时空之海上的浮标
——脉冲星计时阵列测量引力波简介

易疏序

（中国科学院高能物理研究所 100049）

一、引言

如果把时空比作海面，物质比作航行其上的船只，那么广义相对论预言这海面并非水波不兴。有时海面上会被巨轮激起波浪，这些波浪穿过整个大海，衰减成微弱的涟漪。这些时空上的波浪和涟漪就是引力波。科学家们正利用遍布宇宙之海的一种天然浮标——脉冲星——来试图监控这种时空的波动(图1)。

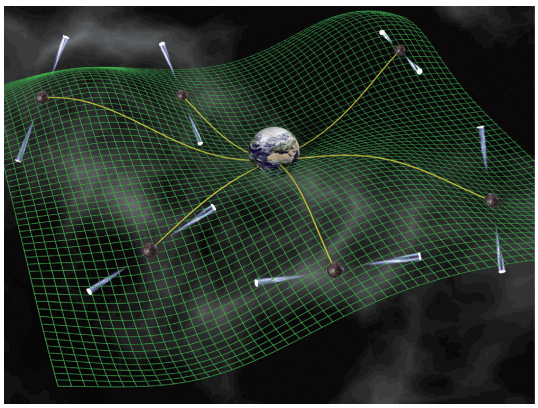

图1　利用脉冲星测量引力波示意图
(图片来源：David J. Champion)

1. 脉冲星是什么

脉冲星是一类超新星爆发后遗留下的致密天体。脉冲星在射电波段最先被探测到，因其表现为一系列极其规律的脉冲而得名。天文学家们相信脉冲星的本质是大质量恒星在自身引力下坍缩形成的中子星或夸克星。它们的质量约在太阳的一倍到两倍之间，但半径却仅为数十千米，比太阳半径小了5个量级。这种急剧的收缩使脉冲星获得了极高的自转速度[1]，自转可以达到每秒转数圈乃至数百圈。脉冲星在其诞生的过程中获得了极强的磁场，其表面磁场可达10^{12}~10^{14}高斯，这比人类在实验室中能制作出的最强磁场还要高5到7个量级。在极端强磁场和高速自转的情形下，电磁定律在脉冲星的周围数万千米内创造出了一个由磁场、电场和等离子体构成的磁层①。在合适的条件下，磁层中的带电粒子被加速从而产生电磁辐射。其中射电波段的辐射从磁层的极冠区产生，像灯塔的光束，随着脉冲星的自转扫过宇宙。每当这束辐射锥扫过地球时，人们就会探测到一次射电脉冲(图2)。

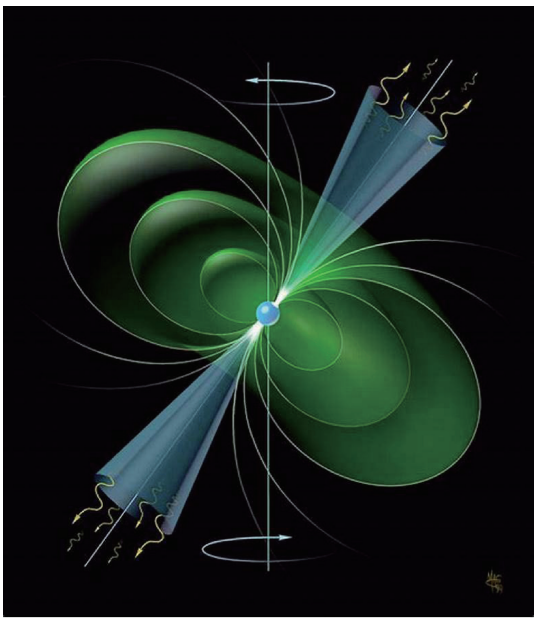

图2　脉冲星磁层和辐射锥示意图
(图片来源：Mark A. Garlick/space-art.co.uk)

脉冲星除了在射电波段被探测到，有一些也在可见光、X射线和伽马射线波段被探测到。由于脉冲星具有巨大的转动惯量，它的自转周期极其稳定。因此，它的脉冲信号的到达时间也具有极强的可预测性：人们可以预测出未来一小时后某个脉冲的到达时间，而真实的脉冲不会提前或推后100纳秒以上[2]。

