (1)$$

试求出指数 a ,并以 γ 和 ρ 表示常量 ℓ 。注意,该方程对亲水型和疏水型平板材料均成立。(0.8分)

B.5在B.4的方程(1)中,假设水面的变化缓慢,即

$|z'(x)| \ll 1$,因此可将 $\cos \theta(x)$ 按 $z'(x)$ 展开到二阶。对展开后的方程关于 x 求导,得到 $z(x)$ 满足的微分方程。求解该微分方程,得到 $x \geq 0$ 时的 $z(x)$,以 $\tan \theta_0$ 和 ℓ 表示。注意,图2和图3中竖直方向的比例为便于观察而被放大,并不满足 $|z'(x)| \ll 1$ 的条件。(1.5分)

提示:

B.1利用液体压强关系即可。

B.2利用液体内部的压强,对水体左右两侧积分计算压力即可。当然由于对称性,也可以只计算左侧 $z_1 \sim z_2$ 液体产生的压强。可以不用考虑气体压强 P_0 。B.3计算水体两侧表面张力水平分量,列平衡方程即可。

B.4将B.2中的结果代入B.3中,整理便能得到守恒量。

B.5利用液面形状的方程,得到 $\cos \theta(x)$,小量展开后求解微分方程。也可以对水体列竖直方向的平

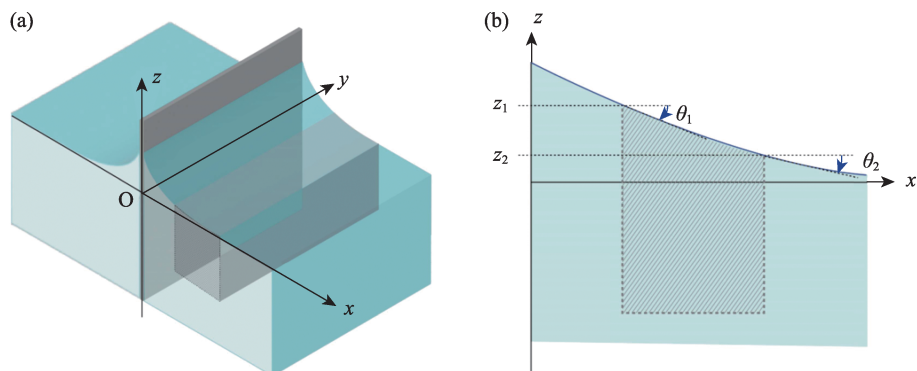


图3 水面上水体的剖切形态:(a)俯视图;(b)横截面图

衡方程,然后对 $\sin \theta(x)$ 按 $z'(x)$ 小量展开也能得到微分方程。

C部分:两根细杆的相互作用(3.5分)

两根由相同材料制成的相同细杆A和B平行漂浮在水面上,且到y轴的距离相等(图4)。

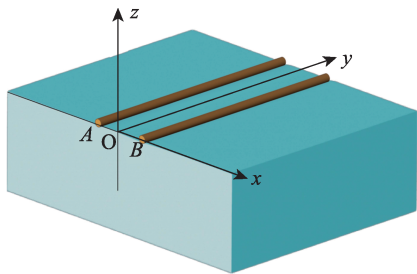


图4 漂浮在水面上的两根细杆A和B

C.1 如图5所示,在细杆B与水面的接触点处,定义 z 坐标 z_a 、 z_b 以及角度 θ_a 、 θ_b 。试求出细杆B单位长度(沿 y 轴方向)所受的水平分力 F_x ,以 θ_a 、 θ_b 、 z_a 、 z_b 、 ρ 、 g 和 γ 表示。(1.0分)

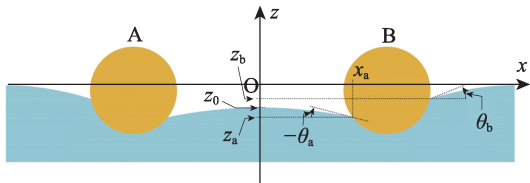


图5 两根漂浮在水面上的细杆的竖直横截面图

C.2 设 xoz 平面内两根细杆中点处的水面 z 坐标为 z_0 ,试求出C.1中得到的力 F_x ,不能使用 θ_a 、 θ_b 、 z_a 和 z_b 表示。(1.5分)

C.3 设 x_a 为水面与细杆B左侧接触点的 x 坐标,利用B.5中得到的微分方程,试求出两根细杆A和B中点处的水面坐标 z_0 ,以 x_a 、 z_a 以及B.4中引入的常量 ℓ 表示。(1.0分)

提示:

