



水锤效应

——2021年亚洲物理竞赛理论第一题

陈仓佚² 吴波¹ 宋峰²

(1. 成都天府第七中学 610218; 2. 南开大学物理科学学院 300071)

本题研究管道中的流体因为压力波引起的压强变化,主要处理由于快速和慢速关闭管道中阀门导致的水锤效应。

为简化计算,要求只考虑非黏性流体的一维流动。所有管道及阀门都看成是刚性的,但流体是可压缩的。体积为 V_0 的流体单元在压强 P_0 作用下处于平衡状态,如果压强改变量为 ΔP , 则体积改变量 ΔV 与 ΔP 成正比,表示为

$$\Delta P = -B \frac{\Delta V}{V_0} \quad (1)$$

比例系数 B 表示液体的体积模量。对于水,密度为 $\rho_0 = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 体积模量为 $B = 2.2 \text{ GPa}$ 。

A 部分: 压强变化和压强波传播

在长度为 L 均匀圆柱形管道中,水沿着 x 轴正方向稳定流动,水平方向速度为 v_0 , 密度为 ρ_0 , 压强为 P_0 。如图1所示,管道与储液器相连,离水面深度为 h , 储液器与大气相通,大气压强记为 P_a 。

假设位于管道末端的流量控制阀 T 瞬间关闭,阀门附近将要流出管道的液体会承受压强的变化 $\Delta P_s \equiv P_1 - P_0$ 和速度的变化 $\Delta v = v_1 - v_0 (v_1 \leq 0)$ 。这会引引起压强变化 ΔP_s 通过纵波的形式以传播速度 c 沿 x 轴负方向传播。

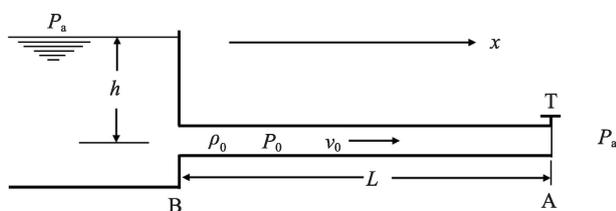


图1 均匀管内的稳定液体流动

问题 A.1 压强变化 ΔP_s 与速度的改变量 Δv 的关系可表示为 $\Delta P_s = \alpha \rho_0 c \Delta v$ 。压强波的传播速度为 $c = \beta + \sqrt{\gamma B / \rho_0}$ 。试求出 α, β 和 γ 。(1.6分)

问题 A.2 在水流速度 $v_0 = 4.0 \text{ m/s}$, $v_1 = 0$ 条件下,计算压强波的速度 c 和 ΔP_s 的大小。(0.6分)

B 部分: 流量控制阀模型

图2为液体流经流量控制阀 T 时的物理模型。控制阀门靠近管道的 A 端, 长度为 ΔL , 内半径为 R 。阀门锥形出口的半径为 r , 与大气相通, 大气压强为 P_a 。重力对射流的影响可以忽略。

液体被认为是不可压缩的, 阀门入口处的稳定流动的液体速度为 v_{in} , 压强为 P_{in} , 密度为 ρ_0 。图2中, 画出的流线及其法线, 只是为了帮助看清流动图样。

流体离开阀门进入大气后, 流体的横截面将收缩直到达到最小值, 此时流线将再次平行。在这个最小值处, 流体速度为 v_c , 流体横截面半径为 $r_c = r \sqrt{C_c}$ 。 C_c 被称为收缩系数, 由阀门的内半径与锥形孔洞半径的比值 r/R 以及锥角大小 β 决定, 见表1。

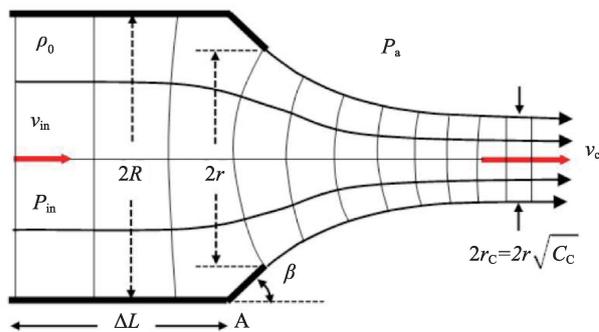


图2 阀门尺寸和喷射口的收缩示意图

表1 喷射口孔洞的收缩系数

r/R	$C_c(\beta=45^\circ)$	$C_c(\beta=90^\circ)$
0.00	0.746	0.611
0.20	0.747	0.616
0.30	0.748	0.622
0.40	0.749	0.631
1.00	1.000	1.000