2. 引力波是什么

回到之前的比喻：在广义相对论诞生以前，人们认为时空海面永远平滑如镜，物质在其上静静地滑过；广义相对论诞生后，科学家们发现时空的海面其实起伏不息。当质量以特定方式加速运动，它周围时空的曲率就会发生波动变化，并且这种变化会以光速向远处传播，就像海面上激起的波浪。这种传播着的时空波浪就被称为引力波，引力波所经过的区域，空间的长度会被周期性地拉伸和收缩(图3)。

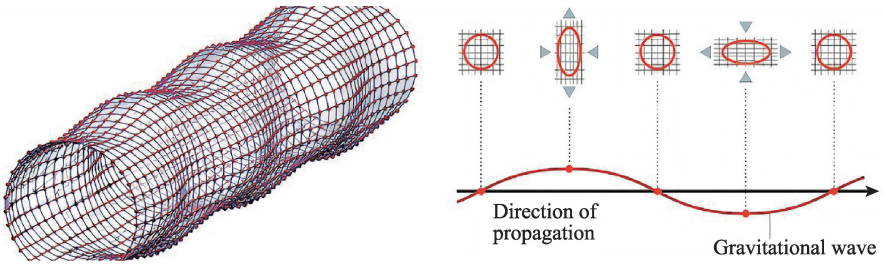

图3　当引力波经过时，空间的长度会被周期性地拉伸和压缩(图片来源：马克思普朗克引力物理研究所)

二、脉冲星为什么能用来探测引力波

前面提到，脉冲星的脉冲到达时间极其规律，而引力波会改变空间的长度。这自然地催生了一种想法：如果一列引力波经过了地球和脉冲星中间的区域，那么光路的长度就会发生改变，从而改变脉冲到达时间。观测到这种脉冲到达时间的变化，也就等于探测到了引力波。这就是利用脉冲星计时探测引力波的基本原理。脉冲到达时间(Time of Arrival，以下简称TOA)随引力波的变化规律为[2]：

$$\delta t=\alpha\int_0^t(h(t_e,\vec{x_e})-h(t_p,\vec{x_p}))\mathrm{d}t\,,$$

其中 $h(t_e,\vec{x_e})$ 项为引力波在地球附近引起的空间波动，称为地球项；$h(t_p,\vec{x_p})$ 为引力波在脉冲星附近引起的空间波动，称为脉冲星项，系数α由脉冲星与引力波源的相对位置决定。

如果对某一颗脉冲星的观测发现了这种TOA的变化(被称为“计时残差”)，此时人们还并不能得到探测到了引力波的结论。这是因为除了引力波之外，还有众多因素可以引起单一脉冲星的计时残差(见下文)。为了得到确定的结论，可以同时观测大量的脉冲星，因为引力波引起的计时残差[3]对于所有脉冲星而言是相关的，这种相关性与脉冲星的空间位置有关(图4)；而其他计时残差被认为是非相关的。因此在对众多脉冲星的计时残差进行相关性研究后，如果人们发现了预期中的空间相关部分，就可以确定地宣布发现了引力波信号。

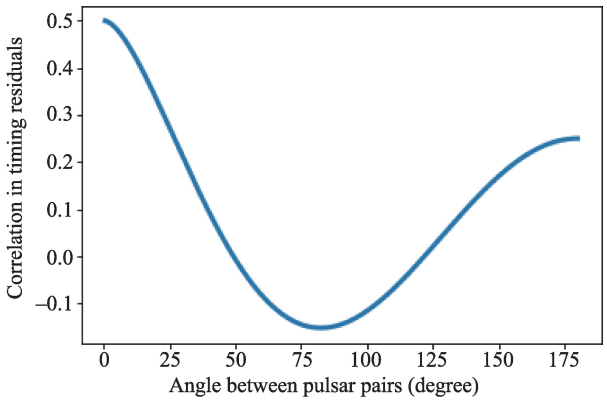

图4　不同脉冲星的计时残差中由引力波引起的部分存在相关性，这个相关性是脉冲星对之前角距离的函数。这种空间相关关系被称为Hellings & Dow纳秒曲线
(图片来源：作者根据文献中公式绘制)