C.1 对棒从最低点开始计算两侧液体压强对棒的水平作用力,以及两侧表面张力水平分量。仍然可以不考虑空气压强影响。

C.2 利用B.4中的守恒方程,在棒的左右两边代入边界条件。或者对 $x = 0 \sim \infty$ 整体做分析,计算液体压强水平作用力。

C.3 利用B.5中的结果,以及两棒之间水面的对称性,代入边界条件求解。

背景知识:

对称性破缺是物理学的核心底层逻辑,能够阐释从微观粒子到宇宙演化的诸多复杂现象。在微观粒子、宏观凝聚态、宇宙学等领域均存在与之相关的现象。

本题借助两个实例,即两个水滴在超疏水表面上的融合(A部分)以及置于水面的两个木棒的相互吸引(B、C部分),引出了物理学中一个极为重要的思想:当对称性被打破时,会有力的产生。

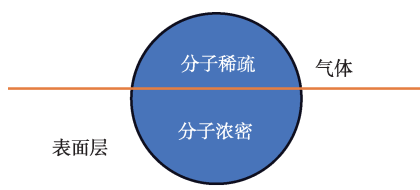
当单个水滴置于超疏水表面时,水滴能够静止于该表面,其所处的物理环境呈现出对称性。当第二个水滴靠近并与第一个水滴接触后,第一个水滴的物理环境的对称性遭到破坏,从而使其受到第二个水滴的吸引。同理,当单根杆放置于水面时,杆两侧的水面形状保持一致,即杆处于左右对称的物理环境中,此时杆所受作用力亦为对称,合力为零;而当两根杆置于水面时,从每根杆的视角而言,水面的左右对称性被打破,进而产生引力,致使两根杆相互靠近。

本题A部分还涉及通过水滴融合释放表面能来实现对超疏水表面的自清洁。蝉翼的自清洁功能也是这样实现的——蝉翼具有超疏水特性,其表面的水滴快速融合时,水滴表面能转换成水滴动能,使其脱离表面,从而实现“自清洁”。超疏水表面的自清洁在生活中还有很多其他应用,例如不粘锅表面、餐具的

表面、鞋子衣物的面料等。

表面张力及表面能：

以液体与其蒸气接触面的情况为例,设分子引力的有效作用距离为 R 。从微观层面看,在表面层内以某一分子为球心取半径为 R 的一个分子作用球。球外的分子对球心处的分子作用力可以忽略。由于分子作用球球心处的分子分布的不均匀,导致分子作用球球心处的分子所受分子力不平衡,其合力沿液体表面法线方向,指向液体内部(这也是一个对称性破缺导致受力的例子,在液体内部,分子作用球内的分子分布是均匀的,由于对称性,所以合力为零)。因此液体有尽量缩小它表



面积的趋势。表面张力就是这样产生的。

现在考虑一个半径为 r 的圆形肥皂膜,在等温条件下缓慢地用外力将其半径扩大 dr 。由于表面积变大(也就是表面层变大),导致一些液体内部的分子间距变大,这些分子都需要克服分子力做功。扩大肥皂膜表面积做功为

$$dW = Fdr = \gamma 2\pi r dr = \gamma dA$$

由于分子间相互作用力是保守力,因此这个过程中外力做功实际上就是克服分子力所做的功,应当等于表面层中分子间引力势能的增量,称为表面自由能(简称表面能):

$$dE = \gamma dA$$

* * * * *

欢迎读者朋友参与“物理奥赛”系列专题的有奖竞答活动,并在答案公布前将您的解答发送至aosai@ihep.ac.cn 邮箱。对于参与并答对每期题目的前20名读者,编辑部将赠阅1年《现代物理知识》杂志。

科苑快讯

新的研究表明人工智能未必会扼杀人类创造力

新研究表明,人工智能最强大的可能不是作为自动化的工具,而是作为创造性的合作者。英国斯旺西大学(Swansea University)的新发现表明,人工智能可以发挥不同的作用,它可以通过吸引和激励人们来支持创造力,而不仅仅是接管任务。该大学的计算机科学系进行了迄今为止最大规模的研究之一,即如何在创意设计中与人工智能一起工作。

研究参与者的任务是在基因汽车设计师游戏中设计一辆虚拟汽车。这个设计工具不会在用户不知道的情况下悄悄优化结果,而是为参与者提供

各种各样的视觉设计选项,鼓励用户探索更广泛的可能性。

研究人员说,随着人工智能越来越多地嵌入创意领域,从工程、建筑到音乐和游戏设计,理解人类和智能系统如何协同工作是至关重要的。随着技术的发展,问题不仅在于人工智能能做什么,还在于它如何帮助我们更有效地思考、创造和协作。

(高凌云编译自2025年12月26日 SciTechDaily 网站)