问题 B.1 求出当阀门入口处流线平行时的 $\Delta P_{in}=P_m-P_a$, 用 $\rho_0, v_{in}, r, R,$ 和 C_c 表示。(1.0分)

本题目 C 和 D 部分, 对于图 1 所示的储液器-管道系统, 有如下假设条件:

(1) 传播速度 c 和液体密度 ρ_0 是与流速无关的常数。环境大气压 P_a 和重力加速度 g 为常数。

(2) 最初阀门完全打开, 管道中的流体稳定, 其压强为 P_0 , 流速为 v_0 。

(3) 图 1 和图 2 所示的管道长度为 L , 半径为 R 。阀门 T 是一个半径 r 可变的圆形开口, 锥角 $\beta = 90^\circ$ 。阀门的长度 ΔL 可忽略不计, 阀门入口紧挨管道的 A 端。重力对射流的影响可以忽略。

(4) 储液器中的液体是准静态的, 因此其靠近管道入口 B 的压力 P_h 保持恒定。管道中的流体压力变化可以忽略, 因此整个管道中的液体流动是一维的。

C 部分: 流量控制阀快速关闭引起的水锤效应

对于图 1 中所示的储液器-管道系统, 当管道中的液体流动被完全或部分关闭的阀门阻塞时, 将会产生向上游传播的压强波。压强波在管道末端碰到储液器后将向阀门反射, 并在阀门端再次反射形成另一个压强波。以上过程不断重复, 从而导致阀门附近的液体产生一系列的压强大小的突变, 这个现象称为水锤。

问题 C.1 参考图 1 和图 2, 当阀门 T 完全打开($r=R$)时, 求出管道内稳定流体的压强 P_0 和速度 v_0 。用 ρ_0, g, h 和 P_a 表示。(0.6分)

问题 C.2 考虑与问题 C.1 中具有相同压强 P_0 和速度 v_0 的稳定流体。在 $t=0$ 时, 阀门立即关闭($r=0$)。压强波以传播速度 c 朝着储液器移动。管道 B

端的压强为 $P_h = P_0 + \rho_0 gh$, 令 $\tau = 2L/c$ 。当时间 t 非常接近 $\tau/2$ 和 τ 时, 管道内流体压强 $P(t)$ 和流速 $v(t)$ 是多少?(1.2分)

D 部分: 流量控制阀缓慢关闭引起的水击效应

再次考虑与问题 C.1 中具有相同压强 P_0 和速度 v_0 的稳定流体。缓慢关闭阀门, 并采用有限步方法模拟关闭过程。

从时间 $t=0$ 开始, 阀门半径 r 的瞬时缩量按时间间隔 $\tau = 2L/c$ 依次给出(表 2)。每次半径减小后, 阀门区域内的流动可被近似为立即稳定, 与 B 部分所示情况相同。此时阀门处的压强和速度与管道中其他流体的不同。

表 2 给出阀门每个关闭步骤 n 的持续时间和阀门开口的半径 r_n , 并且给出阀门处相应时刻的流体压强 P_n 和流动速度 v_n 。

表2 阀门关闭步骤

关闭步骤 n	步骤 n 的持续时间间隔	阀门开口半径比例 r_n/R	$t=(n-1)\tau$ 时阀门处压强	$t=(n-1)\tau$ 时阀门处流速
$n=0$	$t < 0$	1.00	P_0	v_0
$n=1$	$0 \leq t < \tau$	0.40	P_1	v_1
$n=2$	$\tau \leq t < 2\tau$	0.30	P_2	v_2
$n=3$	$2\tau \leq t < 3\tau$	0.20	P_3	v_3
$n=4$	$3\tau \leq t < 4\tau$	0.00	P_4	$v_4=0$

液体密度 ρ_0 和压强波传播速度 c 均看作常数。步骤 $n=0, 1, 2, 3, 4$, 压强改变量为 $\Delta P_n = P_n - P_0$, 速度改变量为 $\Delta v_n = v_n - v_0$, P_h 与 P_0 近似相等($P_h = P_0$)。

问题 D.1 求出 $\Delta P_n/(\rho_0 c)$ 的表达式, 用 $\Delta P_{n-1}/(\rho_0 c), v_{n-1}$ 和 v_n , 该表达式应适用于表 2 中所有 $n > 0$ 的关闭步骤。对于 $n=1, 2, 3$, 在 v_{n-1} 和 $\Delta P_{n-1}/(\rho_0 c)$ 都已知的情况下, 求出能够计算 v_n 的表达式。(3分)