三、脉冲星计时能用来探测哪些类型的引力波

脉冲星计时这种方法能够探测特定频率范围内的引力波。当引力波的频率高于TOA的采样频率时，引力波就无法在计时残差中留下相位信息，因此一般认为，TOA的采样频率对应于可探测引力波的频率上限。理论上，TOA的采样频率最高可以与脉冲星的自转频率相同，即单脉冲计时。可现实中，人们需要将许多脉冲轮廓叠加，来获得高信噪比的稳定的平均脉冲轮廓。因此，实际的TOA采样频率会远小于脉冲星的自转频率，通常为周$^{-1}$或天$^{-1}$量级，对应于10^{-6}~10^{-5} Hz；当引力波的半周期大于脉冲星TOA数据的总观测时长时，引力波在计时残差中的影响也无法被察觉，这对应于脉冲星计时可探测引力波的频率下限，大约为1/10 yrs量级或10^{-9} Hz(纳赫兹)。因此，脉冲星计时能探测的引力波范围即处于10^{-9}~10^{-5} Hz之间，这个频率范围低于地面引力波探测器(如LIGO, Virgo, KAGRA等)和空间引力波探测器(如LISA，天琴和太极等)的频率范围。这个频段有时又被称为超低频引力波或纳赫兹引力波频段中，存在很多独特的引力波源(图5)。

1. 超大质量黑洞双星

天文学家现在普遍相信，每一个星系中心都存在质量为10^5~10^{10}倍太阳质量的超大质量黑洞。由于星系的并合在宇宙历史上非常普遍，因此人们也预期宇宙中存在着大量的超大质量黑洞双星系统。这些黑洞双星在绕转的过程中会辐射出位于纳赫兹频段内的引力波。如果这种双星系统距离地球足够近，就会表现为周期缓慢演化的准单色引力波，在脉冲星计时残差中留下类似于正弦波的信号。引力波的幅度可以用下面的公式估算(几何单位制下，即略去公式中的常数G和c)：

$$h_c=\left(\frac{128\pi^{\frac{1}{3}}}{15}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{M_c^{5/3}}{D}f^{2/3},$$

其中M_c由双星的质量确定，称为“啁啾质量”，D是双星系统到地球的光度距离，f是引力波的频率，等于2倍的双星绕转频率。作为一个典型的估计：一个距离地球1 Gpc质量都是10^9倍太阳质量、绕转周期为1年的大质量黑洞双星系统，其产生的引力波在地球处的幅度约为10^{-15}；其产生的脉冲星计时残差大约为40纳秒[④]。读者可以利用网站工具(https://gw-universe.org/obs-pta.html)来计算这样一个系统辐射的引力波在不同脉冲星阵列中的信噪比。

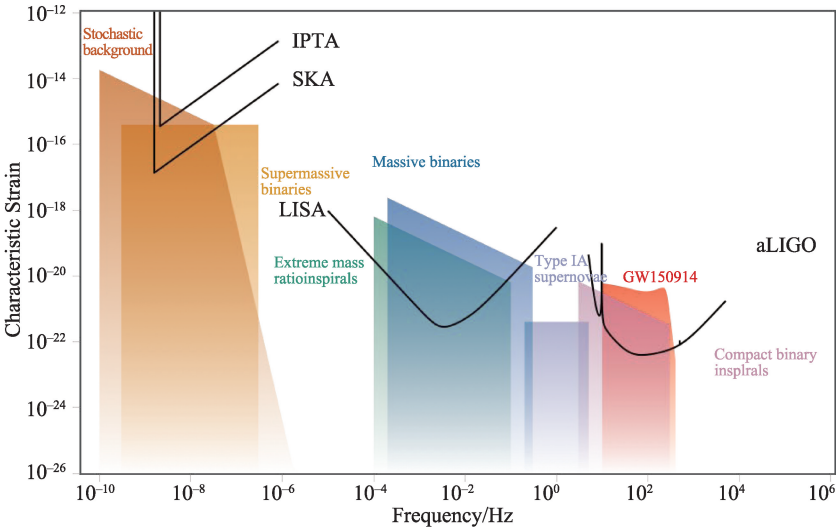

图5　脉冲星计时方法能探测与地面探测器和空间探测器不同频率范围的引力波源
(图片来源：作者利用在线工具gwplotter.com绘制)

2. 随机背景辐射

当大量的无法单一分辨的引力波信号叠加到一起，就形成了随机引力波背景信号。随机引力波背景会在脉冲计时残差中留下类似红噪声的痕迹。这些随机引力波背景信号有许多可能的来源，例如1) 大量的超大质量黑洞双星绕转辐射的引力波叠加；2) 宇宙暴涨时期的引力波遗迹；3) 宇宙弦的碰撞等。通过观测随机背景引力波信号的能谱 $h_c(f)=Af^{-\alpha}$，人们可以区分这些不同的来源：大量的超大质量黑洞双星绕转辐射的引力波叠加产生的信号谱指数为$\alpha=2/3$；宇宙暴涨时期的引力波遗迹的谱指数为1；源自宇宙弦的碰撞谱指数为7/6。

3. 引力波记忆

超大质量黑洞双星在绕转的过程中不断地将轨道能以引力波的形式辐射出去，而缓慢相互靠近。最终，它们会并合到一起，并在短时间内辐射出大量的引力波。最后阶段的引力波暴的频率高于纳赫兹频段，因此无法用脉冲星计时直接探测。不过引力波暴的经过会使时空发生永久性的改变[4]，这种永久性的时空变化被称为引力波记忆(图6)。引力波记忆会在脉冲星计时残差中引起类似周期跃变的信号。引力波记忆的幅度可以用下面公式估算(几何单位制下)：

$$h^{\mathrm{mem}}\sim\Delta E_{rad}/D,$$

其中ΔE_{rad}是双星并合前后系统通过引力波辐射出的能量。一个距离地球1 Gpc，质量都是10^9倍太阳质量的超大质量双星合并引起的引力波记忆大约为10^{-15}。

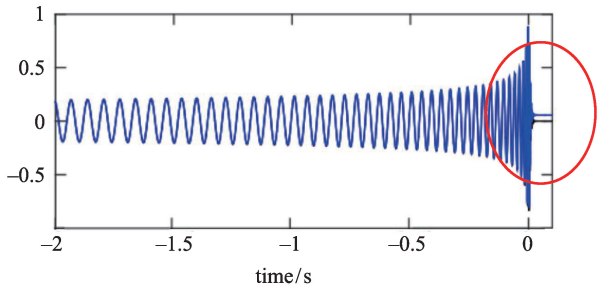

图6　两个黑洞并合前后的引力波应变示意图。注意到红圈中，并合结束后应变并未回复到0，而是发生了永久的变化

四、脉冲星测量引力波的难点

虽然脉冲星在长时间的尺度上看来自转具有极高的稳定性，可是在短时间内，每一个脉冲到达时间还是具有一些不确定性。这些不确定性被称为计时噪声。计时噪声可以有很多来源：比如TOA测量的不确定性、脉冲星辐射区域快速变化导致的脉冲轮廓跳变(图7)、星际介质的扰动，脉冲星周围的未知小行星[5]，脉冲星磁场长期演化等[6]。另一方面，如上面所述目标引力波所产生的计时残差信号十分微弱。因此，信号被淹没在比其大数个量级的噪声之中。为了将信号挖掘出来，人们需要一方面

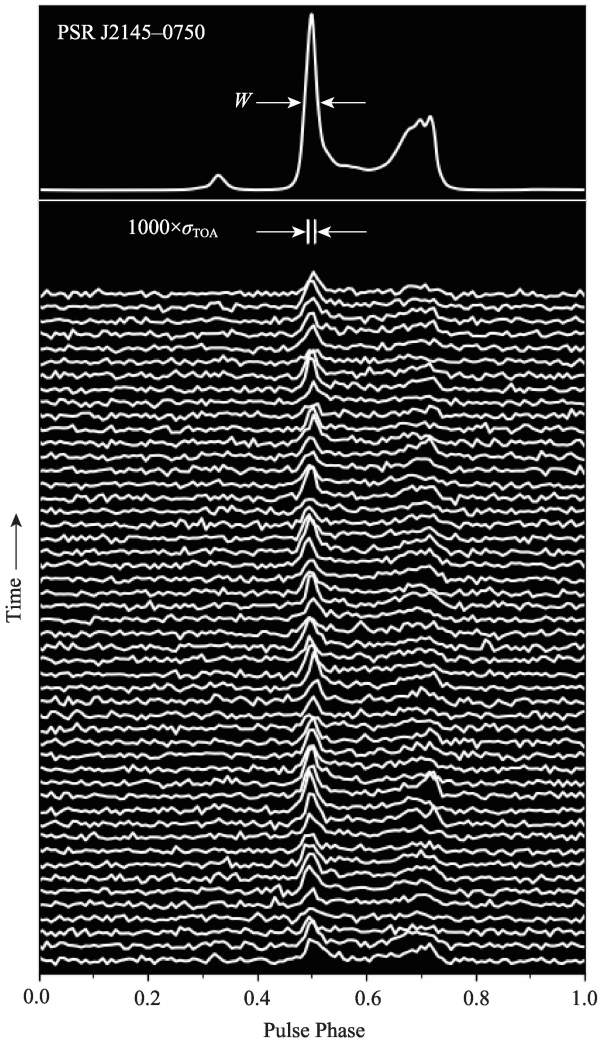

图7　脉冲轮廓的跳变(图片来源：https://arxiv.org/abs/1810.06594)