问题 D.2 根据问题 D.1 的结果, 取水流的速度 $v_0=4.0 \text{ m/s}$, 绘制出所有的 $\Delta P - \rho_0 c v$ 图。对于所有的关闭步骤 $n=1, 2, 3, 4$, 给出所画直线和曲线的交点坐标, 应给出 $\rho_0 c v_n$ 和 ΔP_n 的值, 同时在图中标出每个交点坐标 $(\rho_0 c v_n, \Delta P_n)$ 所对应的 n 的值。从图中估算 $n=1, 2, 3, 4$ 时 $\rho_0 c v_n$ 和 ΔP_n 的值(均以 MPa 为单位)。

赛题背景

流体沿压力管道(如输油、输水等管道)流动时,若突然关闭或开启阀门、或者水泵突然停机或启动,流体流动速度将发生突然变化;同时由于流体惯性和可压缩性,流体压强将产生剧烈的周期性变化,此现象被称为水击或水锤(Water-Hammer Effect)。发生水击现象时,管道内压强波动可能达到额定工作压强的几十倍甚至几百倍,管壁及管道上的设备及附件将承受很大的高频交变压力,产生剧烈振动并发出犹如锤击的声音。该交变压力可能造成阀门破坏、管件接头破裂、断开,甚至管道炸裂等重大

事故。因此压力管道中水击现象的危害及防治研究是一项重要的工业工程问题^{①-②}。

本题即以水击效应为背景,讨论压力管道阀门关闭时流体压强和流速的变化。

参考文献

- ① 雷鸣远. 液体输送管道水击现象的产生及防控[J]. 化工设计, 2021, 31(1): 8-46.
- ② 王文婷,路宏. 浅析压力管道中水击现象的危害及预防[J]. 内蒙古石油化工,2013,8:92-94.

* * * * *

欢迎读者朋友参与“物理奥赛”系列专题的有奖竞答活动,并在答案公布前将您的解答发送至 aosai@ihep.ac.cn 邮箱。对于参与并答对每期题目的前20名读者,编辑部将赠阅1年《现代物理知识》杂志。



科苑快讯

利用金属和高分子粒子结合的复合体可以快速检出导致食物中毒的细菌

日本大阪公立大学的研究组宣布,他们开发出利用金属和高分子粒子结合的复合体检测导致食物中毒细菌的新方法。

以前的细菌检测需要培养2天时间,用来标记的荧光物质寿命也短,而且很难识别出各种各样的细菌,于是研究组着手开发新的检测方法。

由于大量的金属纳米(1纳米=10⁻⁹米)粒子被高分子分开并高密度地存在着,从而使金属纳米粒子和高分子实现化学结合的复合体比相同尺寸的金纳米粒子更能散射强光,从而有效地吸收和散射光线。

接着用光照射金、银、铜纳米粒子和高分子粒子结合的复合体,分别发出白色、红色、蓝色的散射光。根据复合体的金属种类,将各个抗体附着在其表面制成标记,金是出血性大肠杆菌 O26、银是出血性大肠杆菌 O157、铜是金黄色葡萄球菌。之后就开始调查这些能不能检出细菌。

结果 O26、O157、金黄色葡萄球菌分别确认并检测出白色、红色、蓝色的散射光。虽然复合体在没有抗体的情况下也能散射固有的光,但光靠这个亮度根

本不够。但是到达表面的抗体与细菌结合,使复合体成为集团,散射光变强就能检测出来,所需时间在1小时以内。将三种细菌加入含有多种细菌的腐败肉中,用这种方法可以同时识别出三种细菌。

这一检测方法如果能够实际应用,将实现食品、医疗、公共卫生等方面的自动化管理,研究组也计划继续开发出多种目标的复合体和小型检查设备。

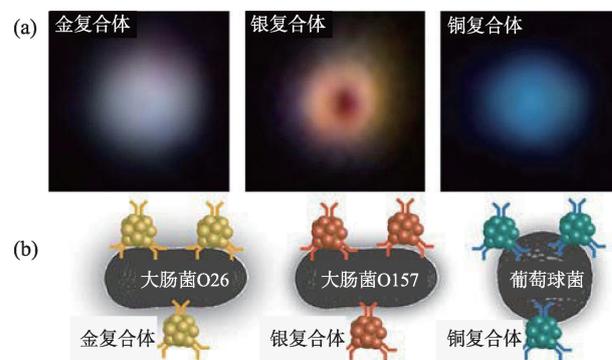


图1 (a)光照射在各种金属纳米粒子与高分子粒子结合的复合体上,散射出固有颜色的光,在复合体上植入抗体后成功检出细菌;
(b)复合体通过其中的抗体向细菌聚集的模式图

(高凌云编译自2022年8月24日 scienceportal 网站)