设法降低计时噪声[5]，另一方面也不断发展更先进的数据处理和统计学推断方法。

五、脉冲星计时测量引力波的现状

用脉冲星计时测量引力波的尝试已经进行了三十余年。在射电波段，天文学家利用大型射电望远镜长期监测数十颗计时噪声很小的毫秒脉冲星，形成了脉冲星计时阵列(Pulsar Timing Arrays，简称PTA)。由于观测天区、历史数据积累的差异，不同天文台选取的PTA也略有差异。射电天文台之间因此开展了合作与数据分享。目前，欧洲的大型射电天文台如德国的Effelsberg、英国的Jodrell Bank、法国的Nançay、荷兰的WSRT、意大利的Sardinia形成了EPTA合作组[7]；澳大利亚的射电天文学家们以Parkes天文台为中心形成了PPTA合作组[8]；在北美洲则由Arecibo和Green Bank、VLA和CHIME望远镜形成了NANOGrav合作组[9]。这三个PTA合作组之间进一步合作，再加上一些新的大型射电望远镜合作组如中国的天眼FAST、南非的MeerKAT和印度脉冲星计时阵列合作组，形成了更大的“国际脉冲星阵列IPTA”合作组(图8)。

随着脉冲星阵列数据量的累积、计时精度的提高以及数据处理和统计推断方法的不断进步，脉冲星测量引力波的灵敏度也在逐年提高：在三十余年间，PTA对单一引力波源的强度限制提达到了约$h\approx 7\times10^{-15}$ (频率约8纳赫兹附近)，从而在该频率范围内排除了120 Mpc范围内啁啾质量大于10^9倍太阳质量的超大质量黑洞双星系统，和5.5 Gpc范围内啁啾质量大于10^{10}倍太阳质量的超大质量黑洞双星系统[10]。对随机引力波背景的限制达到了约$h\approx1\times10^{-15}$ (频率为(1年)$^{-1}$处；假设能谱指数为−2/3，即来自超大质量黑洞双星的叠加)，为星系并合历史、超大质量黑洞质量分布、星系核心区域气体环境等天体物理问题提供了更加严格的限制[11]；对引力波记忆，则给出了$h<2\times10^{-14}$的限制[12]。

近期，在最新的IPTA DR2数据中[13]，人们发现了65颗脉冲星的计时残差中存在共同结构的证据，这与理论预期的随机引力波背景辐射产生的信号类似。尽管由于没有探测到显著的空间相关性(图9)还无法确定此确实来自引力波，人们已经看到PTA测量引力波正在从理论变为现实。

除了在射电波段以外，高能探测器亦可监测高能脉冲星，形成“高能脉冲星计时阵列”。近期，Fermi合作组利用Fermi卫星12.5年对35颗明亮伽马射线脉冲星的观测数据[14]，对随机背景引力波的强度给出了$h(@1\mathrm{yr}^{-1})<1\times10^{-14}$的限制。

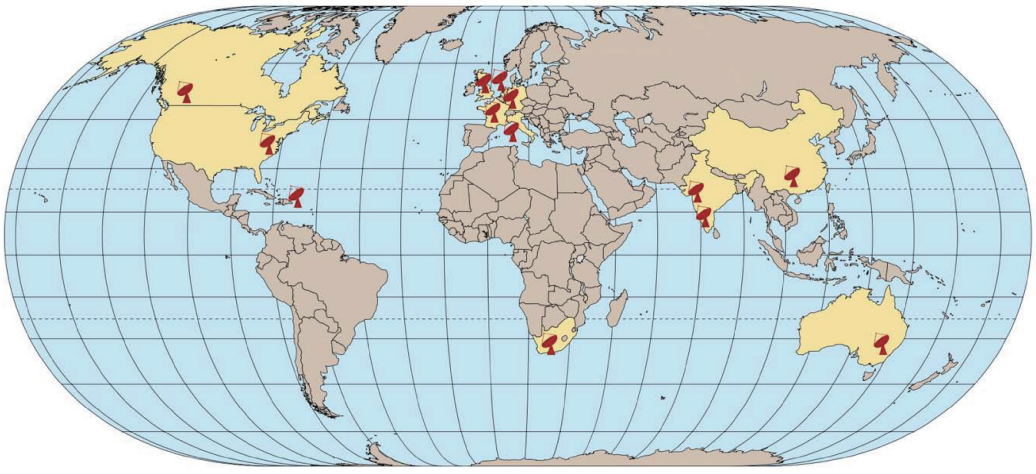

图8　国际脉冲星计时阵列合作成员(图片来源：文献(Science))

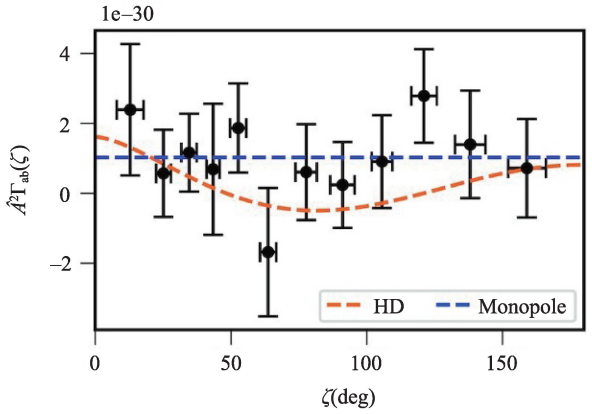

图9　最新的研究并没有显著地在脉冲星计时残差中发现符合Hellings & Dow纳秒曲线预言的空间相关性。(图片来源: 文献⑬)

六、脉冲星测量引力波的前景

在不远的将来，由于更高灵敏度的射电望远镜(FAST、SKA)的加入，科学家们期待探测到更多的脉冲星，因此PTA中包含的脉冲星数量会进一步增大。同时，更加灵敏的仪器会看到更高信噪比的单脉冲轮廓，这有助于提高TOA的采样频率，从而提高可探测引力波的频率上限。同时对同一脉冲星更长时间的监测会降低引力波探测范围的下限。总的来说，脉冲星计时阵列不断增加的数据量会让引力波信号的显著性不断地增加。我们期待在不远的将来，PTA的计时噪声不断下降、对各类引力波的上限不断缩紧、直至水落石出，探测到达到特定置信度阈值的引力波信号。到那时，人们可以宣布，在LIGO/Virgo/KAGRA完全不同的频率范围内，用完全不同的方法探测到了全新的引力波源。引力波的窗口将进一步向人类敞开。

参考文献

① P. Goldreich and W. H. Julian, Astrophys. J. 157, 869 (1969)

② https://physicsworld.com/a/pulsar- timekeepers- measure- up- to-atomic-clocks/

③ Zhu, X.-J., Wen, L., Hobbs, G., et al. 2015, MNRAS, 449, 1650. doi:10.1093/mnras/stv381

④ Hobbs, G. & Dai, S. 2017 National Science Review, Volume 4, Issue 5, September 2017, Pages 707-717; doi:10.1093/纳秒r/nwx126

⑤ Shannon, R.~M., Cordes, J.~M., Metcalfe, T.~S., et al. 2013, Astrophys. J. 766, 5. doi:10.1088/0004-637X/766/1/5

⑥ Yi, S.-X. & Zhang, S.-N. 2015, MNRAS, 454, 3674. doi:10.1093/mnras/stv2261

⑦ http://www.epta.eu.org

⑧ https://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/ppta/

⑨ http://nanograv.org

⑩ Aggarwal, K., Arzoumanian, Z., Baker, P.~T., et al. 2019, Astrophys. J., 880, 116. doi:10.3847/1538-4357/ab2236

⑪ Shannon, R.~M., Ravi, V., Lentati, L.~T., et al. 2015, Science, 349, 1522. doi:10.1126/science.aab1910

⑫ Aggarwal, K., Arzoumanian, Z., Baker, P.~T., et al. 2020, Astrophys. J., 889, 38. doi:10.3847/1538-4357/ab6083

⑬ Antoniadis, J., Arzoumanian, Z., Babak, S., et al. 2022, MNRAS, 510, 4873. doi:10.1093/mnras/stab3418

⑭ https://www.science.org/doi/10.1126/science.abm3231

注：

1. 有一些脉冲星在诞生后继续通过吸积其伴星物质，自转速度进一步加快
2. 此公式为简化表达形式，详细可参考文献③
3. 准确地说是其中的地球项
4. 因为双星系统并合前后系统的总质量发生了变化
5. 比如选取自转周期和脉冲轮廓更稳定的孤立毫秒脉冲星、使用更灵敏的仪器获得更高信噪比的脉冲轮廓、用宽频段测数据修正星际介质扰动等